УДК 336.763:336.67

С.Н. Авдеенко, В.В. Домбровский

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРВАЛЬНЫХ МЕТОДОВ В УПРАВЛЕНИИ ИНВЕСТИЦИЯМИ

Предложено использовать интервальные методы для анализа и расчета обобщающих характеристик потоков платежей, параметры которых заданы интервалами, и эффективности инвестиционных проектов.

Инвестиции в реальные или финансовые активы, коммерческие сделки, кредитные соглашения предусматривают, как правило, вложения и поступления распределенных во времени денежных сумм. Эффективность подобных финансовых операций зависит от многих параметров и условий, оговоренных в контрактах: размеров денежных сумм, процентной ставки, предполагаемых сроков выплат и поступлений, риска, связанного с вложениями, и т.п.

Основным объектом финансового анализа в данном случае являются потоки платежей – суммы распределенных во времени денежных расходов и поступлений, предполагаемых в результате финансовой операции. Анализ и расчет показателей эффективности таких операций основан на фундаментальном в финансовом анализе принципа дисконтирования потоков платежей [1–3]. При этом предполагается точное знание размеров инвестиционных расходов и будущих доходов, а также значения рыночной ставки процента (рыночной нормы доходности, ставки сравнения [1–3]) в будущем. На практике ни инвестиционные расходы, ни тем более будущие доходы и рыночная ставка процента, как правило, точно неизвестны. Можно только с достаточной степенью достоверностью задать интервалы, в которых они лежат. В этом случае адекватным математическим аппаратом для количественного анализа потоков платежей, связанных с финансовыми операциями, могут служить методы интервального анализа [4–7].

В настоящей работе предложено использовать интервальные методы для анализа и расчета обобщающих характеристик интервальных потоков платежей (под интервальными потоками будем понимать потоки платежей, параметры которых – члены потока и процентные ставки, заданы интервалами) и эффективности инвестиционных проектов (ИП). Результатами расчетов в этом случае также являются интервальные величины.

Элементы интервального анализа

Пусть R – множество всех вещественных чисел. Под интервалом $A=[a_1, a_2]$, $a_1 \le a_2$, понимается замкнутое ограниченное подмножество A множества R вида $A=[a_1, a_2]=\{x/(x\in R)\wedge(a_1\le x\le a_2)\}$.

Множество всех интервалов обозначим через $I(R)$.

В дальнейшем прописные латинские буквы будут соответствовать элементам $I(R)$.

Два интервала A и B равны тогда и только тогда, когда $a_1=b_1$, $a_2=b_2$. Отношение порядка на множестве $I(R)$ определяется следующим образом: $A<B$ тогда и только тогда, когда $a_2<b_1$.

Пересечение $A\cap B$ интервалов A и B пусто, если $A<B$ или $B<A$, в противном случае $A\cap B=[\max\{a_1, b_1\}, \min\{a_2, b_2\}]\in I(R)$. Шириной $\omega(A)$ интервала A называется величина $\omega(A)=a_2-a_1$. Середина $m(A)$ – полусумма концов интервала A: $m(A)=(a_1+a_2)/2$. Абсолютная величина $|A|$ определяется как

$$|A|=\max\{|a_1|,|a_2|\}.$$

Вырожденный интервал, т.е. интервал с совпадающими концами $a_1=a_2=a$, отождествляется с вещественным числом a. Таким образом, $R\subset I(R)$.

