ляются (путем выполнения двух шагов моделирования) динамические переходы $(t_{ij}, s_{ij}) = \Psi(b_j, s_i)$.

5. $Q:=Q\cup Q'$, $Q':=\varnothing$.

6. В Q' добавляются те из состояний t_{ij}, s_{ij}, которые не содержатся в Q.

7. Шаги 4 – 6 повторяются до тех пор, пока в Q' появляются новые состояния.

4. Описание программ

Алгоритмы моделирования реализованы программно на языке C++. Исходными данными для программы служат текстовые файлы, содержащие описание схемы и описание теста. Схема описывается на языке SDL [2]. Обязательно присутствие раздела INPUTS, содержащего имена входных полюсов, и хотя бы одного из разделов NETS (описание узлов схемы) и COMPS (описание связей элементов схемы). При трансляции описания схемы во внутреннюю форму производится синтаксический контроль описания. При наличии в описании разделов NETS и COMPS одновременно проверяется соответствие их друг другу. В качестве примера приведем описание схемы логического вентиля ИЛИ-НЕ с двумя входами:

NAME: NOR-2; INPUTS: X1,X2;OUTPUTS: Y; PMOS: T11,T12; NMOS: T21,T22; COMPS; T11=1*N3, 2*N5, 3*N1; T12=1*N3, 2*N5, 3*N2; T21=1*N5, 2*N6, 3*N1; T22=1*N6, 2*N4, 3*N2; X1=N1; X2=N2; Y=N5; VDD=N4; GND=N3;NETS; N1=X1, T11.3, T21.3; N2=X2, T12.3, T22.3; N3=GND, T11.1,T12.1; N4=VDD, T22.2; N5=Y, T21.1, T12.2, T11.2; N6=T21.2, T22.1;ENDC.

Последовательность входных состояний (тест) задается уравнениями вида: <имя_входного_полюса>=*a*, *b*, ..., где *a*, *b*, ... принимают значения из *S*. Возможна сокращенная запись теста уравнением вида: <имя_входного_полюса>=[*a*, *b*,...]/*i*,..., где *i* – натуральное число, означающее, что группа значений *a*, *b*,... повторяется *i* раз. Если значение переменной не задано, то полагается равным 00. Уравнения разделяются символом ';'. Пример задания теста для схемы NOR_2: *X*1=[10]/2, [01]/2;*X*2=[10,01]/2.

Может быть задано также начальное состояние, которое проверяется на устойчивость. Если начальное состояние не задано, то оно вычисляется с помощью шага моделирования для полностью неопределенных полного и входного состояний.

Начальное состояние задается уравнениями вида: <имя_узла или имя_полюса>=*a*; где $a\in S$. Если уравнение для узла не задано, то его начальное состояние полагается равным EE (кроме полюсов *GND* и *VDD*, состояния которых равны 10 и 01 соответственно). Уравнения с одинаковой правой частью можно объединить в одну цепочку равенств.

Пример задания начального состояния для схемы NOR_2: N6=N5=00;*X*2=N1=10.

Кроме того, могут быть заданы также список синхронных входов и эквивалентность *R* на множестве точек полурешетки P^2. Результатом работы программы является последовательность полных устойчивых состояний со значениями в полурешетке *S*, в которые переводят схему наборы теста.

Основные блоки программы:

– трансляция во внутреннее представление описаний схемы, теста и начального состояния с синтаксическим и семантическим контролем (программа написана при участии А. Лесных);

– проверка начального состояния на устойчивость;

– подстановка в схему схем всех ее элементов;

– построение по эквивалентности *R* полурешетки <*R*>;

– собственно моделирование;

– вывод результатов – полных состояний схемы или (по желанию пользователя) состояний отдельных узлов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Агибалов Г.П.* Дискретные автоматы на полурешетках. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1993. 227 с.
2. *Киносита К., Асада К., Карацу О.* Логическое проектирование СБИС: Пер. с япон. М.: Мир, 1988. 309 с.

