ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
2016 Управление, вычислительная техника и информатика № 1 (34)

УДК 681.5.01:62-50
DOI: 10.17223/19988605/34/2

К.С. Ким, В.И. Смагин

ЛОКАЛЬНО-ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДИСКРЕТНЫМИ СИСТЕМАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ В КАНАЛЕ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ О СОСТОЯНИИ И ВОЗМУЩЕНИЯХ

Работа выполнена в рамках государственного заказа Минобрнауки РФ на проведение научных исследований в Национальном исследовательском Томском государственном университете на 2014–2016 годы.

Рассматривается решение задачи управления в условиях неполной информации о состоянии объекта и модели возмущений с учетом запаздывания по управлению. Предполагается, что модель, описывающая возмущение, действующее на объект, содержит неизвестные параметры. Для определения оптимального управления используется метод локально-оптимального слежения, реализованный с использованием алгоритмов калмановской фильтрации и экстраполяции с неизвестным входом.
Ключевые слова: дискретные системы; локальный критерий; запаздывание по управлению; неполная информация.

Локально-оптимальные дискретные системы управления являются частным случаем дискретного прогнозирующего управления (Model predictive control) с прогнозом на один такт. Задачи управления для объектов с запаздываниями в канале управления исследовались в работах [1–7]. В [1–4] рассматривались задачи управления на основе метода расширения пространства состояний. В работах [5–7] изучались задачи синтеза управлений для объектов с запаздыванием в канале управления и с неполной информацией о возмущениях. В [5, 6] эта задача решалась на основе принципов адаптации, при этом в [6] модель объекта задавалась в непрерывном времени. В работе [7] рассматривалась задача синтеза управления в дискретных стохастических системах с использованием методов калмановской фильтрации с учетом оценок неизвестного входа (возмущений).

В настоящей работе решается задача управления в условиях неполной информации о состоянии объекта с запаздыванием по управлению при косвенных наблюдениях за возмущениями. Предполагается, что модель возмущений содержит неопределенные параметры.

1. Постановка задачи

Модель объекта с запаздыванием по управлению описывается дискретным уравнением

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k-h) + Fs(k),$$
$$x(0) = x_0,\ u(j) = \psi(j),\ j = -h, -h+1, \ldots, -1, \tag{1}$$

где $x(k) \in \mathrm{R}^n$ – вектор состояния; $u(k-h) \in \mathrm{R}^m$ – вектор управления; h – количество тактов запаздывания; $s(k) \in \mathrm{R}^{n_1}$ – вектор возмущений, $\psi(j)$ $(j = -h, -h+1, \ldots, -1)$ – заданный вектор; A, B, F – заданные постоянные матрицы. Предполагается, что наблюдению доступен вектор $w_x(k) \in \mathrm{R}^l$:

$$w_x(k) = H_x x(k) + \tau_x(k), \tag{2}$$

где H_x – матрица канала наблюдений, $\tau_x(k)$ – гауссовская случайная последовательность.

Модель возмущений содержит неизвестные переменные параметры и определяется следующим разностным уравнением:

$$s(k+1) = (R(k) + \Delta R(k))s(k) + f(k) + \Delta f(k) + q(k),\ s(0) = s_0, \tag{3}$$

где $R(k)$ – известная матрица, $f(k)$ – известный вектор, $\Delta R(k)$ и $\Delta f(k)$ – некоторые неизвестные матрица и вектор, которые можно интерпретировать как ошибки определения параметров модели (3). Модель (3) представим как динамическую модель с неизвестным входом

$$s(k+1)=R(k)s(k)+f(k)+r(k)+q(k),\ s(0)=s_0, \tag{4}$$

где $r(k)=\Delta R(k)s(k)+\Delta f(k)$ – вектор неизвестного входа.