Арифметические операции над интервальными числами определяются следующим образом. Пусть $*\in\{+,-,/\}$, $A, B\in I(R)$. Тогда

$$A*B=\{a*b \mid a\in A, b\in B\}, \qquad (1)$$

причем в случае деления $0\in B$. Это определение эквивалентно соотношениям:

$$A+B=[a_1, a_2]+[b_1, b_2]=[a_1+b_1, a_2+b_2], \qquad (2)$$

$$A-B=[a_1, a_2]-[b_1, b_2]=[a_1-b_2, a_2-b_1],$$

$$AB=[a_1, a_2][b_1, b_2]=[\min\{a_1b_1, a_2b_1\ a_2b_2\ a_1b_2\}, \max\{a_1b_1, a_2b_1\ a_2b_2\ a_1b_2\}], \qquad (3)$$

$$A/B=[a_1, a_2]/[b_1, b_2]=[a_1, a_2]\,[1/b_2, 1/b_1]. \qquad (4)$$

Из определения (1) непосредственно видно, что интервальные сложение и умножение ассоциативны и коммутативны. Роль нуля и единицы играют обычные 0 и 1, которые отождествляются с вырожденными интервалами [0,0] и [1,1]. Равенство (1) показывает, что если один из операндов является невырожденным интервалом, то и результат арифметической операции – также невырожденный интервал. Исключение составляет умножение на 0=[0,0]. Следовательно, для невырожденного интервала A не существует обратных по сложению и умножению элементов, так как если $A+B=0$, $AC=1$, то A, B, C должны быть вырожденными. То есть вычитание не обратно сложению, деление не обратно умножению: $A-A\ne 0$, $A/A\ne 1$, когда $\omega(A>0)$. Однако всегда $0\in A-A$, $1\in A/A$.

Важным свойством интервально-арифметических операций является невыполнение закона дистрибутивности – равенство

$$A(B+C)=AB+AC \qquad (5)$$

не всегда имеет место. Однако всегда справедливо включение

$$A(B+C)\subset AB+AC, \qquad (6)$$

называемое субдистрибутивностью.

Утверждение 1. Пусть A, B, $C\in I(R)$. Тогда $A(B+C)=AB+AC$, где $bc\ge 0$ для всех $b\in B$, $c\in C$.

Утверждение 2. Уравнение

$$A+X=B \qquad (7)$$

имеет решение тогда и только тогда, когда $w(A)\le w(B)$.

Утверждение 3. Если X – решение уравнения (7), то $X\subseteq B-A$.

Теперь остановимся на вопросе разрешимости уравнения

$$AX=B, \qquad (8)$$

где $A\ne[0,0]$ и $X\in I(R)$.

Введем вспомогательную функцию:

$$\chi(A)=\begin{cases} \dfrac{a_1}{a_2}, \text{если } |a_1|\le|a_2|, \\ \dfrac{a_1}{a_2} \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$$

Утверждение 4. Уравнение (8) разрешимо относительно $X\in I(R)$ тогда и только тогда, когда $\chi(A)\ge\chi(B)$.

Утверждение 5. Пусть уравнению (8), где $0\notin A$, удовлетворяет некоторое $X\in I(R)$. Тогда $X\subseteq B/A$.

Основным свойством интервальных вычислений является монотонность включения. Следующее утверждение разъясняет это свойство.

Утверждение 6. Пусть $A^{(k)}$, $B^{(k)}\in I(R)$, $k=1, 2$, и предполагается, что $A^{(k)}\subseteq B^{(k)}$, $k=1, 2$. Тогда для операции $*$ из $\{+, -, \bullet, /\}$ имеем $A^{(1)}*A^{(2)}\subseteq B^{(1)}*B^{(2)}$.

Введем также понятие объединенного и интервального расширений функции [5]. Пусть f – функция, заданная при $x\in A=(A_1, \ldots, A_n)$ со значениями в R или $I(R)$. Объединенным расширением функции $f(X)$ называется функция $\overline{f}(X)=\overline{f}(X_1, \ldots, X_n)$, $X_i\subset A_i$, $i=\overline{1,n}$, задаваемая равенством $\overline{f}(X)=\bigcup\limits_{x\in X} f(x_1, \ldots, x_n)$, $i=\overline{1,n}$.

Если $f(X)$ – непрерывная функция, то $\overline{f}(X)\in I(R)$, при $X\subset A$. Важным свойством объединенных расширений является то, что из $X^{(1)}\subset X^{(2)}$ следует $\overline{f}(X^{(1)})\subset$ $\subset\overline{f}(X^{(2)})$.

