$$-(a_{21}u+a_{22}v)\frac{\partial f(u,v,h)}{\partial v}+b_1\frac{\partial^2 f(u,v,h)}{\partial u^2}+$$

$$+b_2\frac{\partial^2 f(u,v,h)}{\partial v^2}+b_{12}\frac{\partial^2 f(u,v,h)}{\partial u\partial v}-$$

$$-\frac{e^{-g}}{b}f(u,v,h). \qquad (11)$$

Здесь $f(u,v,h)=\lim_{\varepsilon\to 0} f(u,v,h,\varepsilon)$,

$$a_{11}=\lambda+e^{-g}\lambda[(1-a)\kappa-1]+\frac{a\kappa+1}{b}e^{-g},$$

$$a_{12}=\lambda\frac{a(1-a)}{b^2}e^{-g}+\frac{a(a-b)}{b^3}e^{-g},$$

$$\frac{a_{21}}{\delta}=a_{11}+\kappa e^{-g}-\lambda,\ \frac{a_{22}}{\delta}=a_{12}+\frac{a}{b^2}e^{-g},$$

$$2b_1=\lambda(1-a)[\lambda(1-a)+1-e^{-g}]+\frac{a}{b}e^{-g},$$

$$2b_2=\alpha\beta,\quad b_{12}=(a\delta/b)e^{-g},$$

где $\kappa=\lambda-1/b$, а g является корнем уравнения (6). (12)

Можно показать, что $H(u,v)$ является двумерным нормальным распределением и удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial}{\partial u}\{(a_{11}u+a_{12}v)H(u,v)\}+$$

$$+\frac{\partial}{\partial v}\{(a_{21}u+a_{22}v)H(u,v)\}+b_{12}\frac{\partial^2 H(u,v)}{\partial u\partial v}+$$

$$+b_1\frac{\partial^2 H(u,v)}{\partial u^2}+b_2\frac{\partial^2 H(u,v)}{\partial v^2}=0, \qquad (13)$$

где все коэффициенты имеют вид (12).

Обозначим $\Phi(h)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(u,v,h)H(u,v)dudv$ и найдем функцию Φ(h), для чего домножим уравнение (11) на H(u,v) и проинтегрируем почленно это соотношение по $-\infty<u,\ v<+\infty$. После интегрирования по частям соответствующих слагаемых с учетом (13) получим

$$\Phi'(h)=-(1/b)e^{-g}\Phi(h). \qquad (14)$$

В результате решения (14) в силу начального условия $\Phi(0)=1$ получаем равенство

$$\Phi(h)=\exp\left\{-\frac{1}{b}e^{-g}h\right\},$$

откуда с учетом (7) следует соотношение (9). Теорема 1 доказана.

Заключение

В настоящей работе найдено асимптотическое при $N\to\infty$ распределение времени доставки сообщения в сети связи с протоколом случайного множественного доступа «синхронная адаптивная Алоха». Методом, изложенным в работе, может быть найдено распределение времени доставки и для других протоколов этого класса.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Назаров А.А., Юревич Н.М.* Исследование явления бистабильности в сети с протоколом Алоха для конечного числа станций // Автоматика и телемеханика. 1996. № 9. С. 91–100.
2. *Бертсекас Д., Галагер Р.* Сети передачи данных. М.: Мир, 1989.
3. *Фалин Г.И.* О неустойчивости сети Алоха // Проблемы передачи информации. 1990. № 1. С. 79–82.
4. *Одышев Ю.Д.* Исследование явления бистабильности в сети с протоколом «синхронная Алоха» для конечного числа станций // Математическое моделирование и теория вероятностей. Томск: Пеленг, 1998. С. 242–247.
5. *Горцев А.М., Назаров А.А., Терпугов А.Ф.* Управление и адаптация в системах массового обслуживания. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1978.
6. *Rivest R.L.* Network control by bayessian broadcast (Report MIT/LCS/TM-285). Cambrige, MA: MIT, Laboratory for computer science, 1985.
7. *Михайлов В.А.* Геометрический анализ устойчивости цепей Маркова в R^n_+ и его приложение к вычислению пропускной способности адаптивного алгоритма случайного множественного доступа // Проблемы передачи информации. 1988. № 1. С. 61–73.
8. *Цетлин М.Л.* Исследование по теории автоматов и моделированию биологических систем. М.: Наука, 1969.
9. *Назаров А.А.* Асимптотический анализ марковизируемых систем. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1991.
10. *Одышев Ю.Д.* Исследование сети связи с протоколом «синхронная адаптивная Алоха» для конечного числа станций // Математическое моделирование. Кибернетика. Информатика. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 115–119.

