ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

2009 Философия. Социология. Политология №4(8)

УДК 1: 001; 001.8

В.А. Суровцев

Л. ВИТГЕНШТЕЙН И Ф.П. РАМСЕЙ О ТОЖДЕСТВЕ*

Рассматривается теория тождества объектов, представленная Л. Витгенштейном в «Логико-философском трактате». Анализируются детали, предложенные Ф.П. Рамсеем при технической реализации этой теории. Эти изменения приводят к значительному усложнению первоначальной идеи, заставляя вводить в символическую систему дополнительные технические приспособления, что ставит под сомнение возможность последовательной реализации идеи Витгенштейна.
Ключевые слова: *символическая система, тождество объектов, тождество знаков, определённые дескрипции, коллизия переменных, неопределяемые идеи.*

В *Логико-философском трактате* (*ЛФТ*) Витгенштейн высказал идею о возможности такой символической системы, которая не содержала бы знака, выражающего тождество вещей. При этом Витгенштейн отталкивался от критики некоторых фундаментальных положений *Principia mathematica* (*PM*), основополагающего труда в области математической логики и оснований математики А.Н. Уайтхеда и Б. Рассела, в частности, аксиомы бесконечности. То, что Витгенштейн выражает в *ЛФТ* афористично, Ф.П. Рамсей пытается осуществить технически и сталкивается с рядом затруднений, что позднее позволило ему сказать «Я посвятил некоторое время развитию такой теории и нашёл, что она сталкивается с тем, что представляется мне непреодолимыми трудностями» [1. С. 28]. В результате Рамсей отказывается от идеи Витгенштейна, развивая собственную теорию, основанную на введении специфических пропозициональных экстенсиональных функций (propositional function in extension), и представляет вызывающие сомнения утверждения *PM* в виде тавтологий и противоречий, что послужило развитию программы логицизма в основаниях математики [1. С. 54]. Однако эти трудности весьма интересны ввиду ряда технических деталей, которые Рамсей разрабатывает для их преодоления. Ниже будут рассмотрены теория тождества Витгенштейна и те изменения, которые вносит в неё Рамсей и которые, в конечном счёте, послужат разработке его собственной оригинальной теории тождества.

Своё отношение к тождеству Витгенштейн высказывает в двух местах *ЛФТ* [2]. В афоризмах 4.241–4.243 в контексте анализа структуры элементарного предложения выражения с тождеством вида ‘$a = b$’ рассматриваются как уравнивание значений знаков ‘a’ и ‘b’. ‘$a = b$’ подразумевает только то, что знак ‘a’ заменим знаком ‘b’. Таким образом, выражения с тождеством

* Исследование выполнено при поддержке Совета по грантам Президента РФ (НШ-5887.2008.6) и в рамках государственного контракта на выполнение поисковых научно-исследовательских работ для государственных нужд в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России», мероприятие 1.1, проект «Онтология в современной философии языка» (2009-1.1-303-074-018).

являются определениями, т.е. символическими правилами замены одних выражений другими. Поэтому «выражения формы ‘$a = b$’ являются только средством изображения; они ничего не говорят о значениях знаков ‘a’ и ‘b’» [2. 4.242]. В этом отношении выражения формы ‘$a = b$’ не являются подлинными элементарными предложениями, которые Витгенштейн рассматривает как функцию имён, записывая в форме ‘fx’, ‘$\phi(x, y)$’ и т.д., и которые в случае истинности указывают на то, что атомарный факт существует, а в случае ложности – на то, что атомарный факт не существует [2. 4.25]. Однако знак ‘=’ не выражает подлинной функции и употребляется лишь для указания на то, что два знака имеют одно и то же значение [2. 4.241].

Такой взгляд на тождество радикально отличается от подхода Рассела и Уайтхеда в *PM*, где знак ‘=’ используется для установления тождества и различия объектов. Однако у Витгенштейна выражения с тождеством ничего не говорят *о* значении знаков, но говорят только о том, что значение знаков одинаково. Отсюда вытекает существенно иное понимание частных случаев выражений с тождеством. Возьмём, например, выражение ‘$a = a$’. В структуре *PM* данное выражение понимается как аналитическое утверждение о самотождественности объекта. Сходным образом понимаются выводимые из него выражения, например ‘$\exists x.x = a$’, или выражения, аналогичные по форме, например ‘$(x).x = x$’. Однако если в выражениях с тождеством речь идёт не об объектах, т.е. не о том, на что указывают знаки, а о взаимозаменимости или синонимичности знаков, то подобные выражения теряют смысл. Действительно, как пишет Витгенштейн, «если я, например, знаю значение английского и значение синонимичного ему немецкого слова, то я не могу не знать, что они синонимы; невозможно, чтобы я не мог перевести их одно в другое» [2. 4.243]. То есть интерпретация тождества в качестве синонимичности знаков ‘a’ и ‘b’ свидетельствует о том, что оно не может использоваться как сообщение, выражающее действительное содержание. Что же касается выражений вроде ‘$a = a$’, то они вообще ничего не могут говорить, они лишь могут засвидетельствовать графическую эквивалентность знака самому себе, что излишне, поскольку графическая эквивалентность видна из самой записи. Отсюда, видимо, следует, что синонимичность выражений есть условие самотождественности объекта, а не её следствие, поскольку «если я, например, знаю значение английского и значение синонимичного ему немецкого слова, то я не смогу не знать, что они синонимы; невозможно, чтобы я не мог перевести их одно в другое» [2. 4.243]. Поэтому, как считает Витгенштейн, «выражения вида ‘$a = a$’ или выведенные из них не являются ни элементарными предложениями, ни другими осмысленными знаками» [2. 4.243].

Обоснование своей точки зрения и соотношение своей позиции с позицией, выраженной в *PM*, Витгенштейн излагает в афоризмах 5.53–5.5352. В пользу того, что тождество не является отношением между объектами, выдвигаются три аргумента. Они могут пониматься по-разному, здесь же приведём лишь те моменты, которые важны для последующего обсуждения.