Интервальным расширением функции $f(X)$ называется интервальнозначная функция F интервальных переменных $X_1, \ldots, X_n$ такая, что:

1) $F(X)=F(X_1, \ldots, X_n)\supset\overline{f}(X_1, \ldots, X_n)=$ $=\overline{f}(X)=\{f(x_1, \ldots, x_n):(x_1, \ldots, x_n)\in X\}$;

2) $F(x_1, \ldots, x_n)=f(x_1, \ldots, x_n)$, $x_i\in X_i$, $i=\overline{1,n}$.

Интервальное расширение непрерывной вещественной функции является монотонным по включению. Для вещественной рациональной функции можно построить естественное интервальное расширение. Оно получается, если все вещественные переменные заменить интервалами, а вещественные арифметические операции – интервально-арифметическими. Естественное интервальное расширение включает в себя объединенное расширение.

Используя свойства степенной функции x^α, $\alpha>0$, такие как монотонность и ограниченность, можно построить её интервальное расширение, совпадающее с объединенным:

а) пусть $\alpha=n$ – натуральное число. Для $X=[x_1, x_2]\in I(R)$

$$X^n=\begin{cases}\left[x_1^n, x_2^n\right] & \text{при } n=2\cdot k+1,\ k=1,2,\ldots,\\ \left[x_1^n, x_2^n\right] & \text{при } n=2\cdot k,\ x_1\geq 0,\\ \left[x_2^n, x_1^n\right] & \text{при } n=2\cdot k,\ x_2\leq 0,\\ \left[0, |X|^n\right] & \text{при } n=2\cdot k,\ и\ 0\in X;\end{cases} \tag{9}$$

б) для $\alpha=1/n$, где n – натуральное число,

$$\sqrt[n]{X}=\left[\sqrt[n]{x_1}, \sqrt[n]{x_2}\right], \tag{10}$$

причем $X^\alpha\in I(R)$ при n нечетном и при четном n, когда $x_1\geq 0$;

в) если $\alpha=m/n$ – рациональное число, m и n – взаимнопростые

$$X^{m/n}=\begin{cases}\left[x_1^{m/n}, x_2^{m/n}\right] & \text{при } n=2\cdot k,\ x_1\geq 0,\\ \left[x_1^{m/n}, x_2^{m/n}\right] & \text{при } m=2i+1,\ n=2k+1,\\ \left(\sqrt[n]{X}\right)^m & \text{при } n=2k+1,\ m=2i,\\ & k=0,1,\ldots;\ i=0,1,\ldots\end{cases} \tag{11}$$

В следующих разделах изложенные понятия применяются при анализе потоков платежей и инвестиционных проектов.

Анализ переменных потоков платежей

Для анализа потоков платежей необходимо уметь рассчитывать их основные обобщающие характеристики. Таких характеристик две: наращенная сумма и современная (приведенная) величина. Наращенной суммой потока платежей называют сумму платежей с начисленными на них процентами к концу срока ренты. Современной величиной потока платежей называют сумму всех платежей, дисконтированных на некоторый момент времени, совпадающий с началом потока или упреждающий его. Наращенную сумму определяют, например, чтобы знать общую сумму задолженности на какой-либо момент времени, итоговый объем инвестиций, накопленный на момент оценки денежный резерв. Современная величина является важнейшим показателем при оценке эффективности реальных и финансовых инвестиций, коммерческих сделок и т.д. [1–3].

