УДК 621.394/395.74 - 503.5

С.Л. Шохор

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА СООБЩЕНИЙ В СЕТИ СВЯЗИ С РЕЗЕРВИРОВАНИЕМ КАНАЛА И ДИНАМИЧЕСКИМ ПРОТОКОЛОМ ДОСТУПА

Проведено исследование математической модели спутниковой сети связи с динамическим протоколом случайного множественного доступа с оповещением о конфликте. Рассмотрены марковская и немарковская модели. Найдены пропускная способность системы и распределение числа сообщений в сети.

Рассмотрим спутниковую сеть связи, управляемую протоколом случайного множественного доступа, состоящую из большого количества абонентских станций (АС), которые передают свои сообщения через спутник-ретранслятор. Передача сообщений происходит следующим образом: сначала АС посылает сигнал - запрос на резервирование канала, если резервирование проходит успешно, то станция начинает передачу сообщения, если же сигнал пришел в момент передачи запроса на резервирование от другой станции, то считается, что он попал в конфликт и оба запроса являются неудачными. Спутник сообщает всем АС, что произошел конфликт, уведомляя, таким образом, те станции, которые посылали запросы на резервирование, о том, что их требуется повторить. Запросы, пришедшие в момент интервала оповещения о конфликте, также требуют повторения. В динамическом протоколе [1] предлагается использовать случайную задержку повторной попытки резервирования канала, распределенную экспоненциально с параметром, зависящим от количества сообщений, попавших в конфликт.

Математическая модель

Для анализа рассмотренной сети построим ее математическую модель в виде однолинейной системы массового обслуживания (СМО), на вход которой поступает простейший с параметром λ поток требований. Если в момент поступления заявки на резервирование прибор свободен, то заявка занимает прибор в течение случайного времени с функцией распределения $B(s)$. Если за время ее обслуживания другие требования не поступали, то резервирование считается успешным и начинается обслуживание основного сообщения в течение случайного интервала времени с распределением $B1(s)$. Если во время обслуживания заявки поступает другая, то обе считаются искаженными, возникает конфликт и начинается интервал оповещения о конфликте, длительность которого имеет функцию распределения $A(s)$. Требования, поступающие в систему на интервале оповещения о конфликте, считаются искаженными. Все искаженные заявки поступают в источник повторных вызовов (ИПВ). Требования из ИПВ обращаются к прибору после случайной задержки, распределенной по показательному закону с параметром σ / i, где i – число заявок в ИПВ.

Предложенная модель является общим случаем для модели сети без резервирования, исследованной в [2].

Исследование марковской модели сети

Рассмотрим случай, когда время резервирования, время обслуживания заявок и интервал оповещения о конфликте распределены экспоненциально, т.е.

$$B(s) = 1 - \exp(-\mu s),\quad B1(s) = 1 - \exp(-\mu_2 s),$$

$$A(s) = 1 - \exp(-\mu_1 s).$$

Введем случайный процесс $k(t)$, принимающий 4 значения: $k(t) = 0$ - в момент времени t прибор свободен, $k(t) = 1$ - прибор занят обслуживанием запроса на резервирование, $k(t) = 2$ - в системе реализуется интервал оповещения о конфликте, $k(t) = 3$ - идет передача. Случайный процесс $i(t)$ - это количество заявок в момент времени t в ИПВ. Рассмотрим случайный двухмерный марковский процесс $\{i(t), k(t)\}$. Введем вероятности того, что в момент времени t в ИПВ находится i заявок:

$P_0(i,t) = P\{i(t) = i,\, k(t) = 0\}$ - прибор свободен,

$P_1(i,t) = P\{i(t) = i,\, k(t) = 1\}$ - резервирование,

$P_2(i,t) = P\{i(t) = i,\, k(t) = 2\}$ - идет интервал оповещения о конфликте,

$P_3(i,t) = P\{i(t) = i,\, k(t) = 3\}$ - передача.

