ЛИТЕРАТУРА

1. *Jain A., Farrokhnia F.* Unsupervised texture segmentation using Gabor filters // Pattern Recognition. 1991. Vol. 24. № 12. P. 1167–1186.
2. *Hofmann T., Puzicha J., Buhman J.* Unsupervised texture segmentation in a deterministic annealing framework // IEEE Trans. on PAMI. 1998. Vol. 20. № 8. P. 803–818.
3. *Daugman J.* Uncertainty relation for resolution in space, spatial frequency, and orientation optimized by two-dimiensional visual cortical filters // Journal of the optical society Am. A. 1985. Vol. 2. № 7. P. 1160–1169.
4. *Айвазян С.А., Мхитарян В.С.* Прикладная статистика и основы эконометрики. М.: ЮНИТИ, 1998. 1022 с.
5. *Ojala T., Pietikäinen M.* Unsupervised texture segmentation using feature distributions // Pattern Recognition. 1999. Vol. 32. № 3.
6. *Brodatz P.* Textures: A Photographic album for artists and designers. New York: Dover Publications, 1966.

Статья представлена кафедрой высшей математики и математического моделирования факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию 21 февраля 2000 г.

УДК 620.179.152

О.И. Недавний, В.И. Солодушкин, В.А. Удод

ОПТИМАЛЬНАЯ АПОДИЗАЦИЯ АПЕРТУРЫ ДЕТЕКТОРА ИЗЛУЧЕНИЯ В РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В одномерном варианте решена задача оптимального выбора аподизирующей функции апертуры детектора излучения, применяемого для регистрации излучения в радиометрических системах радиационного контроля. Представлена геометрическая интерпретация основного расчетного соотношения. Указана область использования полученных результатов.

Проводимые в настоящей работе исследования относятся к радиометрическим системам неразрушающего радиационного контроля. Принцип действия данных систем состоит в следующем [1]. Пучок квантов, испускаемых источником рентгеновского или γ-излучения, сканирует по объекту контроля (ОК), последовательно просвечивая все его участки. Излучение, прошедшее через контролируемый участок, регистрируется детектором и далее преобразуется к виду, удобному для дальнейшей обработки и (или) окончечной регистрации. По результатам регистрации оператором выносится решение о состоянии внутренней структуры ОК, в частности, о наличии (либо отсутствии) в ОК инородных включений (ИВ).

При проектировании радиометрической системы одной из основных является задача оптимального выбора апертуры детектора излучения [2]. Ранее эта задача решалась путем оптимального выбора отдельных параметров апертур, имеющих заданную форму и обладающих в пределах рабочей зоны детектора однородной чувствительностью к падающему излучению [2–6]. Между тем, естественно предположить, что для обнаружения системой ИВ сложной конфигурации целесообразно использовать детекторы с неоднородной (аподизированной) чувствительностью апертуры. На практике простейшие детекторы такого типа используются в некоторых системах рентгеновской вычислительной томографии для повышения пространственного разрешения томограмм [7].

Целью настоящей работы является оптимальный (в смысле заданного критерия) выбор аподизирующей функции (АФ) апертуры детектора радиометрической системы, предназначенной для обнаружения в ОК плотных ИВ сложной конфигурации. Ввиду сложности рассматриваемой задачи ограничимся одномерным вариантом при её решении.

Постановка оптимизационной задачи

Для формализованного описания исследуемой задачи сделаем следующие предположения:

1) поток квантов излучения – пуассоновский;

2) сканирование ОК осуществляется дискретно с малым шагом (малым по сравнению с поперечными размерами обнаруживаемого ИВ). При этом само сканирование происходит следующим образом. Пучок излучения фиксируется в некоторой позиции на ОК и просвечивает его в течение определенного промежутка времени. По истечении этого времени пучок перемещается в следующую позицию (совершает шаг) и процесс повторяется;

3) детектор регистрирует излучение в счетном режиме, т.е. измеряет число квантов за фиксированный промежуток времени и притом тогда, когда пучок излучения находится в какой-то фиксированной позиции;

4) аподизированная апертура технически реализована в виде однородного фильтрующего поглотителя (ФП) излучения, имеющего переменную толщину и установленного за ОК перед детектором.