Статья представлена кафедрой теории вероятностей и математической статистики факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию 20 марта 2000 г.

УДК 519.872

И.С. Шмырин

ОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ПОТОКА СОБЫТИЙ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯМИ

Рассматривается задача об оценке параметров потока событий с переключениями. Предлагается рекуррентный алгоритм расчета оценок параметров потока событий. Реализуется имитационная модель потока, приводятся результаты численных расчетов.

Случайные потоки событий являются широко применяемой моделью для описания процессов в реальных физических, экономических, технических и других системах. Характеристики потоков событий, описывающих эти процессы, как правило, имеют случайную природу. Одной из распространенных моделей таких процессов являются МС-потоки событий – потоки, интенсивность которых является кусочно-постоянным марковским процессом с конечным числом состояний (такие потоки иначе называют потоками с переключениями [1]). Режимы функционирования реальных физических и технических систем обычно зависят от текущей интенсивности потоков событий, циркулирующих в системе; с другой стороны, параметры потоков, как правило, являются ненаблюдаемыми величинами. Вследствие этого важной является задача оценки параметров потока событий в произвольный момент времени по наблюдениям за этим потоком.

Постановка задачи

Рассматривается дважды стохастический пуассоновский поток событий, интенсивность которого есть кусочно-постоянный случайный процесс $\lambda(t)$ с двумя состояниями: λ_1 и λ_2, $\lambda_1 > \lambda_2$. На участках стационарности (когда $\lambda(t) = \lambda_1$ либо $\lambda(t) = \lambda_2$) имеет место пуассоновский поток событий с интенсивностью λ_1 и λ_2 соответственно. Длительности пребывания процесса $\lambda(t)$ в состоянии λ_i распределены по экспоненциальному закону $F_i(t) = 1 - \exp(-\alpha_i t)$, $i = 1,2$, где α_1 – интенсивность смены первого состояния процесса $\lambda(t)$ на второе, α_2 – интенсивность смены второго состояния на первое. Процесс $\lambda(t)$ ненаблюдаем, параметры λ_1, λ_2, α_1, α_2 неизвестны. Результатом наблюдения за потоком событий являются моменты времени t_i наступления событий, $i = 1,2,\ldots$. По этим наблюдениям необходимо в любой момент времени t сделать оценку $\hat{\theta}(t)$ вектора $\theta = (\lambda_1, \lambda_2, \alpha_1, \alpha_2)$ параметров процесса $\lambda(t)$.

В [2] рассматривалась задача оценки аналогичного потока событий при условии, что моменты наступления событий потока измеряются с ошибками, т.е. $t_i = t_i^0 + \tau_i$, где t_i – наблюдаемые моменты наступления событий, t_i^0 – истинные моменты наступления событий, τ_i – ошибки измерения. Предполагалось, что ошибки измерений независимы и нормально распределены с нулевым средним и дисперсией σ^2. В [2] предложен оптимальный алгоритм оценивания параметров λ_1, λ_2, α_1, α_2 с использованием апостериорной плотности распределения вектора параметров $\theta = (\lambda_1, \lambda_2, \alpha_1, \alpha_2)$. В связи со сложностью расчетных формул алгоритм [2] сложно реализуем даже на современных ЭВМ. В данной работе будем рассматривать случай, когда ошибки в измерениях моментов наступления событий отсутствуют: $t_i = t_i^0$, $i = 1,2,\ldots$, т.е. дисперсия ошибок измерений $\sigma^2 = 0$. Кроме того, предположим наличие дополнительной информации о параметрах процесса $\lambda(t)$, а именно – ограничение на интенсивности переходов процесса $\lambda(t)$ из состояния в состояние: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, α – неизвестный параметр. Данные предположения делаются с целью показать, что оптимальный алгоритм оценки параметров является работоспособным.