Для нахождения неизвестных вероятностей применим метод производящих функций. Обозначим:

$$F_0(x) = \sum_{i=0}^{\infty} x^i P_0(i),\quad F_1(x) = \sum_{i=0}^{\infty} x^i P_1(i),$$

$$F_2(x) = \sum_{i=2}^{\infty} x^i P_2(i),\quad F_3 = \sum_{i=0}^{\infty} x^i P_3(i). \qquad (1)$$

Теорема 1. Производящие функции вероятностей состояний системы имеют следующий вид:

$$F_k(x) = \Delta_k / \Delta, \qquad (2)$$

где

$$\Delta = \frac{1}{x}((-1+x)\big((-1+x)x\lambda^2(\lambda+\sigma)(\lambda+\mu+\sigma) +$$
$$+ x\lambda((-1+x^2)\lambda^2 - \mu\sigma - \lambda(\mu - 2(-1+x)\sigma\big)\mu_1 -$$
$$- (\lambda(-\mu\sigma + x(\lambda^2 + 2\lambda\sigma + \sigma(\mu+\sigma))) +$$
$$+ (x(1+x)\lambda^2 + (2x\lambda - \mu)\sigma)\mu_1)\mu_2)),$$

$$\Delta_0 = -\frac{1}{x\mu\mu_2}(P_0(-1+x)\sigma(\mu_1(x\lambda^2 +$$
$$+ (x\lambda - \mu)\mu_2(x\lambda((-1+x)\lambda - \mu) +$$
$$+ (-x\lambda + \mu)\mu_2 + \lambda\mu\mu_2(-x\lambda((-2+x)\lambda +$$
$$+ (-1+x)(\mu+\sigma)) + (-\mu + x(2\lambda+\mu+\sigma))\mu_2))),$$

$$\Delta_1 = \frac{1}{x\mu\mu_2}(\lambda\sigma((-1+x)\lambda - \mu_2)(x\lambda^2(\lambda+\sigma+\mu_1) +$$
$$+ (\lambda(-\mu + x(\lambda+\mu+\sigma)) + (x\lambda - \mu)\mu_1)\mu_2)),$$

$$\Delta_2 = -\frac{1}{\mu\mu_2}\big(\lambda((-1+x)\lambda - \mu)(\lambda+\sigma) +$$
$$+ (\lambda+\mu+\sigma)((-2+x)\lambda - \mu_2)\mu_2\big),$$

$$\Delta_3 = \frac{1}{x\mu_2}\big(-x\lambda^2(\lambda+\sigma+\mu_1) -$$
$$-(\lambda(-\mu + x(\lambda+\sigma+\mu)) + (x\lambda - \mu)\mu_1)\mu_2\big),$$

$$P_0 = \big(\lambda^3\mu_2 - \mu\sigma\mu_1\mu_2 +$$

$$+\lambda^2(\mu\mu_1+2(\sigma+\mu_1)\mu_2)+\lambda\sigma(\mu\mu_1+(\sigma+2\mu_1)\mu_2)\Big)/$$
$$/\sigma(\lambda^3-\mu\mu_1\mu_2+\lambda(\sigma+\mu_1)\mu_2+\lambda^2(\sigma+\mu_1+\mu_2)). \quad (3)$$

Доказательство. В стационарном режиме вероятности состояний системы удовлетворяют следующей системе разностных уравнений:

$$(\lambda+\sigma)P_0(i)=\mu_1 P_2(i)+\mu_2 P_3(i),$$
$$(\lambda+\sigma+\mu)P_1(i)=\lambda P_0(i)+\sigma P_0(i+1),$$
$$(\lambda+\mu_1)P_2(i)=\lambda P_1(i-2)+\sigma P_1(i-1)+\lambda P_2(i-1),$$
$$(\lambda+\mu_2)P_3(i)=\mu P_1(i)+\lambda P_3(i-1), \quad (4)$$

с начальными условиями по i:

$$\lambda P_0(i)=\mu_2 P_3(0)\,,\ (\lambda+\sigma)P_0(1)=\mu_2 P_3(1),$$
$$(\lambda+\mu)P_1(0)=\lambda P_0(0)+\sigma P_0(1),$$
$$(\lambda+\mu_1)P_2(2)=\lambda P_1(0)+\sigma P_1(1),$$
$$(\lambda+\mu_2)P_3(0)=\mu P_1(0). \quad (5)$$

Умножим каждое уравнение системы (4) на x^i, просуммируем по i и, используя обозначения (1), получим систему уравнений четырех уравнений относительно производящих функций. Решая полученную систему, найдем выражения для производящих функций через неизвестную константу $P0(0)$, которую можно найти из условия нормировки:

$$F_0(1)+F_1(1)+F_2(1)+F_3(1)=1.$$

Следствие. Пропускная способность сети связи определяется уравнением:

$$S=\frac{G(\mu+\mu_2)}{\mu(1+G)+\mu_2(aG^2+2G+1)},$$

где $$G=S+\gamma,\gamma=\sigma\left(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\mu_2}\right),\ \frac{1}{a}=\mu_1\left(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\mu_2}\right).$$