Первый аргумент, видимо, основан на различии выражений вида ‘$(x):fx.\supset.\phi(x, a)$’ и ‘$(x):fx.\supset.x=a$’, которые кажутся одинаковыми по форме. Но эта видимость обманчива. Первое выражение говорит о том, что если объект удовлетворяет функцию f, то он находится в отношении $\hat{\phi}$ к a. И действительно, при определённых интерпретациях ‘f’ и ‘ϕ’ выражение ‘$(x){:}fx.{\supset}.\phi(x, a)$’ могло бы быть истинным и могло бы быть ложным. Так, например, если взять натуральный ряд чисел и интерпретировать свойство $\hat{f}$ как свойство ‘быть простым числом’, отношение $\hat{\phi}$ – как отношение ‘быть больше’, а константе ‘a’ приписать значение 0, то получится истинное утверждение, что всякое простое число больше нуля. При той же интерпретации с заменой значения константы ‘a’ на число более 2 получаем ложное утверждение. Поскольку осмысленность предложения для Витгенштейна означает именно его возможность быть истинным и быть ложным, т.е. возможность изображать существование и несуществование фактов [3, 4], данный пример указывает на то, что выражение ‘$(x){:}fx.{\supset}.\phi(x, a)$’ на самом деле является осмысленным предложением.

Однако, как считает Витгенштейн, второе выражение ‘$(x){:}fx.{\supset}x{=}a$’ «говорит просто то, что *только a* удовлетворяет функцию *f*, а не то, что только такие вещи удовлетворяют функцию *f*, которые имеют определённое отношение к *a*» [2. 5.5301]. То есть в данном выражении речь идёт не о реальном отношении объектов, но лишь о том, что на место переменной ‘x’ в ‘fx’ может быть подставлен лишь один знак, а именно ‘a’. Поэтому выражение ‘$(x){:}fx.{\supset}x{=}a$’ должно пониматься не как говорящее о фактах, но как говорящее о символических соглашениях. И действительно, какие факты могло бы описывать такое выражение? При любом понимании свойства $\hat{f}$ оно могло бы иметь смысл только в том случае, если ‘x’ принимает единственное значение (т.е. a), которое имеет отношение тождества к самому себе. Однако «можно, конечно, сказать, что как раз *только a* имеет это отношение к *a*, но, чтобы выразить это, мы нуждаемся в самом знаке тождества» [2; 5.5301]. Поэтому использование знака тождества в подобных контекстах уже предполагает его использование в виде ‘$a = a$’, что, как указывалось тремя абзацами выше, излишне.

Таким образом, хотя ‘$(x){:}fx.{\supset}.\phi(x, a)$’ и ‘$(x){:}fx.{\supset}x{=}a$’ кажутся одинаковыми по форме, на самом деле они совершенно различны, поскольку знаки ‘ϕ’ и ‘=’ играют в них разную роль. ‘ϕ’ выражает подлинное отношение, тогда как ‘=’ – нет. Соответственно, ‘$(x){:}fx.{\supset}.\phi(x, a)$’ является осмысленным предложением об отношении объектов, тогда как ‘$(x){:}fx.{\supset}x{=}a$’ – нет.

Второй аргумент связан с тем, как в *PM* определяется знак ‘=’. Там определение равенства следующее:

«*13.01 $\quad x = y \;.=_{def}: (\phi) : \phi!\, x \;.\supset .\; \phi! y.$

Данное определение означает, что x и y будут называться тождественными, когда каждая предикативная функция, которая удовлетворяется x, также удовлетворяется y» [3. С. 245). То есть два предмета суть один предмет, если все их предикативные свойства одинаковы. Витгенштейн возражает: «Расселовское определение ‘=’ не годится, так как согласно ему нельзя сказать, что два объекта имеют общими все свойства» [2. 5.5302]. Это возражение затрагивает два момента. С одной стороны, если все свойства одинаковы, то речь должна идти об одном объекте, а если речь идёт о разных объектах, то свойства должны быть разными. С другой стороны, как можно иметь одинаковыми все свойства, если речь идёт о разных объектах, поскольку только различие свойств может свидетельствовать о различии объектов. Если они разные, то их различие уже фиксировано, а если они не различны, то никое различие зафиксировать в данном символизме нельзя. Здесь действительно возникает парадокс. Равенство, согласно представлению Рассела, должно свидетельствовать, что утверждается существование двух объектов, но определение говорит, что эти два объекта суть один объект. Однако с точки зрения здравого смысла уравнивание одного двум в рамках символической системы бессмысленно, поскольку два никогда не равно одному. И если мы принимаем данное утверждение, то оно должно иметь существенные основания. Но, с точки зрения Витгенштейна, такое уравнивание невозможно в силу принимаемой им онтологии. А именно: два объекта различны только потому, что они различны, и если они различны, тогда их два. В частности, в *ЛФТ* утверждается: «объект прост» [2. 2.02] и, вследствие этого, «два объекта различаются только тем, что они разные» [2. 2.0233]. То есть логически возможно, что все свойства объектов одинаковы, но отсюда не следует, что они представляют собой один объект. И действительно, утверждение, что объекты различны при полном совпадении их свойств, противоречия не содержит. Поэтому о двух объектах можно сказать, что все их свойства одинаковы, и при этом говорить именно о двух объектах, чего нельзя сделать в системе *PM*.

Из предыдущего утверждения следует третий аргумент: «Сказать о *двух* предметах, что они тождественны, бессмысленно, а сказать об *одном* предмете, что он тождествен самому себе, значит ничего не сказать» [2. 5.5303]. Действительно, утверждение о равенстве *двух* объектов – бессмысленно (вопреки системе *PM*), в силу различия их свойств, поскольку они всё-таки представляют собой два объекта, так как они, что утверждалось абзацем выше, в этом случае имеют разные свойства, а утверждение о тождественности объекта самому себе, опять-таки, как говорилось выше, есть утверждение о графической эквивалентности знака самому себе, что должно быть видно из самой записи этих знаков.