Статья представлена кафедрой программирования факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию 11 января 1999г.

УДК 519.7

И.А. Панкратова

СИНТЕЗ КОМБИНАЦИОННЫХ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ СХЕМ С ЗАДАННЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ ПОВЕДЕНИЕМ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 98-01-00288

Рассматривается задача синтеза комбинационных переключательных схем из элементов фиксированного базиса (транзисторов и резисторов), обладающих заданным динамическим поведением. Даются постановка задачи и метод ее решения, состоящий из двух шагов: сведения задачи к построению схем, реализующих булевы функции, и синтеза последних в виде параллельно-последовательных сетей.

1. Постановка задачи

Переключательная схема служит моделью БИС и определяется в [1] как тройка конечных множеств (X, Z, Z_0), где X – множество элементов схемы, Z – множество узлов, $Z_0\subseteq Z$ – множество полюсов схемы. Элемент схемы принадлежит некоторому множеству *B* базисных элементов и имеет собственные полюсы. Множество узлов схемы представляет собой разбиение на множестве полюсов всех ее элементов. Среди полюсов схемы выделяют полюсы источника питания – *VDD* и *GND*, входные полюсы, через которые на схему подаются воздействия извне, и выходные полюсы, с которых снимается реакция схемы.

Будем рассматривать схемы, состоящие из простейших переключательных элементов – транзисторов различных типов, резисторов. Транзистор представляет собой элемент с управляемой проводимостью и задается монотонной функцией проводимости $p=f(s)$; здесь s – состояние затвора транзистора; p – проводимость между его истоком и стоком, $p\in P$, $s\in S$; P и S – полурешетки проводимостей и состояний соответственно. В общем случае $P\subseteq C=\{0, 1, X, 0', 1', X', E\}$; здесь 0, 1, X – точки полурешетки, представляющие собой проводимости соответственно разомкнутой, замкнутой и резистивной цепей; остальные элементы – в подходящей степени неопределенные значения: 0'=1+X, 1'=0+X, X'=0+1, E=0+1+X (полная неопределенность). В частности, для КМОП-схем $P=\{0, 1, X'\}$. Состоянием узла является пара проводимостей от этого узла до полюсов источника питания, т.е. $S=P^2$. В табл. 1 приведены значения функций проводимости некоторых транзисторов на множестве точек полурешетки C^2.

Таблица 1

Функции некоторых транзисторов

s	T_1	T_2	T_3	T_4
00	X'	X'	1	0
01	1	0	1	0
10	0	1	0	1
0X	1	0	1	0
X0	0	1	0	1
1X	0	1	0	1
X1	1	0	1	0
11	X'	X'	X'	X'
XX	X'	X'	1	0

Здесь T_1 и T_2 – МОП-транзисторы n- и p-типа соответственно; T_3 и T_4 – нормально открытый и нормально закрытый транзисторы с затвором Шоттки. Резистор представляет собой элемент с двумя полюсами и постоянной проводимостью между ними, равной X.

Припишем всем входным полюсам схемы входные переменные $x_1,..., x_n$ со значениями в S, а выходным – выходные переменные $y_1,..., y_m$, также со значениями в S. Переключательная схема является комбинационной, если значения переменных $y_1,..., y_m$ зависят только от структуры схемы и значений переменных $x_1,..., x_n$ и не зависят от состояний остальных (не являющихся полюсами) узлов. Таким образом, функционирование комбинационной схемы задается уравнением $y=\varphi(x)$, где $y\in S^m$, $x\in S^n$, φ – векторная функция.

Под динамическим поведением комбинационной переключательной схемы будем понимать процесс изменения ее выходного состояния при асинхронном изменении состояний входных полюсов. Пусть входное состояние a меняется на b. Процесс этого изменения описывается промежуточным входным состоянием $a+b$, где «+» – сложение в полурешетке S. На выходах схемы при этом вырабатывается некоторое значение $u=\varphi(a+b)$. При установившемся входном состоянии b на выходах схемы появляется значение $v=\varphi(b)$. Четверку (ab, uv) назовем динамическим переходом схемы.