Алгоритм расчета оценок вектора параметров

В [2] в качестве оптимальной оценки $m(t)$ вектора параметров $\theta = (\lambda_1, \lambda_2, \alpha_1, \alpha_2)$ МС-потока событий при наличии ошибок в измерениях моментов наступления событий использовалось апостериорное среднее вектора θ как оценка, обеспечивающая минимум среднеквадратического отклонения ошибки оценивания: $m(t) = \int_{\Theta} \theta p(\theta \mid t) d\theta$, где $p(\theta|t)$ – апостериорная плотность распределения вектора θ в момент времени t, Θ – область значений вектора θ ($\lambda_1 > \lambda_2 > 0, \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$). Для $p(\theta|t)$ в [2] выведены формула расчета $p(\theta|t)$ в интервалах времени между моментами наблюдения

$$p(\theta|t) = \frac{\exp\left(-\int_{t_i}^{t} a(\tau,\theta)d\tau\right) p(\theta|t_i+0)}{\int_{\Theta} \exp\left(-\int_{t_i}^{t} a(\tau,\theta)d\tau\right) p(\theta|t_i+0)d\theta}, \quad (1)$$

$$i = 0,1,2,\ldots,\ t_0 = 0,$$

и формула пересчета $p(\theta|t)$ в момент наблюдения события

$$p(\theta \mid t_{i+1}+0) = \frac{a(t_{i+1}-0,\theta)p(\theta \mid t_{i+1}-0)}{\int_{\Theta} a(t_{i+1}-0,\theta)p(\theta \mid t_{i+1}-0)d\theta}, \quad (2)$$

$$i = 0,1,2,\ldots$$

В (1), (2): t_i – моменты наблюдения событий,

$$a(t,\theta) = (\Lambda_1(t) - \Lambda_2(t))w(\lambda_1|t) + \Lambda_2(t), \quad (3)$$

$w(\lambda_1|t)$ – апостериорная вероятность, что в момент t процесс $\lambda(t)$ принял значение λ_1 и, согласно [3], на участках между наблюдавшимися событиями удовлетворяет интегродифференциальному уравнению

$$\frac{dw(\lambda_1|t)}{dt} = \alpha_2 - \alpha w(\lambda_1 \mid t) + (\lambda_1 - \lambda_2)w(\lambda_1 \mid t)\times$$
$$\times(1-w(\lambda_1 \mid t))\left\{C + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\infty}\left[w(\lambda_1 \mid t-\sigma z)\times\right.\right.$$
$$\left.\times(1-w(\lambda_1 \mid t-\sigma z))\exp\left(-\frac{z^2}{2} - \alpha\sigma z\right)\right]\times$$
$$\times\left[\{\pi_1 - (\pi_1 - w(\lambda_1 \mid t-\sigma z))\exp(-\alpha\sigma z)\}\times\right.$$
$$\left.\left.\times\{\pi_2 + (\pi_1 - w(\lambda_1 \mid t-\sigma z))\exp(-\alpha\sigma z)\}\right]^{-1}dz\right\}, \quad (4)$$
$$t_i \le t \le t_{i+1},\ i = 0,1,2,\ldots,$$