Одним из распространенных критериев качества функционирования радиометрических систем радиационного контроля является отношение сигнал / шум (ОСШ) [2], которое для счетного режима регистрации излучения представимо в виде

$$M = \frac{\Delta N}{\sigma}, \qquad (1)$$

где ΔN – максимальное изменение среднего числа квантов излучения, регистрируемых детектором, обусловленное наличием ИВ в ОК (сигнал); σ – среднее квадратическое отклонение числа квантов, регистрируемых детектором при отсутствии ИВ в ОК (шум).

Используем в дальнейшем условие максимума ОСШ (1) как критерий оптимального выбора АФ апертуры детектора радиометрической системы. С учетом введенных предположений 1 – 4 запишем развернутое выражение для ОСШ (1) в одномерном варианте

$$M = c\frac{\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(x)f(x)dx}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty}f(x)dx}}. \qquad (2)$$

Здесь $c = \sqrt{bN_0\varepsilon\tau}\ \exp\left(-\frac{\mu_1 H}{2}\right)$; b – ширина апертуры детектора (совпадает с шириной ИВ); N_0 – плотность потока квантов излучения вблизи детектора при отсутствии ОК; ε – эффективность регистрации излучения детектором; τ – время измерения числа квантов детектором (постоянное на каждом шаге сканирования ОК); μ_1 – линейный коэффициент ослабления (ЛКО) излучения для материала ОК; H – толщина ОК; $\varphi(x)=1-\exp(-\mu g_0(x))$ – функция ИВ, означающая для фиксированного x вероятность события {при движении кванта вдоль прямой, проходящей через точку x параллельно оси пучка излучения, он вступает во взаимодействие с материалом ИВ};

$\mu=\mu_2-\mu_1>0$; μ_2 – ЛКО ИВ; $g_0(x)$ – лучевой размер ИВ (протяженность ИВ вдоль направления распространения пучка излучения); $f(x)=\exp(-\mu_3\, p(x))$ – АФ апертуры детектора, означающая для фиксированного x вероятность события {при движении кванта вдоль прямой, проходящей через точку x параллельно оси пучка излучения, он не вступает во взаимодействие с материалом ФП}; μ_3 – ЛКО ФП; $p(x)$– лучевой размер ФП.

Задача заключается в отыскании АФ $f(x)$, доставляющей максимум выражению (2) для заданной функции ИВ $\varphi(x)$. Задачу будем решать в следующей математической постановке. Требуется найти максимум функционала

$$F(f)=\frac{\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(x)f(x)dx}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty}f(x)dx}} \qquad (3)$$

по всевозможным функциям

$\{f\in L_1(-\infty,+\infty)\,|\ 0\le f\le 1$ почти всюду$\}$ (4)

для заданной функции

$$\varphi\in B=\{\varphi\in C(-\infty,+\infty)\,|\,0\le f\le 1;$$

$$\varphi\equiv 0 \text{ вне } (0,a), a>0;\ \varphi^{*}<0 \text{ на } (0,a)\}, \qquad (5)$$

где параметр a физически означает длину ИВ (его протяженность в направлении сканирования ОК). Связь между ОСШ (2) и функционалом (3) при этом следующая:

$$M=cF(f). \qquad (6)$$

Сформулированная оптимизационная задача (3) – (5) является неклассической вариационной задачей, что предполагает использование специфических подходов для ее решения.

Решение оптимизационной задачи

Функция $\varphi\in B$ всюду непрерывна и ограничена, а функция $f\in L_1(-\infty,+\infty)$, поэтому, согласно [8], произведение $f\varphi\in L_1(-\infty,+\infty)$. Так как $\varphi\in B$ тождественно обращается в нуль вне интервала (0, a), то для функционала (3) будем иметь

$$F(f)=\frac{\int_{0}^{a}\varphi(x)f(x)dx}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx}}. \qquad (7)$$

Для $\forall f\in A$ будет выполняться неравенство $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx\ge\int_{0}^{a}f(x)dx$, из которого вытекает справедливость неравенства

$$F(f)\le\frac{\int_{0}^{a}\varphi(x)f(x)dx}{\sqrt{\int_{0}^{a}f(x)dx}} \qquad (8)$$

для $\forall\ \varphi\in B$. Из (8) следует очевидный вывод: максимум функционала (7) следует искать на множестве $A_0=A\bigcap\{f\,|\,f\equiv 0 \text{ вне } (0,a)\}$, т.е. среди таких $f\in A$, которые тождественно обращаются в нуль вне интервала $(0,a)$. В этом случае неравенство (8) перейдет в равенство.