Теперь можно поставить задачу синтеза комбинационной переключательной схемы с заданным динамическим поведением. Заданы:

1) полурешетки проводимостей P и состояний $S=P^2$;

2) система команд K на полурешетке S, где каждая команда имеет вид (ab, wz), $a, b\in S^n$, $w, z\in S^m$;

3) элементный базис – множество переключательных элементов $\{e_1,..., e_k\}$, каждый из которых описывается функцией $f_i: S\to P$, $i=1,..., k$.

Требуется из элементов заданного базиса построить комбинационную переключательную схему N, реализующую заданную систему команд в следующем смысле: для любой команды $c=(ab, wz)\in K$ динамический переход (ab, uv) схемы реализует команду c, т.е. удовлетворяет соотношениям $u\le w$, $v\le z$, где $\le$ – отношение порядка в полурешетке S^m.

2. Метод решения

Перейдем от системы команд K к табличному заданию функции $y=\varphi(x)$. Для этого:

1) для всякой команды $c=(ab, wz)\in K$ добавим в таблицу две строки: $(a+b, w)$ и (b, z);

2) строки с одинаковой левой частью (a, w_1) и (a, w_2) объединим в одну: (a, w), где w есть наибольшая общая нижняя грань w_1 и w_2 в S^m. Если для w_1 и w_2 в S^m общей нижней грани не существует, то система команд K нереализуема (не существует реализующей ее схемы) – по теореме 8.1 в [1]. Построенная таким образом функция φ проверяется на квазимонотонность (необходимое условие реализуемости).

Пусть далее $m=1$, т.е. $y\in S$. Функцию состояний $\varphi(x)$ тогда можно представить в виде двух функций проводимости $\varphi_0(x)$ и $\varphi_1(x)$, представляющих собой первую и вторую компоненты $\varphi(x)$ соответственно. Схему N будем строить в виде рис. 1, где N_0 – схема, проводимость между полюсами 0 и 1 которой реализует функцию $\varphi_0(x)$, и в N_1 проводимость между полюсами 1 и 2 реализует функцию $\varphi_1(x)$. Возможно задание различных базисов для построения схем N_0 и N_1; например, для получения КМОП-схем базис для N_0 должен содержать только МОП-транзисторы n-типа, а для N_1 – МОП-транзисторы p-типа.

Задача синтеза двухполюсной переключательной схемы с заданными условиями функционирования известна давно [2,3]; при этом под «условиями функционирования» понимается обычно задание полностью определенной булевой функции. В нашей постановке подлежащая реализации функция есть частично определенная функция на полурешетках. В работах [1, 4] описан декомпозиционный метод синтеза переключательных схем, реализующих заданные функции проводимости, для случая произвольного базиса переключательных элементов, и сформулированы необходимые и достаточные условия полноты используемого базиса.

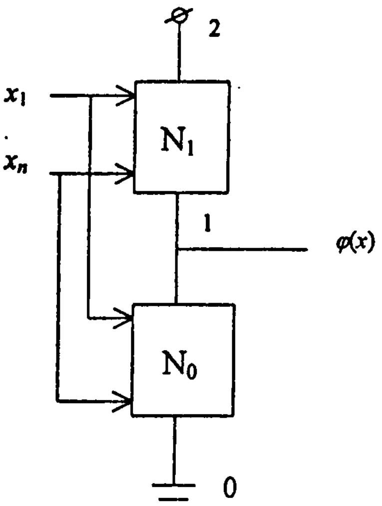

Рис. 1

Мы рассмотрим алгоритм построения переключательной схемы N, реализующей между полюсами 0 и 1 функцию проводимости $\varphi(x)$, для базиса $\{T_1,T_2, T_3,T_4,R\}$, где $T_1 - T_4$ – транзисторы, функции которых представлены в табл. 1, а R – резистор. При построении схем будем использовать параллельное и последовательное соединения цепей, моделирующие соответственно конъюнкцию ($\wedge$) и дизъюнкцию ($\vee$) проводимостей. В табл. 2 приводятся значения этих операций на множестве точек полурешетки C^2.