Косвенные наблюдения за вектором возмущений описываются следующим соотношением:

$$\omega(k)=\Phi s(k)+\tau(k), \tag{5}$$

где $\omega(k)\in R^{m_1}$ – вектор наблюдений; Φ – $m_1\times n$-матрица; $\tau(k)$ – случайные ошибки наблюдений. В (1) и (3) x_0, s_0 – случайные векторы начальных условий, независимые от $q(k)$, $\tau(k)$ и $\tau_x(k)$ ($\mathrm{M}\{x_0\}=\bar{x}_0$, $\mathrm{M}\{(x_0-\bar{x}_0)(x_0-\bar{x}_0)^{\mathrm{T}}\}=P_0$, $\mathrm{M}\{s_0\}=\bar{s}_0$, $\mathrm{M}\{(s_0-\bar{s}_0)(s_0-\bar{s}_0)^{\mathrm{T}}\}=P_{s_0}$); $q(k)$, $\tau(k)$, $\tau_x(k)$ – независимые гауссовские случайные последовательности с характеристиками:

$$\mathrm{M}\{q(k)\}=0,\ \mathrm{M}\{\tau(k)\}=0,\ \mathrm{M}\{\tau_x(k)\}=0,$$

$$\mathrm{M}\{q(k)q^{\mathrm{T}}(j)\}=Q\delta_{kj},\ \mathrm{M}\{\tau(k)\tau(j)^{\mathrm{T}}\}=\mathrm{T}\delta_{kj},\ \mathrm{M}\{\tau_x(k)\tau_x(j)^{\mathrm{T}}\}=\mathrm{T}_{\mathrm{x}}\delta_{kj}, \tag{6}$$

δ_{kj} – символ Кронекера, Т – символ операции транспонирования.

Требуется построить такое управление, чтобы вектор выхода системы $w(k)\in R^{n_2}$, $w(k)=Hx(k)$ отслеживал значение заданного вектора $z(k)\in \mathrm{R}^{n_2}$.

2. Синтез локально-оптимального управления

Сначала определим управление, отслеживающее заданный вектор $z(k)$. Предположим, что все компоненты вектора $x(k)$ и $s(k)$ измеряются точно. Тогда оптимизируемый локальный критерий будет иметь вид

$$I(k)=\mathrm{M}\{(w(k+1)-z(k))^{\mathrm{T}}C(w(k+1)-z(k))+u^{\mathrm{T}}(k-h)Du(k-h)/S_0^k,X_0^k\}, \tag{7}$$

где $C>0$, $D\geq 0$ – весовые матрицы; $z(k)$ – заданный отслеживаемый вектор; $S_0^k=\{s(0),s(1),...,s(k)\}$, $X_0^k=\{x(0),x(1),...,x(k)\}$.

Вычислим значение критерия (7):

$$I(k)=u^{\mathrm{T}}(k-h)(B^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}}CHB+D)u(k-h)+u^{\mathrm{T}}(k-h)B^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}}C(HAx(k)+$$
$$+HFs(k)-z(k))+(HAx(k)+HFs(k)-z(k))^{\mathrm{T}}CHBu(k-h). \tag{8}$$

Оптимальное управление определим из условия

$$\frac{dI(k)}{du(k-h)}=0. \tag{9}$$

Тогда, в силу (9), получим уравнение

$$(B^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}}CHB+D)u(k-h)+B^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}}C(HAx(k)+HFs(k)-z(k))=0. \tag{10}$$

Выражая $u(k-h)$ из (10), получаем управление в следующем виде:

$$u(k-h)=-(B^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}}CHB+D)^{-1}B^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}}C(HAx(k)+HFs(k)-z(k)). \tag{11}$$

Далее, учитывая (1), имеем равенства

$$x(k)=Ax(k-1)+Bu(k-h-1)+Fs(k-1),$$
$$x(k-1)=Ax(k-2)+Bu(k-h-2)+Fs(k-2),$$
$$\vdots$$
$$x(k-h+1)=Ax(k-h)+Bu(k-2h)+Fs(k-h). \tag{12}$$

Тогда для вычисления вектора $x(k)$ из системы (12) получим следующую формулу:

$$x(k)=A^h x(k-h)+\sum_{i=1}^{h}A^{i-1}Bu(k-h-i)+\sum_{i=1}^{h}A^{i-1}Fs(k-i). \tag{13}$$

Учитывая (13), локально-оптимальное управление (11) представим в виде

$$u(k-h) = -(B^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}}CHB + D)^{-1}B^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}}C(HA^{h+1}x(k-h) +$$

$$+\sum_{i=1}^{h} HA^{i}Bu(k-h-i) + \sum_{i=0}^{h} HA^{i}Fs(k-i) - z(k)). \qquad (14)$$

Управление (14) формируется в момент времени $k-h$, и для его реализации необходимо знать состояние $x(k-h)$, возмущение $s(k-h)$ и прошлые значения управлений $u(k-h-i)$, а также необходимо вычислять прогноз возмущений для моментов времени $k, k-1,\ldots, k-h+1$.