Основываясь на этих аргументах, Витгенштейн в *ЛФТ*, в противовес определению тождества в системе *PM*, принимает следующее соглашение: «Тождество объектов я выражаю тождеством знаков, а не с помощью знака тождества. Различие объектов – различием знаков» [2. 5.53].

В соответствии с принятым соглашением Витгенштейн предлагает использовать в символической системе только те выражения, которые не используют знак тождества. Так, в случае констант, обозначающих конкретные объекты, предлагается писать не ‘$f(a,b).a = b$’, но ‘$f(a,a)$’ или ‘$f(b,b)$’, а вместо ‘$f(a,b).\sim a = b$’ предлагается ‘$f(a,b)$’ [2. 5.531].

Аналогично для выражений с кванторами: «не ‘$(\exists x,y).f(x,y).x = y$’, но ‘$(\exists x).f(x,x)$’; и не ‘$(\exists x,y).f(x,y).\ \sim x = y$’, но ‘$(\exists x,y).f(x,y)$’» [2. 5.532].

Если же тождественность или различие объектов специально не оговариваются, как, например, в случае выражений вроде ‘$(\exists x,y).f(x,y)$’, то предлагается запись ‘$(\exists x,y).f(x,y).\vee.(\exists x).\ f(x,x)$’, где первый дизъюнкт указывает на возможное различие, а второй – на возможное совпадение объектов.

Отсюда, в частности, вытекает, что вместо выражения ‘$(x):fx.\supset.x=a$’ можно использовать запись ‘$(\exists x).fx.\supset.fa{:}\ \sim(\exists x,y).fx.fy$’, которая означает не то, что любой x, выполняющий $\hat{f}$, тождествен a, но то, что при наличии a, выполняющего $\hat{f}$, неверно, что нечто ещё выполняет $\hat{f}$. Аналогичное соглашение касается выражения вроде «только один x удовлетворяет $f()$», которое в соответствующей записи утверждает не то, что любой объект, не находящийся в отношении тождества с x, не выполняет $\hat{f}$, но только то, что ‘$(\exists x).fx{:}\ \sim(\exists x,y).fx.fy$’ (т.е. только то, что x выполняет $\hat{f}$, и ничто другое не выполняет $\hat{f}$) [2. 5.5321].

Таким образом, поскольку, согласно предлагаемым Витгенштейном соглашениям, знак тождества можно исключить из способов обозначения, «знак тождества не является существенной составной частью логической символики» [2. 5.533], а выражения вроде ‘$a = a$’, ‘$a = b\ .\ b = c.\supset a = c$’, ‘$(x).\ x = x$’, ‘$(\exists x).\ x = a$’ являются псевдопредложениями и «в правильной логической символике даже не могут быть написаны» [2. 5.534].

С помощью тождества в *PM* выражается ряд важных содержательных утверждений. Например, с помощью ‘$\sim(\exists x).\ x = x$’ выражается то, что предметов не существует. Однако с точки зрения Витгенштейна это является не просто псевдопредложением, так как включает знак тождества, оно логически неоправданно, поскольку «даже если это было бы предложением, разве оно не было бы истинным, даже если действительно “предметы существовали”, но при этом не были бы тождественны самим себе» [2. 5.5352].

Ещё более важно замечание Витгенштейна о несущественности знака тождества в связи с аксиомой бесконечности. При задании любого класса, в том числе и бесконечного, Рассел использует знак тождества для того, чтобы различать входящие в этот класс объекты. Однако поскольку с точки зрения принимаемого Витгенштейном соглашения о том, что различные объекты обозначаются различными знаками, необходимость в таком задании классов исчезает. Это касается и аксиомы бесконечности, утверждающей, что существует класс, больший любого заданного класса, поскольку «то, что должна высказать аксиома бесконечности, могло бы выразиться в языке тем, что имеется бесконечно много имён с различным значением» [2. 5.535].

Ф.П. Рамсей впервые обращается к проблеме тождества в рукописи, недавно опубликованной в составе его архивного наследия [4]. Здесь он солидаризируется с точкой зрения Витгенштейна, в некоторых моментах усиливая его аргументацию как в формальном, так и в содержательном отношениях. Следуя Витгенштейну, он считает, что привычный взгляд на тождество, выраженный в *PM*, как на реальное отношение между объектами и, соответственно, рассмотрение '$x = y$' в качестве пропозициональной функции, является ошибочным. Выражение '$x = y$' не является пропозициональной функцией, потому что её значения не могут быть пропозициями, т.е. истинными или ложными утверждениями о фактах. Как и Витгенштейн, Рамсей считает, что выражения вида '$a = b$', которые получаются из '$x = y$' заменой переменных на константы, ничего не говорят о фактах, поскольку, если 'a' и 'b' суть имена одной вещи, эти выражения не утверждают ничего более, как самотождественность вещи, а если 'a' и 'b' суть имена разных вещей, то эти выражения бессмысленны, поскольку утверждают, что две вещи суть одна. Даже если предположить, что в первом случае выражения вида '$a = b$' являются тавтологиями, а во втором – противоречиями, это проблемы не решает, поскольку, вслед за Витгенштейном, тавтологии и противоречия Рамсей рассматривает только как истинностные функции элементарных пропозиций, которые, хотя и не говорят ничего о фактах, но не являются бессмысленными. Они являются двумя крайними случаями распределения истинностных значений, где в случае тавтологии при любых истинностных возможностях у составляющих её элементарных пропозиций распределение всегда даёт истину, а во втором случае распределение всегда даёт ложь. Но очевидно, что выражения вида '$a = b$' не могут быть истинностными функциями элементарных пропозиций, и, следовательно, данное предположение также ошибочно.