а в момент времени t_{i+1} наблюдения события для $w(\lambda_1|t)$ имеет место формула

$$w(\lambda_1|t_{i+1}+0) = $$
$$= \frac{\Lambda_1(t_{i+1})w(\lambda_1|t_{i+1}-0)}{(\Lambda_1(t_{i+1}) - \Lambda_2(t_{i+1}))w(\lambda_1|t_{i+1}-0) + \Lambda_2(t_{i+1})}, \quad (5)$$
$$i = 0,1,2,\ldots,$$

при этом в (4), (5)

$$\Lambda_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\infty}\left[\lambda_1(\pi_1 + \pi_2\exp(-\alpha\sigma z))\times\right.$$
$$\times w(\lambda_1 \mid t-\sigma z) + \lambda_2(\pi_1 - \pi_1\exp(-\alpha\sigma z))\times$$
$$\left.\times(1-w(\lambda_1 \mid t-\sigma z))\exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)\right]\left[\pi_1 - (\pi_1 - \right.$$
$$\left.-w(\lambda_1 \mid t-\sigma z))\exp(-\alpha\sigma z)\right]^{-1}dz + \frac{1}{2}(\lambda_1\pi_1 + \lambda_2\pi_2) +$$

$$+\frac{1}{2}\pi_2(\lambda_1-\lambda_2)\exp\left(\frac{(a\sigma)^2}{2}\right)\left[1-\Phi\left(\frac{a\sigma}{\sqrt{2}}\right)\right],$$

$$\Lambda_2(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty\Big[\lambda_1(\pi_2-\pi_2\exp(-\alpha\sigma z))\times$$
$$\times w(\lambda_1\mid t-\sigma z)+\lambda_2(\pi_2+\pi_1\exp(-\alpha\sigma z))\times$$
$$\times(1-w(\lambda_1\mid t-\sigma z))\exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)\Big]\Big[\pi_2+(\pi_1-$$
$$-w(\lambda_1\mid t-\sigma z))\exp(-\alpha\sigma z)\Big]^{-1}dz+\frac{1}{2}(\lambda_1\pi_1+\lambda_2\pi_2)-$$
$$-\frac{1}{2}\pi_1(\lambda_1-\lambda_2)\exp\left(\frac{(a\sigma)^2}{2}\right)\left[1-\Phi\left(\frac{a\sigma}{\sqrt{2}}\right)\right],$$

$$\alpha=\alpha_1+\alpha_2,\ \pi_1=\frac{\alpha_2}{\alpha},\ \pi_2=\frac{\alpha_1}{\alpha},$$

$$C=\frac{1}{2}\exp\left(\frac{(\alpha\sigma)^2}{2}\right)\left[1-\Phi\left(\frac{\alpha\sigma}{\sqrt{2}}\right)\right],$$

$$\Phi(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x\exp(-u^2)du,\ w(\lambda_1|t_0+0)=\pi_1.$$

Рассмотрим случай отсутствия ошибок измерений ($\sigma=0$) с ограничением $\alpha_1=\alpha_2=\alpha$. Для безошибочных наблюдений оптимальный алгоритм расчета вероятности $w(\lambda_1|t)$ в (3) рассмотрен в [4]. Для $\alpha_1=\alpha_2=\alpha$:

$$w(\lambda_1\mid t)=\Big[w_1(w_2-w(\lambda_1\mid t_i+0))-w_2(w_1-$$
$$-w(\lambda_1\mid t_i+0))\exp\{-(\lambda_1-\lambda_2)(w_2-w_1)(t-t_i)\}\Big]\times$$
$$\times\Big[w_2-w(\lambda_1\mid t_i+0)-(w_1-w(\lambda_1\mid t_i+0))\times$$
$$\times\exp\{-(\lambda_1-\lambda_2)(w_2-w_1)(t-t_i)\}\Big]^{-1},\tag{6}$$
$$t_i\le t\le t_{i+1},\ i=0,1,2,\ldots,$$