Рассмотрим задачи определения указанных характеристик для интервального потока платежей с переменными платежами. Вычислим наращенную сумму. Пусть начисление процентов производится по годовой процентной ставке $I=[i_1, i_2]$, $I>0$, общее количество платежей равно n, интервал между платежами равен одному году, платежи приурочены к концу интервала. Сумма первого платежа $R_1=\left[r_{1_1}, r_{1_2}\right]$. Через год наращенная величина первого платежа будет R_1+R_1I. Так как $1i>0$ для любого $i\in I$, то по утверждению 1 выполняется закон дистрибутивности (5): $R_1+R_1I=$ $=R_1(1+I)$. Еще через год наращенная величина первого платежа составит $R_1+R_1I=R_1(1+I)$. Так как закон дистрибутивности выполняется и в этом случае, то

$$R_1(1+I)+R_1(1+I)I=R_1(1+I)(1+I)=R_1(1+I)^2.$$

Через k лет наращенная величина платежа составит $R_1(1+I)^k$. Первый член потока платежей будет приносить проценты в течение (n-1) лет, второй – в течение (n-2) лет, …, (n-1)-й член потока – в течение одного года, на n-й член проценты не начисляются. Получаем ряд платежей с начисленными на них процентами: $R_1(1+I)^{n-1}$, $R_2(1+I)^{n-2}$, …, $R_{n-1}(1+I)$, R_n. Наращенная сумма потока платежей S входит в интервал

$$S_1=\sum_{t=1}^{n} R_t(1+I)^{n-t}. \tag{12}$$

Преобразуя это выражение по правилам интервальной арифметики (2), (9), получим

$$S_1=\sum_{t=1}^{n}\left[r_{t_1}, r_{t_2}\right]\left[(1+i_1)^{n-1}, (1+i_2)^{n-1}\right].$$

Интервал S_1 является естественным интервальным расширением для наращенной суммы данного нерегулярного потока. Этот интервал можно сузить различными способами [4–7]. Воспользуемся, например, свойством субдистрибутивности (2.6). Запишем формулу (3.1) во вложенной форме:

$$\begin{gathered}S_2=R_n+(1+I)(R_{n-1}+(1+I)(R_{n-2}+\ldots+\\ +(1+I)(R_1)\ldots))=\left[r_{n_1}, r_{n_2}\right]+\left[1+i_1, 1+i_2\right]\times\\ \times\left(\left[r_{n-1_1}, r_{n-1_2}\right]+\left[1+i_1, 1+i_2\right]\left(\left[r_{n-2_1}, r_{n-2_2}\right]+\ldots+\right.\right.\\ \left.\left.+\left[1+i_1, 1+i_2\right]\left(\left[r_{1_1}, r_{1_2}\right]\right)\ldots\right)\right).\end{gathered}$$

На основании свойства субдистрибутивности $S_2\subset S_1$. Так как и S_1 и S_2 являются интервальными расширениями для наращенной суммы, то её объединенное расширение [7]: $S\subseteq(S_1\cap S_2)$, а $(S_1\cap S_2)=S_2$, так как $S_2\subset S_1$.

Определим вторую основную характеристику переменного потока платежей – современную величину. Дисконтированная величина первого платежа определяется из уравнения (по определению) $X_1(1+I)=R_1$. Согласно утверждению 5, корень этого уравнения $X_1 \subseteq R_1/(1+I)$. Дисконтированная величина второго платежа является корнем уравнения $X_2(1+I)^2=R_2$ – $-X_2 \subseteq R_2/(1+I)^2$. Дисконтированная величина n-го платежа $X_n \subseteq R_n/(1+I)^n$. Таким образом, современная величина нерегулярного потока платежей

$$A \subseteq \frac{R_1}{1+I}+\frac{R_2}{(1+I)^2}+\ldots+\frac{R_{n-1}}{(1+I)^{n-1}}+\frac{R_n}{(1+I)^n}. \quad (13)$$

Вычислим естественное интервальное расширение для A, выполняя в (13) преобразования согласно правилам интервальной арифметики (4), (9):

$$A_1=\sum_{t=1}^{n}\frac{R_t}{(1+I)^t}=\sum_{t=1}^{n}[r_{t_1},r_{t_2}]\left[\frac{1}{(1+i_2)^t},\frac{1}{(1+i_1)^t}\right]. \quad (14)$$