Проведенное выше исследование позволяет свести исходную оптимизационную задачу (3)–(5) к задаче максимизации функционала

$$F_0(f)=\frac{\int_{0}^{a}\varphi(x)f(x)dx}{\sqrt{\int_{0}^{a}f(x)dx}} \qquad (9)$$

при тех же ограничениях (4), (5). Легко видеть, что при этом будет выполняться равенство

$$\max_{f\in A}F(f)=\max_{f\in A_0}F(f)=\max_{f\in A}F_0(f). \qquad (10)$$

Обозначим: $D_\lambda=\{x\in[0,a]\,|\,\varphi(x)\ge\lambda\}$; $S(\lambda)=\int_{D_\lambda}dx$ – мера Лебега множества D_λ; $\lambda_0=\max_{[a,a]}\varphi(x)$; $x_0\in[0;a]$ таково, что $\varphi(x_0)=\lambda_0$ (такое x_0 существует и единственно, т.к. $\varphi''(x)<0$ на $(0;a)$); $\chi_{D_\lambda}(x)$ – характеристическая функция множества D_λ; $x_1(\lambda)$ и $x_2(\lambda)$ – два корня уравнения $\varphi(x)=\lambda$, где $0<x_1(\lambda)<x_2(\lambda)<a$, $\lambda\in(0;\lambda_0)$. Если $\lambda\in(0;\lambda_0)$, то $x_1(\lambda)$ – возрастающая функция, а $x_2(\lambda)$ – убывающая, $x_1(0+0)=0$, $x_2(0-0)=a$, $x_1(\lambda_0-0)=x_2(\lambda_0+0)=x_0$. Заметим, что $S(\lambda)$ – непрерывная убывающая функция при $\lambda\in(0;\lambda_0)$ и $S(0+0)=a$, $S(\lambda_0-0)=0$.

Пусть $f\in A$ и $\int_0^a f(x)dx=c_1$, $0<c_1\le a$. Так как $S(\lambda)$ непрерывна и $0\le S(\lambda)\le a$, то найдется такое λ, что $S(\lambda)=c_1$. Для этого λ оценим разность:

$$F(\chi_{D_\lambda})-F(f)=\frac{1}{\sqrt{c_1}}\left(\int_0^a\varphi(x)dx\chi_{D_\lambda}(x)dx-\right.$$

$$\left.-\int_0^a\varphi(x)f(x)dx\right)=\frac{1}{\sqrt{c_1}}\int_0^a(\chi_{D_\lambda}(x)-f(x))\varphi(x)dx=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{c_1}}\left(\int_{D_\lambda}(\chi_{D_\lambda}(x)-f(x))\varphi(x)dx+\right.$$

$$\left.+\int_{D_0\setminus D_\lambda}(\chi_{D_\lambda}(x)-f(x))\varphi(x)dx\right)\ge$$

$$\ge\frac{1}{\sqrt{c_1}}\left(\int_{D_\lambda}\lambda(1-f(x))dx-\int_{D_0\setminus D_\lambda}\lambda f(x)dx)\right)=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{c_1}}\left(\lambda\int_{D_\lambda}dx-\lambda\int_{D_\lambda}f(x)dx-\lambda\int_{D_0\setminus D_\lambda}f(x)dx\right)=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{c_1}}\left(\lambda S(\lambda)-\lambda\int_{D_0}f(x)dx\right)=\frac{1}{\sqrt{c_1}}\left(\lambda c_1-\lambda\int_0^a f(x)dx\right)=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{c_1}}(\lambda c_1-\lambda c_1)=0.$$

Следовательно, $F(\chi_{D_\lambda})\ge F(f)$. Это неравенство превращается в равенство тогда и только тогда, когда выполняется система равенств:

$$\begin{cases} \int_{D_\lambda} (\varphi(x)-\lambda)(1-f(x))dx = 0, \\ \int_{D_0 \setminus D_\lambda} (\varphi(x)-\lambda) f(x)dx = 0. \end{cases}$$

Данная система равенств будет справедлива лишь в том случае, когда $f = \chi_{D_\lambda}$ почти всюду (с точностью до множества нулевой меры).