$$w(\lambda_1\mid t_{i+1}+0)=\frac{\lambda_1 w(\lambda_1\mid t_{i+1}-0)}{(\lambda_1-\lambda_2)w(\lambda_1\mid t_{i+1}-0)+\lambda_2},\quad i=0,1,2,\ldots\tag{7}$$

$$w_1=\frac{2\alpha+\lambda_1-\lambda_2-\sqrt{(\lambda_1-\lambda_2)^2+4\alpha^2}}{2(\lambda_1-\lambda_2)},$$

$$w_2=\frac{2\alpha+\lambda_1-\lambda_2+\sqrt{(\lambda_1-\lambda_2)^2+4\alpha^2}}{2(\lambda_1-\lambda_2)},$$

$$w(\lambda_1\mid t_0+0)=0{,}5.$$

Кроме этого, для $\Lambda_1(t)$, $\Lambda_2(t)$, входящих в (3), при $\sigma=0$ и $\alpha_1=\alpha_2=\alpha$ имеем $\Lambda_1(t)=\lambda_1$, $\Lambda_2(t)=\lambda_2$, так что

$$a(t,\theta)=(\lambda_1-\lambda_2)w(\lambda_1|t)+\lambda_2.\tag{8}$$

При (6), (8) в выражении (1) для $p(t|\theta)$

$$f(t,t_i,\theta)=\exp\left(-\int_{t_i}^t a(\tau,\theta)d\tau\right)=$$
$$=\Big[(w_2-w(\lambda_1\mid t_i+0))\exp\big\{-((\lambda_1-\lambda_2)w_1+\lambda_2)\times$$
$$\times(t-t_i)\big\}-(w_1-w(\lambda_1\mid t_i+0))\exp\big\{-((\lambda_1-\lambda_2)w_2+$$
$$+\lambda_2)(t-t_i)\big\}\Big]\Big[w_2-w_1\Big]^{-1},\tag{9}$$

так что (1) принимает вид

$$p(\theta|t)=\frac{f(t,t_i,\theta)p(\theta|t_i+0)}{\int_\Theta f(t,t_i,\theta)p(\theta|t_i+0)d\theta}.$$

Из-за сложности вычисления плотности $p(\theta|t)$ – рекуррентность в расчете $w(\lambda_1|t)$, сложные интегралы в (1) – в [2] предложен рекуррентный метод расчета вектора оценок $m(t)$ и матрицы ковариаций оценок параметров $c(t)$, основанный на приближенных формулах. Для безошибочных наблюдений и условия $\alpha_1=\alpha_2=\alpha$ рекуррентный алгоритм расчета $m(t)$, $c(t)$ принимает вид:

1) в момент начала наблюдений $t_0=0$ для вектора оценок $m(t)$ и матрицы ковариаций оценок $c(t)$ в [2] задаются начальные (априорные) значения $m(0)$, $c(0)$:

$$m(0)=\left[\frac{3}{2},\frac{1}{2},1\right],\ c(0)=\begin{bmatrix}5/4&1/4&0\\1/4&1/4&0\\0&0&1\end{bmatrix};\tag{10}$$

2) полагая $i=0$, для любого момента времени t, $t_i\le t\le t_{i+1}$ (t_{i+1} – момент наступления $(i+1)$-го события), рассчитываем $m_k(t)$, $c_{jl}(t)$, ($k,j,l=\overline{1,3}$):

$$m_k(t)=\Big[f_k(t,t_i,m(t_i+0))+\frac{1}{2}\times$$
$$\times\sum_{j,l=1}^3\frac{\partial^2 f_k(t,t_i,m(t_i+0))}{\partial\theta_j\partial\theta_l}c_{jl}(t_i+0)\Big]\times$$
$$\times\Big[f(t,t_i,m(t_i+0))+\frac{1}{2}\times$$
$$\times\sum_{j,l=1}^3\frac{\partial^2 f(t,t_i,m(t_i+0))}{\partial\theta_j\partial\theta_l}c_{jl}(t_i+0)\Big]^{-1},\ k=\overline{1,3};\tag{11}$$