Уточним интервал, используя свойство субдистрибутивности (6). Представим (13) во вложенном виде:

$$A \subseteq A_2=\frac{1}{1+I}\left(R_1+\frac{1}{1+I}\left(R_2+\ldots+\frac{1}{1+I}(R_n)\ldots\right)\right)=$$

$$=\left[\frac{1}{1+i_2},\frac{1}{1+i_1}\right]\left([r_{1_1},r_{1_2}]+\left[\frac{1}{1+i_2},\frac{1}{1+i_1}\right]\times\right. \quad (15)$$

$$\left.\times\left([r_{2_1},r_{2_2}]+\ldots+\left[\frac{1}{1+i_2},\frac{1}{1+i_1}\right]\left(\left([r_{n_1},r_{n_2}]\right)\ldots\right)\right)\right).$$

$A \subseteq A_2$ так как $A \subseteq (A_1 \cap A_2)$ [7], а $A_2 \subset A_1$ по свойству субдистрибутивности (т.е. $A_1 \cap A_2 = A_2$).

Анализ постоянных потоков платежей

Рассмотрим задачи определения наращенной суммы и современной величины общей ренты [3]. Предполагается, что сумма годового платежа $R=[r_1, r_2]$. Платежи производятся p раз в год, их величина равна $\frac{R}{p}=\left[\frac{r_1}{p},\frac{r_2}{p}\right]$; $J=[j_1, j_2]$ – номинальная ставка процентов, $J>0$; проценты начисляются m раз в год по ставке J/m. Наращенная сумма ренты принадлежит интервалу, равному сумме наращенных интервальных платежей:

$$S=\frac{R}{p}\left(1+\frac{J}{m}\right)^{m(n-1/p)}+\frac{R}{p}\left(1+\frac{J}{m}\right)^{m(n-2/p)}+\ldots+$$

$$+\frac{R}{p}\left(1+\frac{J}{m}\right)^{m/p}+\frac{R}{p}.$$

Используя (2), (3), (5) и (9)–(11), получаем

$$S=\left[\frac{r_1}{p},\frac{r_2}{p}\right][M_1,M_2], \quad (16)$$

где

$$M_k=\left(1+\frac{j_k}{m}\right)^{m\left(n-\frac{1}{p}\right)}+\left(1+\frac{j_k}{m}\right)^{m\left(n-\frac{2}{p}\right)}+\ldots+$$

$$+\left(1+\frac{j_k}{m}\right)^{\frac{m}{p}}+1,\ k=1,2.$$

Нетрудно видеть, что данный ряд представляет собой геометрическую прогрессию. С учетом этого получим

$$M_k=\frac{\left(1+\dfrac{j_k}{m}\right)^{mn}-1}{\left(1+\dfrac{j_k}{m}\right)^{mp}-1}.$$

Определим современную величину p-срочной ренты с начислением процентов m раз в год. Современная величина ренты принадлежит интервалу, равному сумме дисконтированных интервальных платежей:

$$A \subseteq \frac{R}{p\left(1+\frac{J}{m}\right)^{\frac{m}{p}}}+\frac{R}{p\left(1+\frac{J}{m}\right)^{2\frac{m}{p}}}+\ldots+\frac{R}{p\left(1+\frac{J}{m}\right)^{mn}}=$$

$$=\left[\frac{r_1}{p},\frac{r_2}{p}\right]\left[\frac{1}{\left(1+\frac{j_2}{m}\right)^{\frac{m}{p}}}+\frac{1}{\left(1+\frac{j_2}{m}\right)^{2\frac{m}{p}}}+\ldots+\frac{1}{\left(1+\frac{j_2}{m}\right)^{mn}},\right.$$

$$\left.\frac{1}{\left(1+\frac{j_1}{m}\right)^{\frac{m}{p}}}+\frac{1}{\left(1+\frac{j_1}{m}\right)^{2\frac{m}{p}}}+\ldots+\frac{1}{\left(1+\frac{j_1}{m}\right)^{mn}}\right].$$