(6)

Исследование немарковской модели

В случае неэкспоненциальных распределений случайный процесс $\{i(t),\ k(t)\}$ не является марковским. Для исследования этой системы произведем его марковизацию, используя метод дополнительных переменных. Введем процесс $z(t)$ – время, оставшееся до конца текущего состояния прибора при $k(t)=\{1,2,3\}$. Обозначим:

$$P_k(i,z)=P\{k(t)=k,i(t)=i,z(t)<z\},k=\{1,2,3\},$$
$$F_0(x)=\sum_{i=0}^{\infty}x^iP_0(i),F_k(x,z)=\sum_{i=0}^{\infty}x^iP_k(i,z). \quad (7)$$

Исследование проводится методом производящих функций.

Теорема 2. Производящие функции имеют вид:

$$F_0(x)=(P_0(x(x\beta(\lambda+\delta)\lambda\sigma+\beta\delta\sigma^2+x^2\lambda((-1+\beta+\delta)\lambda+$$
$$+(-1+\delta)\sigma))\alpha(x)-(\lambda+\sigma)(x\delta\sigma+(x(-1+\beta+\delta)\lambda+$$
$$+(-1+\beta)\sigma\delta)\beta_1(x))))/(\delta(x\beta(x\lambda+\sigma)^2\alpha(x)-$$
$$-(\lambda+\sigma)(x(\lambda+\sigma)+(-1+\beta)(x\lambda+\sigma)\beta_1(x)))),$$
$$F_1(x)=(P_0(\beta\sigma\lambda\delta+x((-1+\beta+\delta)\lambda^2-$$
$$-(-2+\beta)(-1+\delta)\lambda\sigma+(-1+\delta)\sigma^2)+$$
$$(x\lambda+\sigma)(-x\beta(-1+\delta)\sigma\alpha(x)+(-(-1+\beta+\delta)\lambda+$$
$$+(-1+\beta)(-1+\delta)\sigma)\beta_1(x))))/(\delta(x\beta(x\lambda+\sigma)^2\alpha(x)-$$
$$-(\lambda+\sigma)(x(\lambda+\sigma)+(-1+\beta)(x\lambda+\sigma)\beta_1(x)))),$$
$$F_2(x)=-(P_0x(-1+\alpha(x))(-\beta\delta\sigma^2-$$
$$-x\beta\sigma(\lambda+\delta\lambda+\sigma-\delta\sigma)-x^2((-1+\beta+\delta)\lambda^2-$$
$$-(-2+\beta)(-1+\delta)\lambda\sigma+(-1+\delta)\sigma^2)+$$
$$+(x\lambda+\sigma)(x(-1+\beta+\delta)\lambda-x(-1+\beta)(-1+\delta)\sigma+$$
$$+\beta\delta\sigma)\beta_1(x)))/((-1+x)\delta(x\beta(x\lambda+\sigma)^2\alpha(x)-$$
$$+(\lambda+\sigma)(x(\lambda+\sigma)+(-1+\beta)(x\lambda+\sigma)\beta_1(x)))),$$
$$F_3(x)=(P_0(-(\lambda+\sigma)((-1+\beta)\delta\sigma+$$
$$+x((-1+\beta+\delta)\lambda+(-1+\beta+2\delta-\beta\delta)\sigma))+$$
$$+x(x\lambda+\sigma)(x(-1+\beta+\delta)\lambda-x(-1+\beta)(-1+\delta)\sigma+$$
$$+\beta\delta\sigma)\alpha(x))(-1+\beta_1(x)))/$$
$$/((-1+x)\delta(x\beta(x\lambda+\sigma)^2\alpha(x)-(\lambda+\sigma)(x(\lambda+\sigma)+$$
$$+(-1+\beta)(x\lambda+\sigma)\beta_1(x)))). \quad (8)$$

Здесь $$P_0=\delta(-\sigma+b\lambda(\lambda+\sigma)+\beta((a-b)\lambda^2+$$
$$+\sigma+\lambda(2+a\sigma-b\sigma)))/\Big(a(-1+\beta+\delta)\lambda^2+$$
$$+(-1+\beta)\sigma+(-1+\beta+\delta)\lambda(2+a\sigma)\Big). \quad (9)$$