Построим управление для случая неполной информации об аддитивном возмущении $s(\cdot)$ и о состоянии объекта $x(\cdot)$. Управление в этом случае определим на основе принципа разделения, используя оценки фильтрации компонент $x(\cdot)$ и $s(\cdot)$ и оценки прогноза для вектора $s(\cdot)$. В результате для текущего времени $(k-h)$ получим

$$u(k-h) = -(B^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}}CHB + D)^{-1}B^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}}C(HA^{h+1}\hat{x}_f(k-h) + \sum_{i=1}^{h} HA^{i}Bu(k-h-i) +$$

$$+HA^{h}F\hat{s}_f(k-h) + \sum_{i=0}^{h-1} HA^{i}F\hat{s}_p(k-i) - z(k)), \qquad (15)$$

где $\hat{s}_f(k-h)$ и $\hat{x}_f(k-h)$ – оценки фильтрации, которые определяются с помощью алгоритма оптимальной калмановской фильтрации:

$$\hat{s}_f(k-h) = R(k-h-1)\hat{s}_f(k-h-1) + f(k) + \hat{r}(k-h-1) + K_f(k-h)[\omega(k-h) -$$

$$-\Phi(R(k-h-1)\hat{s}_f(k-h-1) + f(k) + \hat{r}(k-h-1))],\ \hat{s}_f(0) = \overline{s}_0, \qquad (16)$$

$$K_f(k-h) = P(k-h/k-h-1)\Phi^{\mathrm{T}}(\Phi P(k-h/k-h-1)\Phi^{\mathrm{T}} + \mathrm{T})^{-1}, \qquad (17)$$

$$P(k-h/k-h-1) = R(k-h-1)P(k-h-1)R(k-h-1)^{\mathrm{T}} + Q, \qquad (18)$$

$$P(k-h) = (E_{n_1} - K_f(k-h)\Phi)P(k-h/k-h-1),\ P(0) = P_{s_0}. \qquad (19)$$

$$\hat{x}_f(k-h) = A\hat{x}_f(k-h-1) + Bu(k-2h-1) + F\hat{s}_f(k-h-1) + \hat{r}_x(k-h-1) + K_x(k-h)[w(k-h) -$$

$$-H_x(A\hat{x}_f(k-h-1) + Bu(k-2h-1) + F\hat{s}_f(k-h-1) + \hat{r}_x(k-h-1))],\ \hat{x}(0) = \overline{x}_0, \qquad (20)$$

$$K_x(k-h) = P_x(k-h/k-h-1)H^{\mathrm{T}}(HP_x(k-h/k-h-1)H^{\mathrm{T}} + T_x)^{-1}, \qquad (21)$$

$$P_x(k-h/k-h-1) = AP_x(k-h-1)A^{\mathrm{T}}, \qquad (22)$$

$$P_x(k-h) = (E_{n_1} - K_x(k-h)H)P_x(k-h/k-h-1),\ P(0) = P_0, \qquad (23)$$

где E_{n_1} – единичная матрица размерности n_1. В (19) введена оценка вектора неизвестного входа $\hat{r}_x(k)$; так как в исходной модели (1) $s(k)$ точно не наблюдается, то введение в модели (1) аддитивного неизвестного вектора (вектора ошибок) $r_x(k)$ и последующая его оценка позволят обеспечить компенсацию ошибок, возникающих в модели объекта (1) из-за использования оценок $\hat{s}(k)$ при формировании управления. При определении управления (14) требуется вычислять также оценки и в моменты, большие, чем $(k-h)$ (оценки прогноза), поэтому здесь воспользуемся экстраполятором, который позволит найти оценку возмущения с прогнозом на один такт $\hat{s}_p(k-h+1)$:

$$\hat{s}_p(k-h+1) = R(k-h)\hat{s}_p(k-h) + f(k-h) + \hat{r}(k-h) +$$

$$+K_p(k-h)(\omega(k-h) - \Phi\hat{s}_p(k-h)),\ \hat{s}_p(0) = \overline{s}_0, \qquad (24)$$

$$K_p(k-h) = R(k-h)P_p(k-h)\Phi^{\mathrm{T}}(\Phi P_p(k-h)\Phi^{\mathrm{T}} + \mathrm{T})^{-1}, \qquad (25)$$

$$P_p(k-h+1) = (R(k-h) - K_p(k-h)\Phi)P_p(k-h)(R(k-h) - K_p(k-h)\Phi)^{\mathrm{T}} +$$

$$+Q + K_p(k-h)\mathrm{T}K_p^{\mathrm{T}}(k-h),\ P_p(0) = P_{s_0}, \qquad (26)$$

а оценки $\hat{s}_p(k-h+j)$ для $j \ge 2$ определятся по формулам

$$\hat{s}_p(k-h+j) = R(k-h+j-1)\hat{s}_p(k-h+j-1) + f(k-h+j-1) + \hat{r}(k-h+j-1)\,. \tag{27}$$

В (16) и (24) оценка $\hat{r}(\cdot)$ вычисляется по методу наименьших квадратов на основе минимизации критерия [8]:

$$J_1 = \sum_{i=1}^{\rho}\left\{\|\chi(i)\|_V^2 + \|r(i-1)\|_W^2\right\}, \tag{28}$$

где $\chi(i) = \omega(i) - \Phi(R(i-1)\hat{s}_f(i-1) + f(i-1))$, $\rho = k-h-1$, $V > 0$, $W \ge 0$ – весовые матрицы соответствующих размерностей, $\|\chi(i)\|_V^2 = \chi^{\mathrm{T}}(i)V\chi(i)$. В этом случае оценка имеет вид

$$\hat{r}(k-h-1) = [\Phi^{\mathrm{T}}V\Phi + W]^{-1}\Phi^{\mathrm{T}}V\{\omega(k-h) - \Phi[R(k-h-1)\hat{s}(k-h-1) + f(k-h-1)]\}\,, \tag{29}$$

которая учитывается при определении оценок $\hat{s}_f$ и $\hat{s}_p$, вычисляемых по формулам (16), (24).

Отметим, что в (24) используется оценка $\hat{r}(k-h)$, которая вычисляется по оценке (29) с использованием прогноза на один такт, здесь можно воспользоваться, например, методами прогнозирования временных рядов.

По аналогии с (29) находится оценка неизвестного входа $\hat{r}_x(k)$, минимизируя следующий критерий:

$$J_2 = \sum_{i=1}^{\rho}\left\{\|\chi_x(i)\|_{V_x}^2 + \|r_x(i-1)\|_{W_x}^2\right\}, \tag{30}$$

где $\chi_x(i) = w_x(i) - \Phi(A\hat{x}(i-1) + Bu(i-h-1) + F\hat{s}_f(i-1))$, $V_x > 0$, $W_x \ge 0$ – весовые матрицы, получим оценку

$$\hat{r}_x(k-h-1) = S_x[w_x(k-h) - H_x(A\hat{x}_f(k-h-1) + Bu(k-2h-1) + F\hat{s}_f(k-h-1)], \tag{31}$$

$S_x = (H_x^T V_x H_x + W_x)^{-1} H_x^T V_x$.

Отметим, что для построения оценок неизвестных входов можно также использовать методы, предложенные в работах [9–12].

3. Результаты моделирования

Рассмотрим модель объекта для следующих исходных данных:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}75 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}79 \end{pmatrix},\ R(k) = R = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0{,}2 & 0{,}6 \end{pmatrix},\ Q = \mathrm{diag}\{0{,}05 \quad 0{,}02\},\ \mathrm{T} = \mathrm{diag}\{0{,}04 \ \ 0{,}06\},$$

$$B = H = F = C = V = P_0 = V_x = E_2\,,\ D = W = W_x = 0\,,\ z = \begin{pmatrix} 20 & 17 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$f_1(k) = \begin{cases} 0{,}4, & \text{если } 0 \le k < 10, \\ -0{,}4, & \text{если } 10 \le k < 20, \\ 0{,}4, & \text{если } 20 \le k \le 30, \end{cases} \quad f_2(k) = \begin{cases} 0{,}4, & \text{если } 0 \le k < 10, \\ -0{,}4, & \text{если } 10 \le k < 20, \\ 0{,}4, & \text{если } 20 \le k \le 30. \end{cases}$$