На тех же основаниях, что и Витгенштейн, Рамсей отвергает определение тождества в *PM*. Говорить о двух объектах, что они тождественны, если все их свойства одинаковы, – ошибочно, поскольку такое определение делает невозможным утверждение, что у двух объектов все свойства одинаковы. Однако вопрос о возможности совпадения у двух объектов всех свойств – это не вопрос о том, имеет ли это место фактически, но вопрос о логической возможности. Причём это касается не только таких объектов, как индивиды, обозначаемые индивидными константами вроде 'a' и 'b'. Рамсей утверждает, что для пропозициональных функций это часто является истинным: «Предположим, что все разумные животные беспёры и двуноги, и наоборот. (Я рассматриваю это просто как пример истинного эмпирического обобщения.) Тогда, поскольку все функции от функций экстенсиональны, у "x – разумное животное" и "x – беспёрое и двуногое" все свойства общие. Но отсюда не следует, что эти функции тождественны, что на самом деле – это одна и та же пропозициональная функция, поскольку "Это – разумное животное" и "Это беспёрое и двуногое" суть явно разные пропозиции и, логически говоря, это просто случайность, что они всегда вместе истинны или ложны» [4. P. 156].

Отсюда следует, что в *Principia Matematica* доказательства, касающиеся тождества, ошибочны. В частности, ошибочно доказательство, что две различных вещи не могут иметь все свойства общими. Это доказательство основано на том, что если a и b различны, то a должно иметь свойство, которого не имеет b, а именно, свойство быть тождественным с a. «Ошибка, конечно, заключается в предположении, что “быть тождественным с *a*” является свойством. Ибо, как я уже отмечал, “$x = a$” не является пропозициональной функцией» [4. P. 156].

На основании этих доводов Рамсей принимает точку зрения Витгенштейна, что знак тождества не является существенной составной частью логической символики, и тождество объектов должно выражаться тождеством знака, а различие объектов – различием их знаков, т.е. различные знаки должны иметь различные значения. Всё это, считает Рамсей, позволяет Витгенштейну отрицать тождество неразличимых и записывать: «$(\exists x, y) : (\varphi) . \varphi x \equiv \varphi y$», а именно, что существуют такие различные вещи, у которых все свойства общие, т.е. то, что в системе *Principia Matematica* считается невозможным.

Надо сказать, что Рамсей не просто принимает точку зрения Витгенштейна. Он расширяет её основу, рассматривая возможные возражения. Первое возражение касается утверждения того, что две вещи имеют все свойства общими. Насколько осмысленным будет такое утверждение? Возможность именования этих вещей в данном утверждении различными именами влечёт, что они обладают разными свойствами, а именно, они наименованы разными именами. Но может ли различие наименования служить достаточным основаниям различия вещей? С точки зрения Рамсея различие именования не свидетельствует о различии свойств. Выше это уже было показано относительно пропозициональных функций вроде «*x* – разумное животное» и «*x* – беспёрое и двуногое». Добавим, что именование по-разному вряд ли означает различие свойств, поскольку это отношение касается не отношений объектов, но отношения обозначающих эти объекты знаков. И очевидно, что это отношение не выражается функцией, где аргументом является объект, т.е. эта функция относится не к вещам, но к знакам. Значит, вопрос относится не к различию вещей, но к возможности различия знаков. А этот вопрос имеет логический, но не фактический характер. Действительно, различие знаков касается внешнего выражения, а не того, что выражается: «Я не могу привести два индивида, которые имеют общими все свойства, но это не показывает, что я не могу вообразить или поверить, что такое бывает. На самом деле я могу предположить, что на Земле есть два человека, имеющих одно и то же количество волос на голове, не зная, кто они. Точно так же я могу предположить, что существуют две неразличимые вещи, не зная, что они собой представляют» [4. P. 157].

Второе возражение касается того, что две вещи можно спутать, т.е. считать их за одну, и поэтому рассматривать ‘$a = b$’ не как псевдопредложение, а как осмысленную пропозицию, в которую можно верить. Если исключить случай осознанной уверенности в том, что две различные, реальные вещи на самом деле являются одной, а именно так можно интерпретировать уверенность в выражениях вроде ‘$a = b$’ или ‘$(\exists x).\ x = a$’ (хотя такое может быть в случаях изменённого состояния сознания или психического нездоровья, но этот пример Рамсей не рассматривает) как случай явной бессмыслицы, остаётся вариант искреннего заблуждения. Действительно, можно спутать две вещи, именуя их одним именем и приписывая одной из них то, что присуще другой. Однако, как считает Рамсей, в этом случае тождество не используется. Искреннее заблуждение не предполагает явного отождествления разных вещей, поскольку в этом случае «одна вещь не мыслится вместо другой, ибо это включало бы их различие и образование пропозиции, в которой они встречались бы раздельно под разными именами ‘*a*’ и ‘*b*’» [4. P. 158], т.е. в этом случае искреннее заблуждение уже не было бы заблуждением. При заблуждении просто получается ложная пропозиция, не включающая знака тождества. Приведу пример. Допустим, я знаком с близнецами Петром и Иваном, при этом Пётр женат, а Иван – нет. Я осмысленно употребляю предложение «Пётр и Иван – близнецы», используя разные имена ‘Пётр’ и ‘Иван’. Допустим, я встречаю Ивана с женой Петра и принимаю Петра за Ивана. При этом я могу высказывать суждения. И эти суждения могут быть как истинными, так и ложными, но они никогда не будут включать то, что я принимаю Петра за Ивана, т.е. при всём моём понимании различия имён ‘Пётр’ и ‘Иван’ никогда ни вслух, ни мысленно не буду произносить: «Я считаю Петра за Ивана» или, точнее, «Я отождествляю ‘Петр’ и ‘Иван’».