Доказательство. В стационарном режиме вероятности состояний системы удовлетворяют следующей системе дифференциально-разностных уравнений:

$$(\lambda+\sigma)P_0(i)=\frac{\partial P_2(i,0)}{\partial z}+\frac{\partial P_3(i,0)}{\partial z},i\geq 2,$$
$$(\lambda+\sigma)P_1(i,z)=\frac{\partial P_1(i,z)}{\partial z}-\frac{\partial P_1(i,0)}{\partial z}+$$
$$+\lambda B(z)P_0(i)+\sigma B(z)P_0(i+1),i\geq 1,$$
$$\lambda P_2(i,z)=\frac{\partial P_2(i,z)}{\partial z}-\frac{\partial P_2(i,0)}{\partial z}+\lambda A(z)P_1(i-2)+$$
$$+\sigma A(z)P_1(i-1)+\lambda P_2(i-1,z),\ i\geq 3,$$
$$\sigma A(z)P_1(i-1)+\lambda P_2(i-1,z)\ ,\ i\geq 3,$$
$$\lambda P_3(i,z)=\frac{\partial P_3(i,z)}{\partial z}-\frac{\partial P_3(i,0)}{\partial z}+$$
$$+\frac{\partial P_1(i,0)}{\partial z}B_1(z)+\lambda P_3(i-1,z),i\geq 1, \quad (10)$$

с начальными условиями по i:

$$\lambda P_0(0)=\frac{\partial P_3(0,0)}{\partial z},\ (\lambda+\sigma)P_0(1)=\frac{\partial P_3(1,0)}{\partial z},$$
$$\lambda P_1(0,z)=\frac{\partial P_1(0,z)}{\partial z}-\frac{\partial P_1(0,0)}{\partial z}+$$
$$+\lambda B(z)P_0(0)+\sigma B(z)P_0(1),$$
$$\lambda P_2(2,z)=\frac{\partial P_2(2,z)}{\partial z}-\frac{\partial P_2(2,0)}{\partial z}+$$
$$+\lambda A(z)P_1(0)+\sigma A(z)P_1(1),$$
$$\lambda P_3(0,z)=\frac{\partial P_3(0,z)}{\partial z}-\frac{\partial P_3(0,0)}{\partial z}+\frac{\partial P_1(0,0)}{\partial z}B(z). \quad (11)$$

Умножив уравнения (10) и (11) на x^i, просуммировав по i, используя обозначения (7), получим систему уравнений относительно неизвестных производящих функций:

$$(\lambda+\sigma)F_0(x)=\frac{\partial F_2(x,0)}{\partial z}+\frac{\partial F_3(x,0)}{\partial z}+\sigma P_0(0),$$

$$(\lambda+\sigma)F_1(x,z)=\frac{\partial F_1(x,z)}{\partial z}-\frac{\partial F_1(x,0)}{\partial z}+$$
$$+(\lambda+\sigma/_x)B(z)F_0(x)+\sigma P_1(0,z)-\sigma/_x B(z)P_0(0),$$
$$\lambda(1-x)F_2(x,z)=\frac{\partial F_2(x,z)}{\partial z}-\frac{\partial F_2(x,0)}{\partial z}+$$
$$+\left(\lambda x^2+\sigma x\right)A(z)F_1(x)-\sigma xA(z)P_1(0),$$
$$\lambda(1-x)F_3(x,z)=\frac{\partial F_3(x,z)}{\partial z}-\frac{\partial F_3(x,0)}{\partial z}+$$
$$+\frac{\partial F_1(x,0)}{\partial z}B_1(z). \qquad (12)$$

Здесь $F_k(x)=F_k(x,\infty)$.

В уравнениях системы (12) при $z\to\infty$, имеем:

$$\frac{\partial F_1(x,0)}{\partial z}=\left(\lambda+\frac{\sigma}{x}\right)F_0(x)-(\lambda+\sigma)F_1(x)+\sigma P_1(0)-\frac{\sigma}{x}P_0(0),$$
$$\frac{\partial F_2(x,0)}{\partial z}=\left(\lambda x^2+\sigma x\right)F_1(x)-\lambda(1-x)F_2(x)-\sigma xP_1(0),$$
$$\frac{\partial F_3(x,0)}{\partial z}=\frac{\partial F_1(x,0)}{\partial z}-\lambda(1-x)F_3(x). \qquad (13)$$

Решая второе уравнение системы (12), получим:

$$F_1(x,z)=\exp\{(\lambda+\sigma)z\}f_1(x,z),$$
$$f_1(x,z)=\int_0^z\exp\{-(\lambda+\sigma)t\}\left\{\frac{\partial F_1(x,0)}{\partial z}-(\lambda+\frac{\sigma}{x})\times\right.$$
$$\left.\times B(t)F_0(x)-\sigma P_1(0,t)+\sigma/_x B(t)P_0(0)\right\}dt \qquad (14)$$