Из проведенного анализа вытекает следующий вывод: максимум функционала F_0 достигается только на функциях вида

$$f = \chi_{D_\lambda}. \qquad (11)$$

При подстановке (11) в (9) получаем одномерную функцию

$$u(\lambda) = F_0(\chi_{D_\lambda}) = \frac{\int_{D_\lambda} \varphi(x)dx}{\sqrt{\int_{D_\lambda} dx}}. \qquad (12)$$

Задача поиска экстремали функционала F_0 теперь сводится к отысканию точки максимума функции $u(\lambda)$. Покажем, что такое λ существует и единственно, т.е. покажем, что экстремаль f_{opt} единственна, и выведем уравнение, из которого находится оптимальное значение λ.

Для удобства дальнейшего анализа представим (12) в следующей эквивалентной форме:

$$u(\lambda) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \theta(\varphi(x)-\lambda)\varphi(x)dx}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} \theta(\varphi(x)-\lambda)dx}},$$

где $\theta(t)$ – единичная функция Хевисайда:

$$\theta(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } t \ge 0, \\ 0, & \text{если } t < 0. \end{cases}$$

Поэтому (с учетом того, что $\theta'(t) = \delta(t)$ – дельта-функция Дирака) получаем:

$$u'(\lambda) = \frac{\left(\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\varphi(x)-\lambda)dx\right)\left(\int_{D_\lambda} \varphi(x)dx - 2\lambda \int_{D_\lambda} dx\right)}{2\sqrt{\left(\int_{D_\lambda} dx\right)^3}}.$$

Но при $\lambda \in (0; \lambda_0)$ выполняются соотношения [9]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\varphi(x)-\lambda)\,dx = \frac{1}{|\varphi'(x_1(\lambda))|} + \frac{1}{|\varphi'(x_2(\lambda))|} > 0;$$

$$2\sqrt{\left(\int_{D_\lambda} dx\right)^3} > 0.$$

Следовательно, знак производной $u'(\lambda)$ совпадает со знаком функции $m(\lambda) = \int_{D_\lambda} \varphi(x)dx - 2\lambda \int_{D_\lambda} dx$ при $\lambda \in (0; \lambda_0)$. Покажем, что уравнение $m(\lambda)=0$ имеет единственное решение $\lambda=\rho$ на интервале $(0; \lambda_0)$, и этот корень ρ доставляет функции $u(\lambda)$ глобальный максимум. Заметим, что $m(\lambda) = \int_{\lambda}^{\lambda_0} S(t)dt - \lambda S(\lambda)$. Так как $S(\lambda)$ убывает, то

$$m(\lambda) \le \int_{\lambda}^{\lambda_0} S(\lambda)dt - \lambda S(\lambda) = S(\lambda)(\lambda_0 - 2\lambda).$$

Следовательно, при $\lambda \in (\frac{\lambda_0}{2}; \lambda_0)$ с учетом того, что $S(\lambda)>0$, получим: $m(\lambda) \le S(\lambda)(\lambda_0 - 2\lambda) < 0$. А так как $m(\lambda)$ непрерывна и $m(0) = \int_0^{\lambda_0} S(t)dt > 0$, то на интервале $(0; \frac{\lambda_0}{2})$ существует корень уравнения $m(\lambda)=0$. Покажем, что этот корень единственный на $(0; \lambda_0)$. Найдем производные функции $m(\lambda)$:

$$m'(\lambda) = -S(\lambda) - S(\lambda) - \lambda S'(\lambda) = -2S(\lambda) - \lambda S'(\lambda),$$

$$m''(\lambda) = -3S'(\lambda) - \lambda S''(\lambda).$$

Как следует из [9],

$$S'(\lambda) = -\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\varphi(x)-\lambda)dx = -\frac{1}{\varphi'(x_1(\lambda))} + \frac{1}{\varphi'(x_2(\lambda))}$$

или $S''(\lambda) = \frac{\varphi''(x_1(\lambda))x_1'(\lambda)}{(\varphi'(x_1(\lambda)))^2} - \frac{\varphi''(x_2(\lambda))x_2'(\lambda)}{(\varphi'(x_2(\lambda)))^2}$.