Однако самое важное возражение касается определённых дескрипций, поскольку если ‘*a*’ или ‘*b*’ являются определёнными дескрипциями, то ‘$a = b$’ может казаться осмысленным предложением. Указывая на возможность этого возражения, Рамсей не даёт на него ответа, но ответ можно реконструировать, исходя из общих установок Рамсея и Витгенштейна, который я здесь представлю. Концепция определённых дескрипций Б. Рассела связана с особенностями функционирования описательных фраз вроде «учитель Платона», «автор *Веверлея*» или, если брать систему *PM*, описание математических констант, вроде «число, выражающее отношение величины диаметра к величине окружности». Вещи, описываемые этими фразами, имеют собственные имена, а именно: ‘Сократ’, ‘Вальтер Скотт’ и ‘число π’ соответственно. Рассел рассматривает определённые дескрипции как одноместные функции, записываемые в системе *PM* как ‘$\iota x(\phi x = a)$’, что прочитывается как ‘тот x, который выполняет функцию ϕ, является a’. В этом случае утверждения типа «Сократ – это учитель Платона» или «Число π – это число, выражающее отношение величины диаметра к величине окружности» и т.п., представляющие частный случай тождества, являются вполне осмысленными, поскольку означают: «Тот x, который является учителем Платона, это – Сократ» или «Число x, выражающее отношение величины диаметра к величине окружности, – это число π» т.п. Однако в силу ряда соображений [5] и, надо отметить, весьма существенных соображений, Рассел считает определённые дескрипции тем, что выражает свёрнутое или сокращённое описание предмета. С его точки зрения дескриптивные фразы, относящиеся к одному объекту, должны указывать на существование и единственность этого объекта. Поэтому дескриптивная фраза вроде «учитель Платона» должна прочитываться как «Существует x, который является учителем Платона, и этот x единственный», а дескриптивная фраза ‘число π’ – «Существует число x, которое выражает отношение величины диаметра к величине окружности, и это x единственное». Таким образом, утверждение, включающее дескриптивные фразы, при адекватном понимании должно включать развёрнутое выражение описательной фразы. Например, «Сократ – это учитель Платона» преобразуется в утверждение, что «учитель Платона существует, он единствен и является никем иным, как Сократом». Существование в данном случае выражается кванторной переменной, выполняющей указанное свойство, единственность – тем, что любая другая вещь, выполняющая данное свойство, совпадает с первой, а указание на Сократа выражается тождеством. То есть получается: «существует x, и этот x является учителем Платона, при этом любой y, являющийся учителем Платона, совпадает с x, и этот x есть Сократ». То же самое относится к ‘число π’. Если мы говорим, что «число π – это число, выражающее отношение величины диаметра к величине окружности», это подразумевает, что «существует число x, и это число x выражает отношение величины диаметра к величине окружности, при этом любое число y, выражающее отношение величины диаметра к величине окружности, совпадает с числом x, и это x есть π».

При формализации утверждения подобного рода в системе *PM* представимы следующим образом: «$\exists x : \phi x \,.\, (y) : \phi y \supset x = y \,.\, x = a$», т.е. «при некотором x, обладающем свойством $\hat{\phi}$, если какой-то y обладает свойством $\hat{\phi}$, то этот y совпадает с x, и $x = a$». Как относиться к тождеству в этих выражениях? Здесь имеет место два вхождения знака тождества. Первое из них, по-видимому, должно восприниматься непосредственно в духе бессмысленных выражений, как его понимают и Витгенштейн, и Рамсей. Действительно, если мы принимаем соглашение, что разные вещи обозначаются разными именами, оно становится бессмысленным, вроде выражения ‘$(\exists x).\ x = a$’, поскольку любое имя, отличное от исходного, уже обозначает иную вещь, поэтому прямое указание на это отличие является излишним. А значит, в системе *PM* первым вхождением тождества пытаются указать на то, что уже и так ясно, если принять соглашение Витгенштейна и обозначать разными именами разные вещи. Остаётся второе вхождение тождества. Но второе вхождение тождества, очевидно, имеет иной смысл, и этот смысл вполне сопоставим с приведённым выше утверждением Витгенштейна из *ЛФТ*, афоризм [2. 5.5301]. Процитируем его ещё раз: «‘$(x){:}fx.{\supset}x{=}a$’ говорит просто то, что *только a* удовлетворяет функцию *f*, а не то, что только такие вещи удовлетворяют функцию *f*, которые имеют определённое отношение к *a*». То есть данное вхождение тождества не является тождеством в подлинном смысле, т.е. оно не утверждает о тождественности вещей, но говорит лишь о том, что единственный знак выполняет данную функцию, что опять-таки относится не к отношению вещей, а к отношению знаков, что может быть выполнено произвольными символическими соглашениями, а не утверждениями о природе того, что обозначается. Один знак может выполнять функцию другого знака, и это всё, что может быть выражено в рамках символической системы. Значит, и здесь знак тождества является лишь символическим соглашением и говорит не о вещах, предметах, объектах и т.п., но о том, что о них говорится.

Защита принятого Витгенштейном соглашения, что разные вещи должны обозначаться разными знаками, а один знак всегда должен обозначать одну вещь, не ограничивается у Рамсея ответами на возможные возражения. Дело в том, что при принятии этого соглашения возникает ряд затруднений. Попытку разрешить эти затруднения можно рассматривать как вклад Рамсея в решение проблемы, известной как проблема коллизии переменных. Если мы принимаем соглашение Витгенштейна, каким образом тогда должны интерпретироваться формулы, в которых встречаются переменные, попадающие в область действия разных кванторов? «Должны ли мы говорить, что x не может принимать то же самое значение, что и y, если y входит в ту же самую пропозицию, или правило должно быть некоторым образом ограничено?» [4. P. 158].

