

УДК 532.529:662.62

DOI 10.17223/19988621/41/8

**О.В. Матвиенко, А.В. Андриасян,
Н.А. Мамадраимова, А.О. Андропова**

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ В ФОРМЕ ВЫТЯНУТОГО ЭЛЛИПСОИДА ВРАЩЕНИЯ В ЗАКРУЧЕННОМ ПОТОКЕ

Проведено исследование движения частицы в форме вытянутого эллипсоида вращения в закрученном потоке. Установлено, что в зависимости от ориентации частицы в пространстве возможно как ее восходящее, так и нисходящее движение. С использованием модели дрейфа определены условия восходящего и нисходящего движения. Предложены зависимости, позволяющие определить компоненты вектора скорости частицы.

Ключевые слова: *механика жидкости, частицы, дисперсная фаза, закрученный поток, сепарация.*

В пылеочистительной технике большое распространение получили циклоны различных конструкций, однако принцип их работы одинаков и основан на использовании центробежной силы [1 – 3].

При центробежном разделении выбросу придается вращательное движение внутри циклонного аппарата, при этом твердые частицы отбрасываются центробежной силой на периферию аппарата к его стенке, так как центробежное ускорение в циклоне на несколько порядков больше ускорения силы тяжести, что позволяет удалить из выброса даже весьма мелкие частицы [4].

Для определения эффективности сепарации необходимо учитывать, помимо условий работы, свойства разделяемой смеси, дисперсность твердых частиц, вязкость дисперсионной среды, разницу плотностей разделяемых фаз, концентрацию вещества в жидкой фазе.

Отметим, что подавляющее большинство публикаций относится к изучению процессов разделения частиц сферической формы [5 – 9]. Однако в реальных ситуациях форма частицы может существенно отличаться от сферической. В результате распределения скорости жидкости и давления вблизи сферической и несферической частицы будет различным. И, как следствие этого, силы гидродинамического сопротивления, действующие на несферическую частицу, будут отличны от сил, действующих на частицу сферической формы. Это, в свою очередь, приведет к изменению траекторий движения частиц в аппарате и повлияет на сепарационные характеристики.

Целью работы является исследование движения в закрученном потоке неизометрических твердых частиц, имеющих форму вытянутого эллипсоида вращения.

Поле течения жидкости

Рассмотрим движение жидкости в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами разного размера. Оба цилиндра могут как вращаться с постоянными угловыми скоростями, так и покоиться. Поскольку рассматриваемое течение жидкости

можно считать плоским и осесимметричным, то уравнения гидродинамики в цилиндрических координатах примут вид [10]

$$\frac{d}{dr} \left[r^3 \frac{d}{dr} \left(\frac{v_{l\varphi}}{r} \right) \right] = 0, \quad \frac{dp}{dr} = \rho_l \frac{v_{l\varphi}^2}{r}. \quad (1)$$

Здесь r – радиальная координата; $v_{l\varphi}$ – тангенциальная скорость жидкости; ρ_l – плотность жидкости; p – давление.

В качестве граничных условий используются условия прилипания на стенках:

$$r = r_i : v_{l\varphi} = \omega_i r_i, \quad r = r_e : v_{l\varphi} = \omega_e r_e. \quad (2)$$

В уравнениях (2) r_i, r_e – радиусы внутреннего и внешнего цилиндров соответственно ω_i, ω_e – угловые скорости их вращения.

Проинтегрировав уравнение (1) с граничными условиями (2), получим радиальное распределение тангенциальной скорости жидкости:

$$v_{l\varphi} = \frac{\omega_e r_e^2 - \omega_i r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} r - \frac{r_e^2 r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} \frac{\omega_e - \omega_i}{r}. \quad (3)$$

Если внешний и внутренний цилиндры вращаются с одной угловой скоростью $\omega_e = \omega_i = \omega$, то распределение тангенциальной скорости соответствует закону вращения твердого тела $v_{l\varphi} = \omega r$.

Уравнения движения частицы

При движении частицы в потоке жидкости или газа на нее действует сила сопротивления со стороны несущей среды. Если вектор скорости частицы направлен в сторону большей полуоси эллипсоида или перпендикулярно ей, то сила сопротивления будет направлена в сторону, противоположную вектору скорости [3]. Если частица движется в направлении, перпендикулярном большей полуоси эллипсоида, то и в этом случае вектор скорости и вектор силы сопротивления будут направлены в противоположные стороны. При этом величина силы сопротивления в первом и втором случае будет различной. Если же вектор скорости центра масс частицы направлен под углом к главным осям эллипсоида, то векторы скорости и силы сопротивления перестают быть коллинеарными. Величина силы сопротивления будет определяться скалярным произведением тензора сопротивления K и вектора скорости частицы относительно несущего потока:

$$\mathbf{F}_D = -6\pi\mu a K \cdot (\mathbf{v}_l - \mathbf{v}_p), \quad (4)$$

где μ – вязкость несущей среды, a – характерный размер частицы, $\mathbf{v}_l$ – скорость несущего потока, $\mathbf{v}_p$ – скорость частицы.