Таблица 2

Операции $\wedge$ и $\vee$

x_1	0	0	0	X	X	X	1	1	1
x_2	0	X	1	0	X	1	0	X	1
$x_1 \wedge x_2$	0	0	0	0	X	X	0	X	1
$x_1 \vee x_2$	0	X	1	X	X	1	1	1	1

Пусть задано множество базисных элементов $B= =\{e_1,..., e_k, R\}$, где $e_i \in \{T_1,T_2,T_3,T_4\}$, $i=1,..., k$ – элементы с функциями проводимости $f_i:S\to P'$, $P'=\{0, 1, X'\}$, и функция проводимости $\varphi(x):S^n\to P$. Построим для каждого элемента $u=(u_1,...,u_n)$ из области определения функции $\varphi(x)$ вектор значений функций проводимости базисных элементов: $\Phi(u)=(f_1(u_1),...,f_1(u_n),..., f_k(u_1),...,f_k(u_n), X)$. $\Phi(u)$ принимает значения в полурешетке $P''=(P')^{kn}$ X. Функции $\varphi(x)$ сопоставим функцию $f_\varphi:P''\to P$, определенную на множестве векторов $\Phi(u)$, по правилу: $f_\varphi(\Phi(u))=\varphi(u)$. Через $a[j]$ будем обозначать j-ю компоненту вектора a.

Теорема 1. Для того чтобы существовала переключательная схема из элементов базиса B, реализующая функцию проводимости $\varphi(x)$, необходимо, чтобы соответствующая функция f_φ была квазимонотонна.

Доказательство. Рассмотрим произвольные элементы $u1$, $u2$, $u3$ из области определения функции $\varphi(x)$ такие, что соответствующие им векторы $\Phi(u1)$, $\Phi(u2)$, $\Phi(u3)$ имеют общую нижнюю грань в P''. Тогда для любых $i=1,..., k, j=1,..., n$ значения функций проводимости базисных элементов $f_i(u1[j])$, $f_i(u2[j]), f_i(u3[j])$ имеют общую нижнюю грань в P'.

В силу монотонности операций конъюнкции и дизъюнкции проводимостей любая сеть из базисных элементов реализует функцию проводимости f такую, что $f(u1)$, $f(u2)$, $f(u3)$ имеют общую нижнюю грань в P, а в силу монотонности функций f_i то же свойство выполняется и для каскадного соединения элементов. Таким образом, любая схема из элементов базиса B реализует функцию проводимости, значения которой на элементах $u1$, $u2$, $u3$ имеют общую нижнюю грань, из чего следует утверждение теоремы. Теорема доказана.

Пусть заданная для реализации функция $\varphi(x)$ удовлетворяет условию теоремы. Воспользовавшись методом разложения [4], можно получить, например, следующую формулу для $\varphi(x)$:

$$\varphi(x)=(g_1\vee g_2\wedge X\vee g_3)\wedge(X\wedge g_4\vee g_5);$$

компоненты разложения приводятся в табл. 3.

Таблица 3

Разложение функции $\varphi(x)$

$\varphi(x)$	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_1'	g_2'	g_3'	g_4'
0	0	0	E	E	E	0	0	X'	X'
1	1	E	E	E	E	1	X'	X'	X'
X	1'	0'	0	1	E	0	1	0	1
1'	1'	E	E	E	1'	0	X'	X'	X'
0'	E	0'	E	E	0'	X'	1	X'	X'
X'	X'	X'	1	0	X'	X'	X'	1	0