Возьмём, например, следующее выражение: «$(x) . fx : \vee : (\exists y) . \varphi y$». В каком смысле следует говорить, что ‘x’ и ‘y’ не должны принимать в нём одно и то же значение, т.е. на место этих индивидных переменных не должны подставляться одни и те же константы. В системе *PM* этот вопрос решался бы просто, поскольку там нет ограничений на подстановку констант вместо переменных. В системе *PM* ограничение, позволяющее избежать коллизии переменных, всегда можно выразить явно, используя знак тождества. Так, для приведённой формулы «$(x) . fx : \vee : (\exists y) . \varphi y$» возможны два варианта: (1) ‘y’ может принимать какое-то значение, отличное от ‘x’, при этом ‘x’ может принимать любое значение; (2) ‘x’ может принимать какое-то значение, отличное от ‘y’, но ‘y’ может принимать любое значение. Эти два варианта легко записываются в системе *PM*, используя тождество. Для первого варианта получится: «$(x) : fx . \vee . (\exists y) . y \neq x . \varphi y$»; для второго: «$(\exists y) :. \varphi y . \vee : (x) : x \neq y . \supset . fx$», что означает: «Или все вещи выполняют $f\hat{x}$, или существует какая-то вещь, выполняющая $\varphi\hat{x}$» и «Или некая вещь выполняет $\varphi\hat{x}$, или все вещи, кроме одной, выполняют $f\hat{x}$» соответственно. Однако если мы отказываемся от применения знака тождества, то не всё так просто. Каким образом здесь можно применить соглашение Витгенштейна? Опять же в выражениях вроде «$fa . \vee (x) . \sim fx$» должна быть возможность для ‘x’ принимать значение ‘a’, ибо в противном случае мы не смогли бы от «$fa . \vee (x) . \sim fx$» перейти к «$fa \vee \sim fa$», что является частным случаем закона исключённого третьего. Видимо, всё-таки следует сохранить тот смысл выражений вроде «$(x) . fx : \vee : (\exists y) . \varphi y$» и «$fa . \vee (x) . \sim fx$», который был им присущ в системе *PM* и позволял ‘x’ и ‘y’ принимать все возможные значения. Как считает Рамсей, «мы должны быть способны трактовать “$(x) . fx$” как единство, имеющее значение, не зависимое от того, что ещё встречается в данной пропозиции» [4. P. 158].

С другой стороны, сущность соглашения, принимаемого Витгенштейном, заключается в том, что в выражениях вроде «$(x) : (\exists y) . \varphi(x, y)$» выражение ‘$y$’ не может принимать значение ‘x’, поскольку смысл этого выражения подразумевает, что «для любого x существует такой отличный y, что $\varphi(x, y)$».

Рамсей предлагает уточнить соглашение Витгенштейна следующим образом: «Две различных константы не должны иметь одно и то же значение. Кажущаяся переменная не может иметь значение какой-либо буквы, встречающейся в её *сфере*, если буква не является *кажущейся* переменной *в этой* *сфере*» [4. P. 159]. Разъясняется это следующим примером. В «$(\exists y) . \varphi(x, y)$» сферой ‘$y$’ является ‘$\varphi(x, y)$’ и в этой сфере встречается ‘x’. Хотя ‘x’ на самом деле может оказаться кажущейся (или связанной) переменной, она не является таковой в этой сфере, и поэтому ‘y’ не может принимать значение ‘x’. Однако если принять «$F(x)$» = «$(\exists y) . \varphi(x, y)$», то ‘$x$’ в «$F(x)$» может принимать значение ‘y’, поскольку, хотя ‘y’ встречается в сфере $F(x)$, она уже является кажущейся (или связанной) в этой сфере.

Следующее затруднение возникает в связи с определениями. Возьмём, например, «$(x) . f(x, a)$», что подразумевает: «Для всех x, кроме a, $f(x, a)$», и введём определение: «$F(x) =_{\text{def}} f(x, a)$». Тогда из «$(x) . f(x, a)$» получается «$(x) . F(x)$», что подразумевает: «Для всех x $F(x)$», поскольку ‘a’ здесь не встречается. А если опять использовать определение, то получится: «Для всех x $f(x, a)$», что имеет совершенно иной смысл, чем первоначальное выражение. Значит, в подобных случаях определения не являются простыми соглашениями, но изменяют смысл первоначальных выражений.

Даже если мы примем соглашение, что область ‘x’ в «$(x) . F(x)$» должна зависеть от констант вроде a, b и т.п., это было бы крайне неудобно в двух отношениях. Во-первых, это «противоречило бы духу символического исчисления, в котором мы не должны думать о том, что обозначают наши знаки» [4. С. 159]. Во-вторых, это исключало бы определения вида «$F(x) = =_{\text{def}} (y)\varphi(x, y)$», поскольку в таких случаях сфера ‘x’ зависела бы от всех констант, поскольку они являются значениями ‘y’, и никакой сферы для ‘x’ не оставалось бы вообще. Выбраться из затруднения можно, если соглашение Витгенштейна принять в уточнённой Рамсеем форме, а именно, сфера ‘x’ должна зависеть только от букв, встречающихся в её сфере, а не от констант, встречающихся в значении этой сферы. Правда, тогда изменяется смысл определения «$F(x) =_{\text{def}} f(x, a)$», поскольку «$(x) . F(x)$» не будет эквивалентно «$(x) . f(x, a)$», но будет эквивалентно «$(x) . f(x, a) \cdot f(a, a)$», где второй конъюнкт ‘$f(a, a)$’ явно указывает на независимость ‘x’ в ‘$f(x, a)$’ от a. Очевидно, что подобный подход, *mutatis mutandis*, применим к другим аналогичным случаям. Однако этот подход предполагает пересмотр всех подобных определений, но Рамсей не считает это «непреодолимым затруднением», во всяком случае такой пересмотр не может заставить отказаться от соглашения, что разные вещи должны обозначаться различными знаками.

Третье затруднение связано с выражениями, включающими утверждение о нетождественности объектов вроде «$(\exists x) : x \neq a \cdot fx$», что означает: «Существует такой x, не тождественный с a, который выполняет f». Это выражение допускает прямую переформулировку без использования знака тождества, поскольку то же самое можно выразить, записав: «$\sim fa . \supset . (\exists x) . fx .: fa . \supset : (\exists x, y) : fx \cdot fy$», что означает: «Если a не выполняет f, то существует такой x, который выполняет f, а если a выполняет f, то f выполняют по крайней мере две вещи».

Но можно поступить и по-другому, используя уточнённое Рамсеем соглашение Витгенштейна. Решение данного затруднения связано просто с тем, чтобы исключить ‘a’ из области действия ‘x’, что можно сделать, включив ‘a’ явно в сферу ‘x’. Это можно сделать, например, с помощью следующего определения: «$F(x, a) =_{\mathrm{def}} f(x)$». Тогда то, что выражает пропозиция «$(\exists x) : x \neq a \cdot fx$», можно было бы выразить просто «$(\exists x) . F(x, a)$», поскольку согласно уточнённому соглашению в последнем выражении a уже исключается из области действия ‘x’.