Алгоритм управления исследовался для следующей матрицы ΔR и компонент вектора $\Delta f(k)$:

$$\Delta R(k) = \Delta R = \begin{pmatrix} 0 & 0{,}03 \\ 0{,}04 & 0{,}05 \end{pmatrix},\ \Delta f_1(k) = \begin{cases} 0{,}1\sin(k) + 0{,}1, & \text{если } 0 \le k < 10, \\ 0{,}1\sin(k) + 0{,}1, & \text{если } 10 \le k < 20, \\ 0{,}1\sin(k) - 0{,}1, & \text{если } 20 \le k \le 30, \end{cases}$$

$$\Delta f_2(k) = \begin{cases} 0{,}1\sin(k) - 0{,}1, & \text{если } 0 \le k < 10, \\ 0{,}1\sin(k) + 0{,}1, & \text{если } 10 \le k < 20, \\ 0{,}1\sin(k) - 0{,}1, & \text{если } 20 \le k \le 30. \end{cases}$$

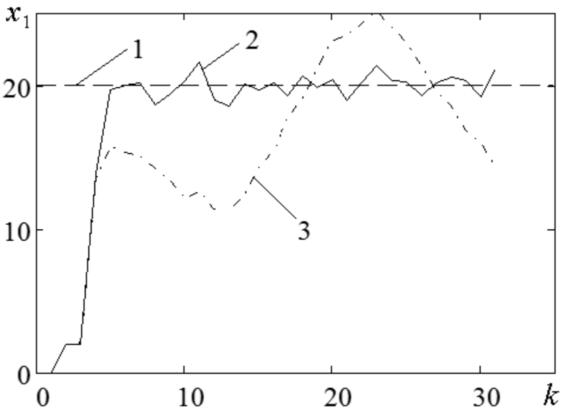

Рис. 1. Компоненты вектора состояния: *1* – компоненты отслеживаемого вектора; *2* – компоненты вектора состояния для управления (14)–(25); *3* – компоненты вектора состояния для управления (14), когда в фильтрах (14)–(25) не используются оценки неизвестных входов

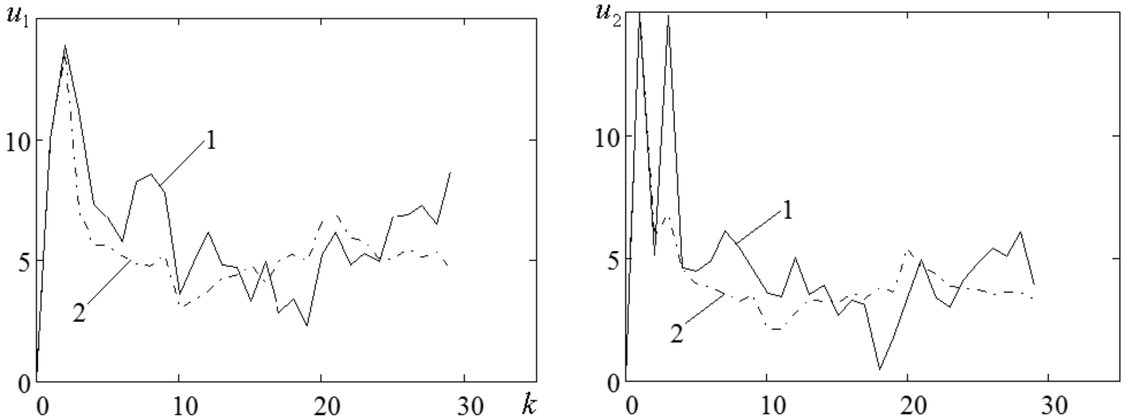

Рис. 2. Компоненты вектора управления: *1* – компоненты вектора управления для алгоритма, использующего оценки неизвестных входов (14)–(25); *2* – компоненты вектора управления для алгоритма (14), не использующего оценки неизвестных входов

Результаты моделирования показали, что исключение оценок неизвестных входов в используемых алгоритмах фильтрации и экстраполяции приводит к значительному снижению точности слежения или к срыву слежения.