Учитывая, что ряды представляют собой геометрические прогрессии, получаем интервал для современной величины p-срочной ренты с начислением процентов m раз в год

$$A \subseteq \left[\frac{r_1}{p},\frac{r_2}{p}\right]\left[\frac{1-(1+j_2/m)^{-mn}}{(1+j_2/m)^{m/p}-1},\frac{1-(1+j_1/m)^{-mn}}{(1+j_1/m)^{m/p}-1}\right]. \quad (17)$$

Отметим, что соответствующие формулы для других видов рент с постоянными платежами [3] получаются как частный случай формул (16), (17).

Анализ инвестиционных проектов

Основными характеристиками эффективности ИП являются чистый приведенный доход (net present value, NPV) и внутренняя норма доходности (internal rate of return, IRR) [3]. NPV – это разность дисконтированных по ставке сравнения на один момент времени потоков доходов и вложений. IRR – это расчетная ставка процентов, при которой NPV проекта равен нулю. Экономический смысл данного показателя в том, что он дает верхнюю оценку нормы дисконтирования, при которой проект еще остается выгодным. В интервальной постановке задача определения IRR сводится к проблеме отыскания положительного корня интервального полинома. Рассмотрим сначала задачу определения чистого приведенного дохода.

Пусть поток платежей характеризуется величинами $R_t \in I(R)$, где R_t – итоговый баланс всех денежных выплат и поступлений к концу периода t исполнения проекта, количество периодов равно n. Компоненты потока платежей могут быть как положительными (доходы от инвестиций), так и отрицательными (инвестиционные расходы). Тогда, если ставка сравнения $Q=[q_1, q_2]$, имеем $W=\sum_{t=0}^{n}R_t V^t$, где $V=1/(1+Q)$ – дисконтный множитель по ставке сравнения Q; W – интервальное расширение чистого приведенного дохода. Для вычисления W можно использовать полученные ранее формулы для современной величины переменного потока (14) или (15). Если потоки инвестиционных расходов и поступлений представляют собой p-срочные ренты, то для определения NPV можно использовать формулы для современных величин соответствующих p-срочных рент.

Для определения IRR необходимо решить уравнение

$$R_0 + \sum_{t=1}^{n} R_t V^t = 0, \tag{18}$$

где $V=1/(1+Q_b)$ – дисконтный множитель относительно неизвестной ставки Q_b – внутренней нормы доходности. Левая часть в (18) представляет собой интервальный полином относительно переменной V, причем компоненты потока платежей образуют ряд коэффициентов этого полинома. Согласно теореме Декарта количество положительных корней многочлена не превосходит числа перемен знака в ряду его коэффициентов, поэтому в случае потока платежей с единственной переменой знака (стандартный поток – инвестиционные расходы предшествуют доходам) уравнение (18) имеет единственное положительное решение (в противном случае применение IRR как показателя эффективности инвестиций некорректно). Очевидно, $Q_b \subseteq \frac{1}{V} - 1$.

Для выделения корня V полинома использованы метод Ньютона–Рафсона и метод наклона (slope method), реализованный в обобщенной интервальной арифметике [10]. Рассмотрим интервально-арифметическую версию метода Ньютона–Рафсона [5, 7–9]. Для любого интервала V введем функции

$F(V)=R_0+V(R_1+\ldots+V(R_n)\ldots)$, $F'(V)=R_1+V(2R_2+V(3R_3+\ldots+V(nR_n)\ldots)$.

Предположим, что $0\notin F'(V)$ и рассмотрим функцию

$$N(V) = m(V) - \frac{F(m(V))}{F'(V)}, \tag{19}$$

где $m(V)$ – середина интервала V. Интервальное расширение метода Ньютона–Рафсона задается следующим рекуррентным соотношением: $V_n=N(V_{n-1})\cap V_{n-1}$, $(n=1, 2, \ldots)$.