Но так как $x_1(\lambda)$ возрастает при $\lambda \in (0, \lambda_0)$, $x_2(\lambda)$ – убывает, а $\varphi' < 0$, то $S''(\lambda) < 0$ при $\lambda \in (0, \lambda_0)$. Поэтому $m'' = -3S'(\lambda) - \lambda S''(\lambda) > 0$, так как $S'(\lambda) < 0$. Следовательно, функция $m(\lambda)$ выпукла вниз и поэтому у нее есть единственная точка минимума $\lambda = \lambda_1$. Найдем значение функции $m(\lambda)$ при $\lambda = \lambda_0$:

$$m(\lambda_0) = \int_{\lambda_0}^{\lambda_0} S(t)dt - \lambda_0 S(\lambda_0) = 0 - \lambda_0 \cdot 0 = 0.$$

Таким образом, $m(\lambda)$ убывает на $(0; \lambda_1)$ от значения $m(0)>0$ до своего минимального значения $m(\lambda_1)$, а затем на (λ_1, λ_0) возрастает от $m(\lambda_1)<0$ до $m(\lambda_0)=0$, поэтому на $(0; \lambda_1)$ существует единственный корень ρ уравнения $m(\lambda)=0$, а на интервале (ρ, λ_0) $m(\lambda)$ отрицательна, т.е. уравнение $m(\lambda)=0$ имеет единственный корень ρ на $(0; \lambda_0)$. Причем $m(\lambda)>0$ на $(0; \rho)$ и $m(\lambda)<0$ при $\lambda \in (\rho, \lambda_0)$. Следовательно, функция $u(\lambda)$ возрастает при $\lambda \in (0, \rho)$ и убывает при $\lambda \in (\rho, \lambda_0)$, поэтому ρ – единственная точка глобального максимума функции $u(\lambda)$. Это значит, что $f_{opt} = \chi_{D_\rho}$ – единственная функция, доставляющая максимум функционалам $F_0(f)$ и $F(f)$. Экстремальное значение ρ находится из уравнения

$$\int_{x_1(\rho)}^{x_2(\rho)} \varphi(x)dx = 2\rho(x_2(\rho) - x_1(\rho)). \qquad (13)$$

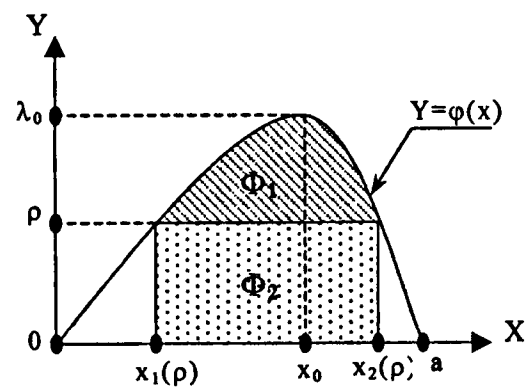

Рис. 1. К расчету значения ρ

Геометрически это означает, что площади фигур Φ_1 и Φ_2 (рис. 1) равны, где $\Phi_1=\{(x, y)|\rho\le y\le\varphi(x);\ x\in[0, a]\}$ – часть подграфика функции $y=\varphi(x)$, лежащая выше прямой $y=\rho$, а $\Phi_2=\{(x, y)|0\le y\le\rho;\ x_1(\rho)\le x\le x_2(\rho)\}$ – прямоугольник, заключенный между прямыми $y=\rho$, $y=0$, $x=x_1(\rho)$, $x=x_2(\rho)$. При этом значении ρ, учитывая (6), (9), (10), получим максимальную величину ОСШ (2):

$$M_{\max} = 2c\rho\sqrt{x_2(\rho)-x_1(\rho)}. \qquad (14)$$

Заключение

В рамках принятых предположений в результате решения оптимизационной задачи (3) – (5) нами получено, что оптимальная АФ апертуры детектора радиометриче-ской системы единственна и имеет следующий вид:

$$f_{\text{opt}}(x) = \chi_{D_\rho}(x), \qquad (15)$$

т.е. является характеристической функцией множества $D_\rho = \{x\in[0,a]\,|\,\varphi(x)\ge\rho\}$, где $[0, a]$=supp φ – носитель функции ИВ $\varphi(x)$, а параметр ρ находится из уравнения (13). При этом максимальное значение ОСШ равно (14).

Примечательной особенностью полученной АФ (15) является то, что соответствующая ей апертура детектора обладает однородной чувствительностью к излучению, однако не по всему носителю функции ИВ (как это рекомендовано в [10]), а лишь в той его части, где лучевой размер ИВ больше некоторого критического значения, определяемого через параметр ρ из уравнения (13).