Заключение

Предложен алгоритм локально-оптимального управления для дискретной стохастической системы с запаздыванием по управлению, функционирующей в условиях неполной информации о модели возмущений и компонентах вектора состояния. Показано, что применение в алгоритмах фильтрации и экстраполяции с учетом оценок неизвестного входа приводит к повышению точности отслеживания компонент заданного вектора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дегтярев Г.Л., Ризаев И.С. Синтез локально-оптимальных алгоритмов управления летательными аппаратами. М. : Машиностроение, 1991. 304 с.
2. Mohammad S., Modarres S., Karbassi S.M. Time-optimal control of discrete-time linear systems with state and input time-delays // Int. Journal of Innovative Computing, Information and Control. 2009. Vol. 5, No. 9. P. 2619–2625.
3. Tehrani H.A., Ramroodi N. Eigenvalue assignment of discrete-time linear systems with state and input time-delays // AIJ-MISC. 2013. Vol. 45, No. 2. P. 23–30.

4. Киселева М.Ю., Смагин В.И. Управление с прогнозирующей моделью с учетом запаздывания по управлению // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 2 (11). С. 5–12.
5. Смагин В.И., Смагин С.В. Адаптивное управление запасами с учетом ограничений и транспортных запаздываний // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2008. № 3 (4). С. 19–26.
6. Пыркин А.А. Адаптивный алгоритм компенсации параметрически неопределенного смещенного гармонического возмущения для линейного объекта с запаздыванием в канале управления // Автоматика и телемеханика. 2010. № 8. С. 62–78.
7. Kiseleva M.Yu., Smagin V.I. Model predictive control for linear discrete-time systems with time delays and unknown input // Communications in Computer and Information Science (CCIS–487). Springer International Publishing Switzerland, 2014. P. 181–188.
8. Janczak D., Grishin Yu. State estimation of linear dynamic system with unknown input and uncertain observation using dynamic programming // Control and Cybernetics. 2006. No. 4. P. 851–862.
9. Hsieh C.-S. On the optimality of two-stage Kalman filtering for systems with unknown inputs // Asian Journal of Control. 2010. No. 4. P. 510–523.
10. Witczak M. Fault diagnosis and fault-tolerant control strategies for non-linear systems. Chapter 2. Unknown input observers and filters // Lecture Notes in Electrical Engineering. Springer International Publishing, Switzerland, 2014. P. 19–56.
11. Смагин В.И., Смагин С.В. Фильтрация в линейных дискретных нестационарных системах с неизвестными возмущениями // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2011. № 3 (16). С. 43–51.
12. Смагин В.И. Оценивание состояний нестационарных дискретных систем при неизвестном входе с использованием компенсаций // Изв. вузов. Физика. 2015. Т. 58, № 7. С. 122–127.

Ким Константин Станиславович. E-mail: kks93@rambler.ru
***Смагин Валерий Иванович*, **д-р техн. наук, профессор. E-mail: vsm@mail.tsu.ru
Томский государственный университет

Поступила в редакцию 2 ноября 2015 г.

Kim Konstantin S., Smagin Valery I. (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).

Locally-optimal control of discrete delayed control systems with incomplete information about state and perturbations.

Keywords: discrete system; local criteria; delayed control; incomplete information.

DOI: 10.17223/19988605/34/2

Model of object with delayed control is described by equation

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k-h) + Fs(k),$$
$$x(0) = x_0,\ u(j) = \psi(j),\ j = -h, -h+1, ..., -1,$$

where $x(k) \in \mathrm{R}^n$ is the state vector, $u(k-h) \in \mathrm{R}^m$ is the control vector, h is the time delay, $s(k) \in \mathrm{R}^{n_1}$ is the perturbation vector, x_0 and $\psi(j)$ $(j = -h, -h+1, ..., -1)$ are initial vector and initial function, *A, B,* and *F* are constant matrices. It is assumed that the observable vector $w_x(k) \in \mathrm{R}^l$, and

$$w_x(k) = H_x x(k) + \tau_x(k),$$

where H_x is the matrix of channel of observations, $\tau_x(k)$ is the Gaussian random sequence.