Рамсей предлагает ещё один способ решения данного затруднения, который задействует не определения, но тавтологии и противоречия. Кстати, этот способ он использует и при решении других проблем, которые рассмотрим ниже. Всё дело в том, чтобы опять включить ‘a’ явно в сферу ‘x’. Для упрощения записи примем следующее определение для символа тавтологичной функции: для общего случая «$T(x) =_{\mathrm{def}} (\varphi) : \varphi x . \vee . \sim\varphi x$», а если используется константа, то переменная заменяется данной константой и квантор, естественно, исчезает (например, «$T(a) =_{\mathrm{def}} \varphi a . \vee . \sim\varphi a$»). Тогда выражение «$(\exists x) : x \neq a \cdot fx$» представимо в виде «$(\exists x) : fx \cdot T(a)$». Здесь, опять-таки, a исключается из области действия ‘x’, будучи включено в её сферу. При незначительной модификации то же самое можно сделать с помощью противоречия, используя определение «$C(x) =_{\mathrm{def}} \sim T(x)$».

Указывая в *ЛФТ*, что символическая система может и должна обходиться без знака тождества, если принять соглашение об обозначении разными знаками разных объектов, а одним знаком всегда одного объекта, Витгенштейн, однако, не ставит вопрос о том, можно ли преобразовать такую символическую систему, как система *PM,* таким образом, чтобы она соответствовала этому соглашению. Этот вопрос ставит Рамсей. Действительно, если бы такой перевод был возможен, это существенно упрощало бы дело, поскольку значимыми оставались бы все результаты *PM*, независимо от того, принимаем мы соглашение Витгенштейна или же нет.

Переход из символической системы, основанной на соглашении Витгенштейна, в систему *PM* достаточно прост, поскольку к исходным выражениям нужно будет лишь добавить утверждение о нетождественности объектов. Так, например, выражение вида «$f(a, b)$» переводилось бы как «$f(a, b) . a \neq b$», выражение вида «$(\exists x) . f(x, a)$» – как «$(\exists x) . x \neq a . f(x, a)$» и т.п.

Обратный перевод, т.е. перевод выражений *PM* в систему, основанную на соглашении Витгенштейна, не вызывает затруднений в случае, если выражения не содержат знака тождества. Здесь достаточно воспользоваться приведёнными выше правилами записи из афоризмов 5.531 и 5.532 *ЛФТ*, переводя, например, выражение ‘$(\exists x,y).f(x,y)$’ в выражение ‘$(\exists x,y).f(x,y).\vee.(\exists x).f(x,x)$’ и т.п.

Затруднения возникают при переводе выражений, содержащих знак тождества. В *PM* знак тождества трактуется как обычная пропозициональная функция, которая в результате перевода должна исчезнуть. Для осуществления такого перевода Рамсей использует хитроумный приём. Он вводит два дополнительных определения: «$x = x . =_{\mathrm{def}} . T(x)$» и «$x = y . =_{\mathrm{def}} . C(x, y)$», где «$T(x)$» – тавтологичная, а «$C(x, y)$» – противоречивая функция. К тому же, очевидно, что отрицание дефиниендума даёт отрицание дефиниенса, и в данном случае тавтология становится противоречием, а противоречие – тавтологией, т.е. «$x \neq x$» даёт «$C(x)$», а «$x \neq y$» даёт «$T(x, y)$». Используя эти определения, перевод можно осуществить следующим образом. Возьмём, например, выражение «$(\exists x, y) : x \neq y \cdot f(x, y)$». Поскольку знак тождества трактуется как обычная функция, то для его перевода мы должны воспользоваться правилом, приведённым в конце предыдущего абзаца. Получится выражение «$:. (\exists x, y) : x \neq y \cdot f(x, y) : \vee : (\exists x) : x \neq x \cdot f(x, x)$». С помощью приведённых выше определений последнее выражение преобразуется в «$(\exists x, y) : T(x, y) \cdot f(x, y) : \vee : (\exists x) : \mathrm{C}(x) \cdot f(x, x)$». Дальнейшие преобразования осуществляются на основании свойств логических союзов. Рассмотрим второй дизъюнкт. Он представляет собой конъюнкцию, включающую противоречие, и, согласно свойствам конъюнкции, сам является противоречием. Согласно свойствам дизъюнкции противоречивый дизъюнкт можно опустить. Следовательно, остаётся первый дизъюнкт «$(\exists x, y) : T(x, y) \cdot f(x, y)$», который представляет собой конъюнкцию, включающую тавтологию. Согласно свойствам конъюнкции, тавтологичный конъюнкт можно опустить. Таким образом, остаётся выражение «$(\exists x, y) \, . \, f(x, y)$», не содержащее знака тождества, т.е. требуемый перевод осуществлён.

Интересно, что подобный перевод может быть осуществлён и для тех выражений из *PM*, которые Витгенштейн считает бессмысленными псевдопредложениями. В этом случае они переводятся в осмысленные пропозиции, включая тавтологии и противоречия. Возьмем, например, такое выражение: «$(\exists x) \, . \, x = a$». Если тождество трактуется здесь как обычная функция, тогда, используя правило Виттгенштейна, как в предыдущем случае, получаем: «$(\exists x) \, . \, x = a \, . \vee . \, a = a$». С помощью определений последнее выражение преобразуется в «$(\exists x) \, . \, x = a \, . \vee . \, T(a)$». Поскольку один из дизъюнктов в данном выражении является тавтологией, то в соответствии со свойствами дизъюнкции получаем тавтологию «$T(a)$». Таким образом, введение соглашения Витгенштейна вместе с правилами перевода позволяет «найти удовлетворительное значение для этих пропозициональных форм, которые сами по себе являются бессмысленными; а это очень удобно, поскольку означает, что любая пропозиция, сконструированная в *PM* с использованием $x = y$ в качестве пропозициональной функции, будет иметь смысл» [4. P. 164].