Функция $\varphi(x)$ квазимонотонна, т.е. для любых не обязательно различных a_1, a_2, a_3 из области ее определения из того, что $\varphi(a_1)$, $\varphi(a_2)$, $\varphi(a_3)$ не имеют общей нижней грани в P, следует, что a_1, a_2, a_3 не имеют общей нижней грани в S^n. Непосредственной проверкой можно убедиться, что это свойство выполняется и для функций $g_1 - g_4$, т.е. они также квазимонотонны. Кроме того, функции $g_1 - g_4$ реализуются квазимонотонными функциями $g_1' - g_4'$ со значениями в полурешетке P'; значит, соответствующие им схемы можно построить из элементов $T_1 - T_4$ (этот алгоритм будет описан в следующем разделе). Функция g_5 требует особого рассмотрения. Предварительно установим следующее вспомогательное утверждение.

Утверждение. Если функция $f:P''\to P$ квазимонотонна, то для любых a_1, a_2, a_3 из области ее определения таких, что $f(a_1)=1'$, $f(a_2)=0'$, $f(a_3)=X'$, хотя бы одна из пар (a_1, a_2), (a_2, a_3) и (a_1, a_3) не имеет общей нижней грани в P''.

Доказательство. Предположим, что все пары (a_1, a_2), (a_2, a_3) и (a_1, a_3) имеют общие нижние грани в P''. Тогда для любого $j=1,..., k \cdot n+1$ пары компонент ($a_1[j]$, $a_2[j]$), ($a_2[j]$, $a_3[j]$) и ($a_1[j]$, $a_3[j]$) также имеют общие нижние грани. Так как $a_1[j]$, $a_2[j]$ и $a_3[j]$ принимают значения в полурешетке P' или равны X, то и вся тройка ($a_1[j]$, $a_2[j]$, $a_3[j]$) имеет общую нижнюю грань (по доказанному в [4]), а поскольку это выполняется для любого j, то и тройка векторов (a_1, a_2, a_3) имеет общую нижнюю грань в P''. Но $f(a_1)$, $f(a_2)$, $f(a_3)$ общей нижней грани в P не имеют, что противоречит квазимонотонности f. Утверждение доказано.

Обозначим через U_f^σ множество всех элементов a из области определения функции f, для которых $f(a)=\sigma$, $\sigma\in\{0, 1, X, 0', 1', X'\}$, и вернемся к функции g_5. Будем разлагать ее по операциям конъюнкции и дизъюнкции проводимостей до тех пор, пока не получим все компоненты разложения gi такие, что $|U_{gi}^{1'}|=1$, $|U_{gi}^{0'}|=1$. Пусть $gi(a_0)=1'$, $gi(a_1)=0'$. Для каждой компоненты разложения возможен один из двух вариантов:

1) a_0 и a_1 не имеют общей нижней грани. Тогда функция gi реализуется квазимонотонной функцией g со значениями в P' и следующей областью определения: $U_g^0=U_{gi}^{1'}$, $U_g^1=U_{gi}^{0'}$.

2) a_0 и a_1 имеют общую нижнюю грань. Тогда множество $U_{gi}^{X'}$ можно разбить на два подмножества: $U_{gi}^{X'0'}$, состоящее из элементов, не имеющих общей нижней грани с a_1, и $U_{gi}^{X'}-U_{gi}^{X'0'}$ (его элементы не имеют общей нижней грани с a_0 в силу доказанного утверждения).

Реализующую gi функцию можно построить в виде: $gi_1\vee X\wedge gi_2\leq gi$, где gi_1, gi_2 – квазимонотонные функции со значениями в P', заданные следующими множествами: $U_{gi1}^0=U_{gi}^{1'}$, $U_{gi1}^1=U_{gi}^{X'}-U_{gi}^{X'0'}$, $U_{gi2}^1=U_{gi}^{0'}$, $U_{gi2}^0=U_{gi}^{X'0'}$.

Таким образом, задача сведена к реализации функций проводимости со значениями в P'.

