

АНАЛИЗ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ В УСЛОВИЯХ ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Для анализа инвестиционных проектов предлагается использовать методы интервальной математики. Выведены формулы для расчета чистого приведенного дохода. Приведены результаты численных расчетов.

Анализ инвестиционных проектов заключается в оценке и сравнении эффективности альтернативных проектов. Измерителями эффективности применяют как формальные характеристики, основанные на дисконтировании потоков ожидаемых поступлений и расходов, так и показатели, определяемые на основе данных бухгалтерского учета. Для оценки эффективности инвестиционных проектов используют четыре основных показателя: чистый приведенный доход (NPV), срок окупаемости, индекс рентабельности, внутреннюю норму доходности (IRR) [1]. Расчет этих показателей основан на принципе дисконтирования потоков платежей. Предполагаются известными размеры расходов и будущих поступлений от инвестиционной деятельности и рыночная процентная ставка – ставка сравнения [1] (точнее, прогноз ее значения на будущее). На практике эти величины точно неизвестны, но можно, как правило, с достаточной степенью достоверности задать интервалы, в которых они лежат. В этом случае для анализа инвестиционных проектов можно применить методы интервальной математики [2–6]. В данной работе с помощью обобщенной интервальной арифметики [2] рассмотрена задача определения одного из наиболее часто применяемых на практике показателей – чистого приведенного дохода в условиях интервальной неопределенности.

Основные результаты

Под чистым приведенным доходом понимают разность дисконтированных на один момент времени показателей дохода и капиталовложений [1].

Пусть поток поступлений характеризуется величинами $R^{(i)} \in [R_1^{(i)}, R_2^{(i)}]$, причем эти величины могут быть как положительными (доходы от инвестиций), так и отрицательными (инвестиционные расходы). Ставка сравнения $q \in [q_1, q_2]$. В соответствии с правилами обобщенной интервальной арифметики [2] представим каждый член потока поступлений $R^{(i)}$ и ставку сравнения q в следующем виде:

$$R^{(i)} = R_0^{(i)} + u_R^{(i)}, \quad -s_R^{(i)} \leq u_R^{(i)} \leq s_R^{(i)},$$

где $R_0^{(i)}$ – середина интервала $[R_1^{(i)}, R_2^{(i)}]$:

$$R_0^{(i)} = \frac{R_1^{(i)} + R_2^{(i)}}{2},$$

$2s_R^{(i)}$ – ширина интервала $[R_1^{(i)}, R_2^{(i)}]$:

$$s_R^{(i)} = \frac{R_2^{(i)} - R_1^{(i)}}{2}.$$

Ставка сравнения

$$q = q_0 + u_q, \quad -s_q \leq u_q \leq s_q,$$

где q_0 – середина интервала $[q_1, q_2]$: $q_0 = \frac{q_1 + q_2}{2}$,

$2s_q$ – ширина интервала $[q_1, q_2]$, $s_q = \frac{q_2 - q_1}{2}$.

Тогда интервальное значение чистого приведенного дохода определится по формуле

$$W = \sum_i (R_0^{(i)} + u_R^{(i)}) \cdot \frac{1}{(1 + q_0 + u_q)^i}. \quad (1)$$

Используя правила обобщенной интервальной арифметики [2], вычислим выражение

$$(1 + q_0 + u_q)^i = (1 + q_0)^i + \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{i}{2} \rfloor} C_i^{2k} (1 + q_0)^{i-2k} \cdot [0, s_q^{2k}] + u_q \left\{ i(1 + q_0)^{i-1} + \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{i-1}{2} \rfloor} C_i^{2k+1} (1 + q_0)^{i-1-2k} [0, s_q^{2k}] \right\}.$$

Обозначим:

$$A_1^{(i)} = (1 + q_0)^i, \quad B_1^{(i)} = i(1 + q_0)^{i-1},$$

$$A_2^{(i)} = (1 + q_0)^i + \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{i}{2} \rfloor} C_i^{2k} (1 + q_0)^{i-2k} \cdot s_q^{2k},$$

$$B_2^{(i)} = i(1 + q_0)^{i-1} + \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{i-1}{2} \rfloor} C_i^{2k+1} (1 + q_0)^{i-1-2k} \cdot s_q^{2k}.$$

Тогда можно записать

$$(1 + q_0 + u_q)^i = [A_1^{(i)}, A_2^{(i)}] + u_q \cdot [B_1^{(i)}, B_2^{(i)}].$$

Подставим это выражение в формулу (1) для чистого приведенного дохода. Получим

$$W \in [W_1, W_2] = \sum_i (R_0^{(i)} + u_R^{(i)}) \cdot \frac{1}{(1 + q_0 + u_q)^i} = \sum_i \frac{R_0^{(i)} + u_R^{(i)}}{[A_1^{(i)}, A_2^{(i)}] + u_q [B_1^{(i)}, B_2^{(i)}]}.$$

По правилу деления обобщенных интервальных чисел получаем

$$W \in [W_1, W_2] = \sum_i \left(\left[\frac{R_0^{(i)}}{A_2^{(i)}}, \frac{R_0^{(i)}}{A_1^{(i)}} \right] + u_R^{(i)} \cdot \left[\frac{A_1^{(i)}}{D_2^{(i)}}, \frac{A_2^{(i)}}{D_1^{(i)}} \right] - u_q \cdot \left[\frac{R_0^{(i)} \cdot B_1^{(i)}}{D_2^{(i)}}, \frac{R_0^{(i)} \cdot B_2^{(i)}}{D_1^{(i)}} \right] \right),$$

где $D_1^{(i)} = A_1^{(i)}(A_1^{(i)} - B_2^{(i)}s_q)$, $D_2^{(i)} = A_2^{(i)}(A_2^{(i)} + B_2^{(i)}s_q)$.