Полученные результаты могут быть использованы для оценки предельных возможностей радиометрических систем контроля, разрабатываемых для обнаружения в изделиях плотных ИВ сложной конфигурации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Приборы для неразрушающего контроля материалов и изделий. В 2-х книгах. Кн. 1 / Под ред. В.В. Клюева. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1986. 488 с.
2. *Горбунов В.И., Покровский А.В.* Радиометрические системы радиационного контроля. М.: Атомиздат, 1979. 224 с.
3. *Горбунов В.И., Завьялкин Ф.М., Солодушкин В.И., Удод В.А.* Выбор параметров радиометрических систем с дискретным сканированием радиационного поля // Автометрия. 1987. № 4. С. 21–27.
4. *Горбунов В.И., Горбунов В.М., Завьялкин Ф.М., Квасница М.С.* Влияние усреднения измеряемой характеристики изделия в поле зрения детектора на выбор радиометрического устройства // Дефектоскопия. 1976. № 2. С. 117–127.
5. *Завьялкин Ф.М., Удод В.А.* Двухапертурное кодирование проекций // Автометрия. 1990. № 2. С. 91–93.
6. *Недавний О.И., Максименко Б.В., Осипов С.П., Удод В.А.* Многоканальные радиометрические системы контроля с полутоновой визуализацией теневых радиационных изображений. Ч.2. Расчет оптимальных параметров систем // Дефектоскопия. 1993. № 7. С. 79–85.
7. *R.M. Henkelman, B.R. Preiss.* A nonuniform detector aperture for CT-IN // J. comput. assist. tomogr. 1981. Vol. 5. № 3. P. 401–408.
8. *Рудин У.* Основы математического анализа. Пер. с англ. В.П. Хавина. М.: Мир, 1966. 320 с.
9. *Троицкий И.Н.* Статистическая теория томографий. М: Радио и связь, 1989. 240 с.
10. *Старцева Л.В.* Разработка и исследование алгоритмов обнаружения дефектов в радиационной дефектоскопии: Автореф. канд. дис. Томск, 1981.

Статья представлена кафедрой исследования операций факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию 1 февраля 2000г.

УДК 519.24

Б.Е. Тривоженко

ВЫДЕЛЕНИЕ ТРЕНДА ВРЕМЕННОГО РЯДА СПЛАЙНАМИ ВТОРОГО ПОРЯДКА ДЕФЕКТА ДВА

Рассматривается задача выделения тренда временного ряда, когда моменты измерений его значений образуют случайный поток событий и неизвестны. Для рассматриваемого случая получены рекуррентные алгоритмы оценки коэффициентов сплайна и исследованы их статистические свойства. Получено выражение для средней интегральной погрешности выделения тренда.

Одна из задач анализа функционирования сложных технических систем – выделение тренда телеметрируемых параметров, характеризующих состояние системы в некоторые дискретные моменты времени. Определяющими факторами при решении этой задачи являются:

1) выбор математической модели, описывающей тренд наблюдаемых значений случайного процесса;

2) задание схемы наблюдений, на основе анализа которых этот тренд выделяется.

В работах по анализу временных рядов (например, [1, 2]) рассматривается случай, когда измерения значений случайного процесса производятся в моменты времени, отстоящие на одинаковую величину друг от друга. В предлагаемой работе измерение значений наблюдаемого процесса производится в некоторые случайные моменты времени, которые предполагаются неизвестными.

Пусть имеется временной ряд $y(t) = f(t) + n(t)$, являющийся суммой некоторой детерминированной функции $f(t)$, называемой трендом процесса $y(t)$, и $n(t)$ – случайной функцией, наличие которой обусловлено ошибками измерений, внешними помехами и т.д. Для выделения тренда временного ряда производятся $y(t)$ в некоторые моменты времени t_1, t_2,..., которые являются случайными величинами и образуют простейший поток событий с параметром λ. Предполагается, что помехи измерений $n_i = n(t_i)$, $i=1$, 2,... – независимые одинаково распределённые величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2. Относительно тренда предполагается, что он представляет собой сплайн второго порядка. В этом случае время наблюдения разбивается на интервалы одинаковой длины T и на k-м интервале тренд представляется в виде полинома второго порядка $f_k(t) = a_k + b_k\frac{t}{T} + c_k\left(\frac{t}{T}\right)^2$. Считается, что на каждом временном интервале отсчет времени ведётся от начала этого интервала. Эти полиномы должны быть «сшиты» на концах, т.е. конец $(k-1)$-го отрезка