3. Синтез переключательных схем, реализующих функции проводимости со значениями в полурешетке $P'=\{0, 1, X'\}$

Пусть квазимонотонная функция $f(x_1,\dots,x_n):S^n\to P'$ задана двумя множествами: U_f^0 и U_f^1, и задано множество базисных элементов $\{e_1,\dots, e_k\}$ с функциями проводимости $f_i:S\to P'$, $i=1,\dots,k$. Вычислим значения каждой из функций f_1, ..., f_k для всех аргументов $x_1,\dots, x_n$ на множестве $U_f=U_f^1\cup U_f^0$, т.е. построим множество функций $\Phi=\{f_1(x_1),\dots f_1(x_n),\dots, f_k(x_1),\dots, f_k(x_n)\}$. Если существует $f_i(x_j)\in\Phi$ такая, что для всех $a\in U_f$ имеет место $f_i(a[j])\leq f(a)$, то искомая схема C состоит из одного базисного элемента e_i, затвор которого отождествлен с входным полюсом схемы x_j. В противном случае будем строить схему N в виде параллельно-последовательной сети, определяемой следующим образом:

1. Базисный элемент e_i, затвор которого отождествлен с входным полюсом схемы x_j, а исток и сток – с полюсами 1 и 2 соответственно, есть сеть $N_{1,2}$, реализующая между полюсами 1 и 2 функцию проводимости $f_i(x_j)$.

2. Если $N_{1,2}$ и $N_{3,4}$ – сети, реализующие функции проводимости f_1 (между полюсами 1 и 2) и f_2 (между полюсами 3 и 4) соответственно, то их последовательное соединение состоит в отождествлении полюсов 2 и 3 и есть сеть $N_{1,4}$, реализующая функцию проводимости $f_1\wedge f_2$ между полюсами 1 и 4, а параллельное соединение состоит в попарном отождествлении полюсов 1 и 3, 2 и 4 и есть сеть $N_{1,2}$, реализующая функцию проводимости $f_1\vee f_2$ между полюсами 1 и 2.

3. Других сетей нет.

Теорема 2. Для того чтобы существовала сеть, реализующая функцию f, необходимо и достаточно, чтобы для любой пары (a, b), где $a\in U_f^0$, $b\in U_f^1$, существовала функция $\varphi_{ab}\in\Phi$, такая что $\varphi_{ab}(a)=0$, $\varphi_{ab}(b)=1$.

Доказательство. Достаточность. Непосредственной проверкой убеждаемся, что следующие формулы (и соответствующие им схемы) реализуют f:

$$\sum_{b\in U_f^1}\prod_{a\in U_f^0}\phi_{ab}\leq f,\ \prod_{a\in U_f^1}\sum_{b\in U_f^1}\phi_{ab}\leq f. \qquad (1)$$

Здесь знаки Σ и Π обозначают дизъюнкцию и конъюнкцию проводимостей соответственно.

Необходимость. Пусть $f(a)=0$, $f(b)=1$, и не существует $\varphi_{ab}\in\Phi$ такой, что $\varphi_{ab}(a)=0$, $\varphi_{ab}(b)=1$. Возможны два случая:

1) не существует $\varphi_{ab}\in\Phi$ такой, что $\varphi_{ab}(a)=1$, $\varphi_{ab}(b)=0$. Тогда векторы $\varphi_1(a),\dots, \varphi_{k\cdot n}(a)$) и ($\varphi_1(b),\dots, \varphi_{k\cdot n}(b)$ имеют общую нижнюю грань, и в силу нарушения условия квазимонотонности функции f_φ построение сети, реализующей f, невозможно;

2) существует $\varphi_{ab}\in\Phi$ такая, что $\varphi_{ab}(a)=1$, $\varphi_{ab}(b)=0$. Предположим, что соответствующий базисный элемент e_{ab} участвует в построении сети, реализующей f, в параллельном соединении с некоторой сетью S_1 с функцией f_1. Тогда это соединение реализует функцию $f_2=f_1\vee\varphi_{ab}$, и $f_2(a)=1$, $f_2(b)=f_1(b)$.