$$c_{jl}(t)=\Big[F_{jl}(t,t_i,m(t_i+0))+\frac{1}{2}\times$$
$$\times\sum_{n,s=1}^3\frac{\partial^2 F_{jl}(t,t_i,m(t_i+0))}{\partial\theta_n\partial\theta_s}c_{ns}(t_i+0)\Big]\times$$
$$\times\Big[f(t,t_i,m(t_i+0))+\frac{1}{2}\times$$
$$\times\sum_{n,s=1}^3\frac{\partial^2 f(t,t_i,m(t_i+0))}{\partial\theta_n\partial\theta_s}c_{ns}(t_i+0)\Big]^{-1},\ j,l=\overline{1,3};$$

здесь $f(t,t_i,\theta)$ определена в (9):

$$f_k(t,t_i,\theta)=\theta_k f(t,t_i,\theta),k=\overline{1,3};$$
$$F_{jl}(t,t_i,\theta)=(\theta_j-m_j(t_i+0))\times$$
$$\times(\theta_l-m_l(t_i+0))f(t,t_i,\theta),j,l=\overline{1,3};\tag{12}$$

вероятность $w(\lambda_1|t_i+0)$ для (9) определена в (6), (7);

3) в момент t_{i+1} наступления первого события определяются величины $m_k(t_{i+1}-0)$, $c_{jl}(t_{i+1}-0)$ по формулам (11), (12);

4) пересчитываются оценки $m_k(t_{i+1}+0)$, $c_{jl}(t_{i+1}+0)$:

$$m_k(t_{i+1}+0)=\Big[a_k(t_{i+1}-0,m(t_{i+1}-0))+\frac{1}{2}\times$$

$$\times\sum_{j,l=1}^{3}\frac{\partial^2 a_k(t_{i+1}-0,m(t_{i+1}-0))}{\partial\theta_j\partial\theta_l}c_{jl}(t_{i+1}-0)\Big]\times$$

$$\times\Big[a(t_{i+1}-0,m(t_{i+1}-0))+\frac{1}{2}\times$$

$$\times\sum_{j,l=1}^{3}\frac{\partial^2 a(t_{i+1}-0,m(t_{i+1}-0))}{\partial\theta_j\partial\theta_l}c_{jl}(t_{i+1}-0)\Big]^{-1},\quad(13)$$

$$k=\overline{1,3},$$

$$c_{jl}(t)=\Big[A_{jl}(t_{i+1}-0,m(t_{i+1}-0))+\frac{1}{2}\times$$

$$\times\sum_{n,s=1}^{3}\frac{\partial^2 A_{jl}(t_{i+1}-0,m(t_{i+1}-0))}{\partial\theta_n\partial\theta_s}c_{ns}(t_{i+1}-0)\Big]\times$$

$$\times\Big[a(t,t_i,m(t_i+0))+\frac{1}{2}\times$$

$$\times\sum_{n,s=1}^{3}\frac{\partial^2 a(t_{i+1}-0,m(t_{i+1}-0))}{\partial\theta_n\partial\theta_s}c_{ns}(t_{i+1}-0)\Big]^{-1},$$

$$j,l=\overline{1,3};$$

здесь $a(t,\theta)$ определена в (8),

$$a_k(t_{i+1}-0,\theta)=\theta_k a(t_{i+1}-0,\theta),k=\overline{1,3},$$
$$A_{jl}(t_{i+1}-0,\theta)=(\theta_j-m_j(t_{i+1}-0))\times$$
$$\times(\theta_l-m_l(t_{i+1}-0))a(t_{i+1}-0,\theta),j,l=\overline{1,3},\quad(14)$$

расчет вероятности $w(\lambda_1|t)$ для (8) определен формулами (6), (7);

5) повторяются пункты 2–4 алгоритма для $i=1,2,\dots$.