The perturbation model contains unknown parameters and is determined by the equation

$$s(k+1) = (R(k) + \Delta R(k))s(k) + f(k) + \Delta f(k) + q(k),\ s(0) = s_0,$$

where $R(k)$ is the known matrix, $f(k)$ is the known vector, $\Delta R(k)$ and $\Delta f(k)$ are some unknown matrix and vector, s_0 is the random vector of initial conditions independent of $q(k)$, $\tau(k)$ and $\tau_x(k)$; $q(k)$, $\tau(k)$, $\tau_x(k)$ are independent Gaussian random sequences with the known characteristics.

Indirect observations of the vector perturbations are described by the model

$$\omega(k) = \Phi s(k) + \tau(k),$$

where $\omega(k) \in R^{m_1}$ is the vector of observations, Φ is $m_1 \times n$-matrix, $\tau(k)$ are random errors of observations.

To solve the problem, we use the approach which is based on optimization of local criteria

$$I(k) = M\left\{(w(k+1) - z(k))^{\mathrm{T}} C(w(k+1) - z(k)) + u^{\mathrm{T}}(k-h)Du(k-h)\right\},$$

where $w(k) = Hx(k)$ is the controlled output of the system, $C = C^T \geq 0$ and $D = D^T \geq 0$ are weight matrices, $z(k) \in R^n$ is the tracking vector. The control is realized on the base of the Kalman filtering and extrapolation with considering the unknown input.

REFERENCES

1. Degtyarev, G.L. & Rizaev, I.S. (1991) *Sintez lokal'no-optimal'nykh algoritmov upravleniya letatel'nymi apparatami* [Synthesis of locally optimal algorithms for flight vehicle control]. Moscow: Mashinostroenie.

2. Mohammad, S., Modarres, S. & Karbassi, S.M. (2009) Time-optimal control of discrete-time linear systems with state and input time-delays. *Int. Journal of Innovative Computing, Information and Control*. 5(9). pp. 2619-2625.
3. Tehrani, H.A. & Ramroodi, N. (2013) Eigenvalue assignment of discrete-time linear systems with state and input time-delays. *AIJ-MISC*. 45(2). pp. 23-30.
4. Kiseleva, M.Yu. & Smagin, V.I. (2010) Model predictive control with time-delay in control input. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 2(11). pp. 5-12. (In Russian).
5. Smagin, V.I. & Smagin, S.V. (2008) Adaptive Inventory Control with Restrictions and Transport Delays. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 3(4). pp. 19-26. (In Russian)
6. Pyrkin, A.A. (2010) Adaptive algorithm to compensate parametrically uncertain biased disturbance of a linear plant with delay in the control channel. *Automation and Remote Control*. 71(8). pp. 1562-1577. DOI: 10.1134/S0005117910080060
7. Kiseleva, M.Yu. & Smagin, V.I. (2014) *Model predictive control for linear discrete-time systems with time delays and unknown input*. Communications in Computer and Information Science (CCIS–487). Springer International Publishing Switzerland. pp. 181-188.
8. Janczak, D. & Grishin, Yu. (2006) State estimation of linear dynamic system with unknown input and uncertain observation using dynamic programming. *Control and Cybernetics*. 4. pp. 851-862.
9. Hsieh, C-S. (2010) On the optimality of two-stage Kalman filtering for systems with unknown inputs. *Asian Journal of Control*. 4. pp. 510-523. DOI: 10.1002/asjc.205
10. Witczak, M. (2014) *Fault diagnosis and fault-tolerant control strategies for non-linear systems*. Springer International Publishing, Switzerland. pp. 19-56.
11. Smagin, V.I. & Smagin, S.V. (2011) Filtering for linear not stationary discrete system with unknown disturbances. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science.* 3(16). pp. 43-51. (In Russian).
12. Smagin, V.I. (2015) State estimation for nonstationary discrete systems with unknown input using compensations. *Russian Physics Journal*. 58(7). pp. 122-127. (In Russian).