Итак, значения функции f_2 на элементах a, b либо совпадают со значениями φ_{ab}, либо имеют общую нижнюю грань – 1. В обоих случаях участие сети с функцией f_2 в дальнейших построениях не приведет к реализации $f(x)$ такой, что $f(a)=0$, $f(b)=1$, т.к. на элементах a, b значения φ_{ab} будут повторяться либо нарушится условие квазимонотонности. Аналогичные рассуждения можно провести и для последовательного соединения элемента e_{ab} с сетью S_1. Необходимость доказана. Теорема доказана.

Формулы (1) доставляют схемы, далекие от оптимальных (по числу транзисторов). Для упрощения получаемых схем применим декомпозиционный параметрический метод Павлова [5]. Суть метода состоит в последовательном упрощении задаваемых для реализации функций путем разложения их по базисным операциям (в нашем случае это операции $\wedge$ и $\vee$); под «упрощением» здесь понимается сокращение области определения функции до тех пор, пока не найдется реализующая ее функция $\varphi\in\Phi$. Функция f задается четверкой параметров: U_f^0, U_f^1, m_f^0, m_f^1 (на старте алгоритма $m_f^0=|U_f^0|$, $m_f^1=|U_f^1|$), и считается, что φ реализует f, если $|U_f^0\cap U_\varphi^0|\geq m_f^0$, $|U_f^1\cap U_\varphi^1|\geq m_f^1$. При поиске разложения $f_1\vee f_2\leq f$ используются формулы:

$$\mathrm{U}_{f_1}^0=U_f^0; U_{f_1}^1=U_f^1; m_{f_1}^0=m_f^0, m_{f_1}^1=\frac{m_f^1}{2}. \qquad (2)$$

После нахождения функции $\varphi\in\Phi$, реализующей f_1, определяются параметры второй компоненты разложения:

$$U_{f_2}^0=U_f^0\cap U_\phi^0, U_{f_2}^1=U_f^1-U_\phi^1,$$

$$m_{f_2}^0=m_f^0, m_{f_2}^1=m_f^1-\left|U_f^1\cap U_\phi^1\right|. \qquad (3)$$

Для получения разложения $f_1\wedge f_2\leq f$ надо в формулах (2), (3) поменять местами верхние индексы 0 и 1. Так как при разложении по $\vee$ уменьшается параметр m_f^1, а при разложении по $\wedge$ – m_f^0, то для выбора базисной операции на каждом шаге алгоритма можно использовать следующее эвристическое соображение: если $m_f^0 > m_f^1$, то выбираем операцию $\wedge$, иначе – $\vee$. Если для очередной компоненты разложения не находится реализующей ее функции в Φ, то она, в свою очередь, подвергается разложению, и так до определения всех компонент. Процесс сходится, если выполнено условие теоремы 2.

Данный алгоритм строит однокаскадные схемы, а значит, решение в классе КМОП-схем существует, только если задана отрицательная функция либо на входы схемы вместе с каждым входным сигналом подается и его инверсия. В дальнейшем предполагается рассмотреть вопрос о выделении каскадов, преследующем двоякую цель: во-первых, расширение класса реализуемых функций и, во-вторых, упрощение получаемых схем (особенно при задании на синтез системы функций).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Агибалов Г.П.* Дискретные автоматы на полурешетках. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1993. 227 с.
2. *Шеннон К.* Работы по теории информации и кибернетике. М.: ИЛ, 1963. 827 с.
3. *Поваров Г.Н.* Метод синтеза вычислительных и управляющих контактных схем // Автоматика и телемеханика. 1957. № 2. С. 145–162.
4. *Агибалов Г.П., Бузанов В.А., Липский В.Б., Румянцев Б.Ф.* Логическое проектирование переключательных автоматов. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1983. 156 с.
5. *Павлов В.Л.* О синтезе логических схем из элементов «ИЛИ–НЕ» с ограниченным числом входов // Вычислительная техника. Каунас: Каунасский политехнический институт, 1971. Т. 2. С. 219–223.