Заметим, что в силу рекуррентности расчета $w(\lambda_1|t)$, определенной в (6), (7) и входящей в состав (11) – (14), получить аналитический вид производных не представляется возможным (для реализации алгоритма необходимо численное их нахождение).

Результаты имитационного моделирования

Методом имитационного моделирования на ЭВМ для нескольких значений параметров λ_1, λ_2, α_1, α_2 процесса $\lambda(t)$ был реализован рассматриваемый поток событий. По полученным моментам наступления событий с помощью описанного выше алгоритма были получены оценки $\hat\lambda_1$, $\hat\lambda_2$, $\hat\alpha_1=\hat\alpha_1=\hat\alpha$ параметров потока. Данные эксперимента представлены в табл. 1.

Таблица 1

Оценки параметров для некоторых значений $\theta=(\lambda_1,\lambda_2,\alpha_1,\alpha_2)$

	T	$m_1(0)$	$\hat\lambda_1(T)$	$m_2(0)$	$\hat\lambda_2(T)$	$m_3(0)$	$\hat\alpha(T)$	$\Delta(0)$	$\Delta(T)$
$\lambda_1=2$, $\lambda_2=1$, $\alpha_1=\alpha_2=0{,}8$	70,06	1,5	1,901	0,5	0,93277	1,0	0,83229	1,2	0,19852
$\lambda_1=5$, $\lambda_2=3$, $\alpha_1=\alpha_2=0{,}8$	21,62	1,5	4,81752	0,5	2,54420	1,0	1,46254	6,2	1,30081
$\lambda_1=6$, $\lambda_2=2$, $\alpha_1=\alpha_2=0{,}5$	19,66	1,5	6,27892	0,5	2,19260	1,0	1,52191	6,5	1,49343
$\lambda_1=10$, $\lambda_2=1$, $\alpha_1=\alpha_2=1$	31,63	1,5	7,0774	0,5	1,03231	1,0	1,29644	9,0	2,72101

Здесь T – время наблюдения, $m_1(0)$, $m_2(0)$, $m_3(0)$, согласно (10), – начальные значения для оценок $\hat\lambda_1(t)$, $\hat\lambda_2(t)$, $\hat\alpha(t)$ соответственно, $\Delta(t)$ – величина, характеризующая качество оценок и рассчитывающаяся как

$$\Delta(t)=\left|\lambda_1-\hat\lambda_1(t)\right|+\left|\lambda_2-\hat\lambda_2(t)\right|+\left|\alpha-\hat\alpha(t)\right|,$$

при этом $\Delta(0)$ характеризует различие параметров потока и априорных (начальных) оценок, $\Delta(T)$ – качество оценок в момент окончания наблюдения.

Анализ данных таблицы показывает, что оценки параметров тем лучше, чем ближе истинные значения параметров к априорным (10). По мере удаления истинных параметров исследуемого потока событий от априорных значений оценок качество оценок ухудшается.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Горцев А.М., Нежельская Л.А., Шевченко Т.И.* Оценивание состояний МС-потока событий при наличии ошибок измерений // Изв. вузов. Физика. 1993. № 12. С. 67–85.
2. *Горцев А.М., Шмырин И.С.* Оптимальная оценка параметров дважды стохастического пуассоновского потока событий при наличии ошибок в измерениях моментов наступления событий // Изв. вузов. Физика. 1999. № 4. С. 19–27.
3. *Горцев А.М., Шмырин И.С.* Оптимальная оценка состояний дважды стохастического пуассоновского потока событий при наличии ошибок в измерениях моментов наступления событий // Автоматика и телемеханика. 1999. № 1. С. 52–66.
4. *Горцев А.М., Нежельская Л.А.* Оптимальная нелинейная фильтрация марковского потока событий с переключениями // Техника средств связи. Серия: Системы связи. 1999. Вып. 7. С. 46–54.

Статья представлена кафедрой исследования операций факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию 15 апреля 2000 г.