так как $\lim\limits_{z\to\infty}F_1(x,z)=F_1(x)<\infty\Rightarrow\lim\limits_{z\to\infty}f_1(x,z)=0.$ Обозначим $\beta_1(x)=\lambda(1-x)\int_0^\infty\exp\{-\lambda(1-x)t\}B_1(t)dt,$

$$\Pi=(\lambda+\sigma)\int_0^\infty\exp\{-(\lambda+\sigma)t\}P_1(0,t)dt,$$
$$\beta=(\lambda+\sigma)\int_0^\infty\exp\{-(\lambda+\sigma)t\}(1-B(t))dt,$$
$$\alpha(x)=\lambda(1-x)\int_0^\infty\exp\{-(\lambda+\sigma)t\}A(t)dt,$$
$$\delta=\lambda\int_0^\infty\exp\{-\lambda tt\}B(t)dt. \qquad (15)$$

Из (14) с учетом (15) получим выражение для производной в нуле:

$$\frac{\partial F_1(x,0)}{\partial z}=\left(\lambda+\sigma/_x\right)(1-\beta)F_0(x)+$$
$$+\sigma\Pi-\sigma/_x P_0(0)(1-\beta). \qquad (16)$$

Аналогично из второго и третьего уравнений системы (12) будем иметь:

$$\frac{\partial F_2(x,0)}{\partial z}=(\lambda x^2+\sigma x)\alpha(x)F_1(x)-\sigma x\alpha(x)P_1(0),$$
$$\frac{\partial F_3(x,0)}{\partial z}=\beta_1(x)\frac{\partial F_1(x,0)}{\partial z}. \qquad (17)$$

Для неизвестных констант Π и $P_1(0)$ можно найти их выражения через константу $P_0(0)$ из системы для начальных условий (11). Приравнивая выражения из (13) с (16) и (17), получаем систему неоднородных линейных уравнений относительно искомых функций $F_k(x)$. Решая эту систему, получим выражения для производящих функций через неизвестную константу $P_0(0)$, которую можно найти из условия нормировки $F_0(1)+F_1(1)+F_2(1)+F_3(1)=1$.

Следствие. Пропускная способность сети определяется уравнением

$$S=\frac{G(1-\beta)(b+b_1)}{b_1\left[1+G(1-\beta)+\beta(1+aG)\right]+b\left[1+\beta(1+aG)\right]},$$

где b – среднее время резервирования, b_1 – среднее время обслуживания, $a=a_1/(b+b_1)$, a – средняя длительность интервала оповещения о конфликте, $R=\lambda(b+b_1)$ – загрузка системы, $\gamma=\sigma(b+b_1)$, $G=S+\gamma$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Назаров А.А., Пичугин С.Б.* Исследование спутниковой сети связи методом математического моделирования // Изв. вузов. Физика. 1992. № 9. С. 120–129.
2. *Шохор С.Л.* Распределение числа сообщений в спутниковой сети связи с динамическим протоколом доступа // Математическое моделирование. Кибернетика. Информатика. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. С. 162–166
3. *Назаров А.А., Шохор С.Л.* Сравнение асимптотической и допредельной моделей сети связи с динамическим протоколом случайного множественного доступа // Математическое моделирование и теория вероятностей. Томск: Изд-во «Пеленг», 1998. С. 233–242
4. *Баруча-Рид А.Т.* Элементы теории марковских процессов и их приложения. М.: Наука, 1969.
5. *Клейнрок Л.* Теория массового обслуживания. М.: Машиностроение, 1979.
6. *Кениг Д., Штойян Д.* Методы теории массового обслуживания. М.: Радио и связь, 1981.

Статья предоставлена кафедрой теории вероятностей и математической статистики факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию 26 мая 2000 г.

УДК 002.001

А.А. Скутин

ВОПРОСЫ АУТЕНТИФИКАЦИИ УДАЛЕННЫХ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ В КОРПОРАТИВНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Дается неформальное представление о корпоративных информационных системах (КИС), обсуждаются проблемы, связанные с обеспечением целостности информации в них, – защиты, аутентификации, синхронизации. Подробно обсуждаются проблемы аутентификации удаленных пользователей КИС и защиты обмениваемой информации. Предлагается модель построения механизма доступа удаленных пользователей к КИС.