Статья представлена кафедрой защиты информации и криптографии факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию 1 марта 2000 г.

УДК 519.7

Н.Г. Парватов

К СИНТЕЗУ ФОРМУЛ, РЕАЛИЗУЮЩИХ И ПРЕДСТАВЛЯЮЩИХ КВАЗИМОНОТОННЫЕ И МОНОТОННЫЕ ФУНКЦИИ НА ПОЛУРЕШЕТКЕ ПОДМНОЖЕСТВ КОНЕЧНОГО МНОЖЕСТВА

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 98-01-00288

Предлагаются методы синтеза формул из одноместных функций и двухместной дизъюнкции (конъюнкции) для реализации и представления квазимонотонных и монотонных функций на полурешетке подмножеств k-элементного множества.

Постановка задачи

Будем рассматривать функции, которые вместе со своими аргументами принимают значения из верхней полурешетки C всех непустых подмножеств множества $E=\{0,..., k-1\}$. Множество всех таких функций обозначим P_C. Функции из P_C заслуживают внимания в связи с тем, что с их помощью удается адекватно и с наперед заданной точностью моделировать динамическое поведение интегральных схем логического управления [1]. Область определения D_f любой такой функции f от n переменных является полурешеткой C^n – n-й декартовой степенью полурешетки C. В ней элементы суть наборы длины n с компонентами в C, отношение порядка $\leq$ есть покомпонентное включение и сложение есть покомпонентное объединение.

Функция f называется *аддитивной*, если она является гомоморфизмом полурешеток, т.е. если $f(a+b)=f(a)+f(b)$ для любых a и b из D_f. Функция f называется *точечной*, если ее значение на любом элементе d из D_f равно сумме (объединению) элементов, содержащихся в d. Функция f называется *монотонной*, если для произвольных a и b из D_f всякий раз из $a\leq b$ следует $f(a)\leq f(b)$. Функция f *реализуется* функцией g, или g является *реализацией* f, если $g(d)\leq f(d)$ при любом d из D_f. Функция f называется *квазимонотонной*, если она реализуется некоторой монотонной функцией. Множества всех аддитивных, точечных, монотонных и квазимонотонных функций в P_C обозначаются соответственно H, P, M и Q. Вместе с отношением реализации они являются частично упорядоченными множествами, причем H и P – собственными подмножествами в M, M – собственным подмножеством в Q, Q – собственным подмножеством в P_C, поэтому можно говорить о минимальных элементах в них. Минимальными в Q функциями являются *минимальные точечные функции*, множество которых обозначается T. Множества всех минимальных элементов частично упорядоченного множества S обозначается $m(S)$. В частности, $m(P)=m(Q)=m(M)=T$, $m(C)=E$ – множества минимальных точечных функций и одноэлементных подмножеств соответственно. Элементы в C будем рассматривать и как функции в P_C, принимающие значения соответствующих констант и, следовательно, являющиеся точечными функциями, т.е. $C\subseteq P$, причем $m(C)\subseteq m(P)$. Введенные выше определения взяты нами из [2].

Пусть $B\subseteq Q$. Определим понятие *формулы над B* и *функции данной формулы*. Сделаем это в форме следующего индуктивного определения:

1. Пусть x – символ переменной, принимающей значения в полурешетке C. Тогда x – формула над B и одноместная функция, значения которой совпадают со значениями своего аргумента – функция данной формулы.

2. Пусть $F_1,..., F_m$ – формулы над B и функции $f_1,..., f_m$ являются функциями соответствующих формул $F_1,..., F_m$. Пусть f – символ m-местной функции из B. Тогда $f(F_1,..., F_m)$ – формула над B и $f(f_1,..., ...,f_m)$ – функция данной формулы.