При решении проблемы тождества остаётся ещё одно затруднение, и Рамсей, пожалуй, считает его самым важным. Выше рассматривались только такие выражения с тождеством, где фигурировали константы и кажущиеся (или связанные, т.е. попадающие в область действия квантора) переменные. Но что будет, если некоторые переменные окажутся действительными (или свободными) переменными, т.е. не попадающими в область действия никакого квантора, а некоторые – кажущимися (или связанными). В этом случае неважно, какую из систем, основанную на соглашении Витгенштейна или систему *PM*, мы возьмём. Для удобства, ввиду взаимопереводимости, можно рассмотреть такую ситуацию, где соглашение Витгенштейна действует для констант и действительных переменных, а фигурирующий при этом знак тождества относится только к таким переменным, лишь некоторые из которых являются кажущимися, т.е. находятся в области действия какого-нибудь квантора.

Возьмём простейший случай, где фигурируют две переменных ‘x’ и ‘y’. В качестве примера рассмотрим выражение с экзистенциальной квантификацией. Здесь возможны два варианта: «$(\exists x) : x = y \cdot \varphi x$» и «$(\exists x) : x \neq y \cdot \varphi x$». Первый случай легко переопределить, указав на то, что y выполняет все те же функции, что и x. Но как быть со вторым вариантом? Рамсей считает, что второй вариант репрезентирует идею, отличную от обобщения «$(\exists x) . \varphi x$». Последнее выражение предполагает, что ‘x’ может принимать любое значение. Однако «$(\exists x) : x \neq y \cdot \varphi x$» с точки зрения Рамсея репрезентирует идею исключительности или выделенности и подразумевает, что ‘x’ может принимать «любое значение за исключением y». Поэтому такие выражения должны рассматриваться как неопределяемые и явным образом добавляться к символической системе как исходные, примитивные идеи. Конечно, эти идеи можно, как делалось выше, переопределить в системе, основанной на соглашении Витгенштейна. В этом случае рассматриваемое выражение приобретёт вид «$(\exists x) . \varphi x \cdot T(y)$». «Но сомнительно, есть ли реальное преимущество в применении соглашения Витгенштейна, поскольку это приведёт к усложнению трактовки определения, что может уравновесить преимущество обходиться без этих исходных идей» [4. P. 167].

Безусловно, введение подобных примитивных идей усложняет символическую систему и гораздо проще было бы обойтись без них, вернувшись к тождеству, как оно определяется в *PM*. Однако, как считает Рамсей, «хотя это и было бы *проще*, это было бы *ошибочно*, поскольку не давало бы нам логического символизма для выражения таких обычных форм вроде “только a выполняет $\varphi \hat{x}$”. Мы были бы способны символически выразить лишь “только те вещи, которые обладают всеми свойствами a, выполняют $\varphi \hat{x}$”, а это не одно и то же» [4. P. 168]. Действительно, такой подход не репрезентировал бы идею исключительности или выделенности какой-то вещи, но предполагал бы идентификацию множества свойств, что выражалось бы в символической системе совершенно иначе. И крайне сложным вопросом был бы вопрос о возможности перевода первого во второе.

В целом попытки Рамсея скорректировать соглашение Витгенштейна или учесть нюансы функционирования тождества, не предусмотренные ни Витгенштейном, ни системой *PM*, приводят к всё большему усложнению символической системы, в которой фигурирует идея тождества и различия вещей. Действительно, проще было бы сохранить расселовское определение тождества или даже ввести «$x = y$» как исходную, примитивную идею, что позволило бы освободиться от всех приведённых выше уточнений Рамсея. В этом случае не нужно было бы корректировать соглашение Витгенштейна или вводить дополнительные примитивные идеи. Однако во всех случаях Рамсей предпочитает эти усложнения и модификации. Дело, видимо, в том, что Рамсей принимает критику Витгенштейна, дополненную им самим, способа функционирования знака тождества в системах вроде *PM*. Но проблема не в том, чтобы совершенно отказаться от этого знака. Если принимается идея тождества и различия вещей, проблема заключается в том, чтобы «объяснить и оправдать употребление $x = y$ как пропозициональной функции, которой она не является» [4. P. 168].

Это объяснение и оправдание в целом являются объяснением и оправданием философской идеи тождества или, вернее, возможности символического выражения этой идеи, которая не сводима к выражению обычной пропозициональной функции. Все уточнения Рамсея служат этой цели. Несмотря на то, что $x = y$ не является пропозициональной функцией, мы «вполне можем оправдать употребление $x = y$ в качестве пропозициональной функции. Благодаря нашим определениям мы можем распространить любые пропозиции относительно “$(x) . \varphi x$” на случай, где φx не является действительной пропозициональной функцией, но частично составлена из псевдофункций вроде $x = y$ и т.п.» [4. P. 168].

Однако следует заметить, что подобные уточнения и переопределения могут уходить в бесконечность. Можно ли учесть все возможные нюансы употребления идеи тождества в том смысле, в котором её поддерживают системы, основанные на соглашении Витгенштейна, или системы вроде *PM*? Нюансы можно множить, и совершенно не очевидно, что Рамсей учёл их все. Стремление учесть все возможные нюансы – дело бесперспективное, хотя и многое проясняющее.

Литература

1. *Рамсей Ф.П.* Философские работы. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2003.
2. *Витгенштейн Л.* Логико-философский трактат. М.: «Канон+» РООИ «Реабилитация, 2008.
3. *Уайтхед А., Рассел Б.* Основания математики: В 3 т. Т. I. Самара: Самарский университет, 2005.
4. *Ramsey F.P.* Notes on Philosophy, Probability and Mathematics. Napoli: Bibliopolis, 1991.
5. *Рассел Б.* Об обозначении // Рассел Б. Избранные труды. Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2007. С. 17–32.
6. *Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г.* Математическая логика. М.: Едиториал УРСС, 2005.