Окончательный результат получим, заменив u_q и $u_R^{(i)}$ на соответствующие ограничивающие интервалы: u_q – на $[-s_q, s_q]$, $u_R^{(i)}$ – на $[-s_R^{(i)}, s_R^{(i)}]$:

$$W \in [W_1, W_2], \quad (2)$$

где $W_1 = \sum_i \left(\frac{R_0^{(i)}}{A_2^{(i)}} - s_R^{(i)} \cdot \frac{A_2^{(i)}}{D_1^{(i)}} - s_q \cdot \frac{R_0^{(i)} \cdot B_2^{(i)}}{D_1^{(i)}} \right),$

$$W_2 = \sum_i \left(\frac{R_0^{(i)}}{A_1^{(i)}} + s_R^{(i)} \cdot \frac{A_2^{(i)}}{D_1^{(i)}} + s_q \cdot \frac{R_0^{(i)} \cdot B_2^{(i)}}{D_1^{(i)}} \right).$$

Результаты численных расчетов

Исходные данные и результаты расчета чистого приведенного дохода приведены в таблице. Обозначения в таблице: i_1, i_2 – нижняя и верхняя границы ставки сравнения; n – срок инвестиционного процесса; R_i – платежи, заданные интервалами, причем со знаком «–» – инвести-

ционные расходы; W_{1g}, W_{2g} – нижняя и верхняя границы чистого приведенного дохода, рассчитанного с помощью обобщенной интервальной арифметики. Вычисления проводились по формуле (2).

Результаты численных расчетов подтверждают возможность и перспективность использования методов интервальной математики в финансовом анализе.

Т а б л и ц а 1

Динамика чистого приведенного дохода
при изменении границ ставки сравнения и платежей

Ставка в процентах		Срок	Платежи						Чистый приведенный доход	
i_1	i_2		R_0	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	W_{1g}	W_{2g}
48,64	49,36	5	-159,0	92,5	83,5	100,5	191	94,5	21,579	32,737
			-155,0	96,5	85,5	102,5	194	95,5		
48,68	49,32	5	-158,9	92,6	83,6	100,6	191,1	94,6	21,981	32,336
			-155,1	96,4	85,4	102,4	193,9	95,4		
48,72	49,28	5	-158,8	92,7	83,7	100,7	191,2	94,7	22,382	31,935
			-155,2	96,3	85,3	102,3	193,8	95,3		
48,76	49,24	5	-158,7	92,8	83,8	100,8	191,3	94,8	22,783	31,535
			-155,3	96,2	85,2	102,2	193,7	95,2		
48,8	49,2	5	-158,6	92,9	83,9	100,9	191,4	94,9	23,183	31,135
			-155,4	96,1	85,1	102,1	193,6	95,1		
48,84	49,16	5	-158,5	93	84	101	191,5	95	23,583	30,735
			-155,5	96	85	102	193,5	95		
48,88	49,12	5	-158,4	93,1	84,1	101,1	191,6	95,1	23,983	30,336
			-155,6	95,9	84,9	101,9	193,4	94,9		
48,92	49,08	5	-158,3	93,2	84,2	101,2	191,7	95,2	24,382	29,937
			-155,7	95,8	84,8	101,8	193,3	94,8		
48,96	49,04	5	-158,2	93,3	84,3	101,3	191,8	95,3	24,780	29,538
			-155,8	95,7	84,7	101,7	193,2	94,7		
49	49	5	-158,1	93,4	84,4	101,4	191,9	95,4	25,179	29,140
			-155,9	95,6	84,6	101,6	193,1	94,6		

ЛИТЕРАТУРА

1. Четыркин Е.М. Методы финансовых и коммерческих расчетов. М.: Дело ЛТД, 1995.
2. Хансен Э.Р. Вычисление нулей функции при помощи обобщенной интервальной арифметики // Интервальные вычисления. 1993. № 3. С. 3–28.
3. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления. М.: Мир, 1987.
4. Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа. Новосибирск: Наука, 1986.
5. Домбровский В.В. Интервальные методы анализа инвестиций // Третий сибирский конгресс по прикладной и индустриальной математике (ИНПРИМ-98): Тезисы докладов. Новосибирск, 1998. Ч. III. С. 133–134.
6. Домбровский В.В. Интервальные методы в управлении финансами // Международная конференция по проблемам управления: Тезисы докладов. М., 1999. Т. 2. С. 213–214.

Статья представлена кафедрой прикладной математики факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию 22 февраля 2000 г.

УДК 519.2

Р.Т. Валеев, А.Ф. Терпугов

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ ЦЕН САМУЭЛЬСОНА ПО «ЯПОНСКИМ СВЕЧКАМ»

Находятся и исследуются оценки параметра тренда и волатильности процесса изменения цены финансового актива в модели изменения цен Самуэльсона по ценам открытия и закрытия, а также по максимальной и минимальной цене за период торговой сессии.

Введение

Технические методы анализа фондового и финансового рынков получили в настоящее время очень широкое распространение. Наряду с методами, имеющими теоретическое обоснование (например, метод скользящего среднего, метод осцилляторов), имеется целый ряд методов, для которых техническое обоснование отсутствует. К таким методам отно-