Согласно [7], если $F(V_*)=0$ для $V_*\subseteq V_0$, где V_0 – начальный интервал, то $V_*\subseteq V_n$. Реализуя алгоритм, получаем список подынтервалов начального интервала, не содержащих нулей функции F. Подынтервалы, которые не вошли в этот список, ограничивают соответствующие нули [8]. Алгоритм состоит из шагов:

1. Вычислим $F(V_0)$ и $F'(V_0)$. Если $0\notin F(V_0)$, то процесс на этом заканчивается, так как в интервале V_0 нулей функции F нет. Здесь мы используем свойство монотонности по включению интервальных расширений. В противном случае в V_0, возможно, имеются нули F. Пусть $0\in F(V_0)$. Если одновременно $0\in F'(V_0)$, то переходим к шагу 2.

2. Разобьем интервал V_0 на два:

$$V_0=[v_{0_1}, m(V_0)]\cup[m(V_0), v_{0_2}]$$

и начинаем весь процесс с шага 1 с каждым из подынтервалов. Если $0\in F(V_0)$ и $0\notin F'(V_0)$, то переходим к шагу 3.

3. Вычислим $N(V_0)$. Если $N(V_0)\cap V_0=\varnothing$, то в V_0 не содержится нулей функции F. Если же $N(V_0)\cap V_0$ – интервал, то переходим к шагу 4.

4. Положим $V_0=X^{(1)}\cup X^{(2)}$, где $X^{(1)}=N(V_0)\cap V_0$. Интервал $X^{(2)}$ не содержит нулей функции F, и его мы относим к множеству подынтервалов, на которых заведомо не содержится нулей F. С интервалом $X^{(1)}$ мы повторяем весь процесс, начиная с шага 1.

5. Всякий раз, когда находится интервал Y, не содержащий нулей $F(V)$, но пересекающийся с другим таким же интервалом X, вместо X и Y берем их объединение $X\cup Y$. Процесс продолжается до тех пор, пока дальнейшее улучшение становится невозможным. Это может случиться, если на некотором этапе k $N(V_k)\cap V_k=V_k$.

Пример. Пусть ИП характеризуется следующим потоком платежей: $R_0=[-101;-99]$, $R_1=[-51;-49]$, $R_2=[-86;-84]$, $R_3=[49; 51]$, $R_4=[139; 141]$, $R_5=[199; 201]$, $R_6=[99; 101]$.

Ставка сравнения $Q=[0,13;0,15]$. В результате расчетов получены следующие интервалы для показателей эффективности данного ИП:

$W\subseteq[92,7615; 128, 1822]$, $Q_b=[0,2080; 0,2220]$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ван Хорн Дж.* Основы управления финансами. М.: Финансы и статистика, 1996.
2. *Шарп У.Ф., Александер Г.Дж., Бейли Дж.* Инвестиции. М.: Инфра-М., 1997.
3. *Четыркин Е.М.* Методы финансовых и коммерческих расчетов. М.: Дело ЛТД, 1995.
4. *Алефельд Г., Херцбергер Ю.* Введение в интервальные вычисления. М.: Мир, 1987.
5. *Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х.* Методы интервального анализа. Новосибирск: Наука, 1986.
6. *Шокин Ю.И.* Интервальный анализ. Новосибирск: Наука, 1981.
7. *Morre R.E.* Interval analysis. Englewood Cliffs. N.J.: Prentice-Hall, 1966.
8. *Dargel R.H., Lascalzo F.R., Witt T.H.* Automatic error bounds on real zeros of rational functions // Comm. ACM. 1966. V. 9, № 11.
9. *Hanson R.J.* Automatic error bounds for real roots of polynomials having interval coefficients // Comput. J. 1970. Vol. 13, № 3.
10. *Hansen E.R.* Computing zeros of functions using generalized interval arithmetic // Interval Computations. 1993. № 3.

Статья представлена кафедрой прикладной математики факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию «Кибернетика и информатика» 20 февраля 1999 г.