В декартовой систем координат с использованием индексной формы записи и соглашения о суммировании Эйнштейна уравнение (4) может быть записано в виде

$$F_{Di} = -6\pi\mu a K_{ij} (v_{lj} - v_{pj}). \quad (5)$$

В случае сферической симметрии все 3 диагональные компоненты тензора сопротивления будут равны между собой и закон сопротивления естественным образом переходит в хорошо известный закон Стокса.

В том случае, если частица является ортотропной, т.е. имеет 3 взаимно перпендикулярные плоскости симметрии, то тензор сопротивления в главных осях характеризуется главными значениями K_1 , K_2 и K_3 . В случае осевой симметрии две из трех диагональных компонент тензора будут равны между собой, что имеет место для эллипсоида вращения [3]:

$$K_1 = \frac{\text{Re}}{18} \frac{(\beta^2 - 1)^{3/2}}{(2\beta^2 - 1) \ln(\beta + \sqrt{(\beta^2 - 1)}) - \beta \sqrt{(\beta^2 - 1)}} C_D; \quad (6)$$

$$K_2 = K_3 = \frac{\text{Re}}{9} \frac{(\beta^2 - 1)^{3/2}}{(2\beta^2 - 3) \ln(\beta + \sqrt{(\beta^2 - 1)}) + \beta \sqrt{(\beta^2 - 1)}} C_D, \quad (7)$$

где C_D – коэффициент сопротивления твердой сферической частицы, $\beta = b/a$ характеризует отношение полярного и экваториального диаметра частицы. Формулы (6), (7) справедливы для вытянутых эллипсоидов вращения $\beta > 1$.

Коэффициент сопротивления одиночной твердой частицы C_D в простейшем случае является однозначной функцией относительного числа Рейнольдса $\text{Re} = \rho |\mathbf{v}_l - \mathbf{v}_p| d / \mu$. В качестве характерного размера, необходимого для построения числа Рейнольдса, можно использовать эффективный диаметр частицы, равный диаметру сферической частицы того же самого объема. Для вытянутого эллипсоида вращения эффективный диаметр частицы равен $d = 2a\sqrt[3]{\beta}$. При низких числах Рейнольдса $\text{Re} < 1$ коэффициент сопротивления сферической частицы определяется формулой Стокса: $C_D = 24/\text{Re}$. В переходной области кривая сопротивления описывается различными формулами. В частности, стандартную кривую сопротивления можно аппроксимировать степенными зависимостями Бабухи – Шрайбера [11]: $C_D = A \text{Re}^{-n}$. Значения параметров в диапазоне изменения числа Рейнольдса $1 < \text{Re} < 10$ равны: $A = 26.3$, $n = 0.8$. Для чисел Рейнольдса, лежащих

в диапазоне $10 < \text{Re} < 1000$ рекомендуется использовать следующие значения [12]:

$A = 12.3$, $n = 0.5$. При $\text{Re} > 10^3$ картина обтекания стабилизируется, что в первом приближении приводит к независимости C_D от Re : $C_D = 0.44$. Последнее соотношение известно как закон сопротивления Ньютона.

Движение частицы в закрученном потоке удобно рассматривать в цилиндрической системе координат с базисными векторами $\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\varphi$, $\mathbf{e}_z$. Построим единичный вектор $\mathbf{n}$, направление которого совпадает с направлением большей полуоси частицы. Тогда ориентацию частицы в пространстве можно задать через углы прецессии ψ и нутации θ (рис. 1).

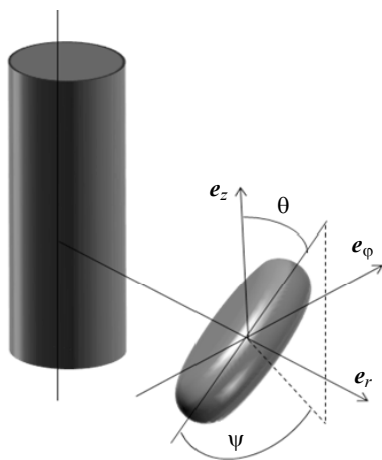


Рис. 1. Ориентация частицы в потоке
Fig. 1. Particle orientation in the flow

Предполагается, что в процессе движения частицы углы ψ и θ остаются неизменными. Последнее возможно при стабилизации заряженной частицы электромагнитным полем [13].

При таком выборе координат компоненты тензора сопротивления определяются следующим образом:

$$K_{rr} = (K_1 - K_2) \cos^2 \psi \cdot \sin^2 \theta + K_2, \quad K_{\varphi\varphi} = (K_1 - K_2) \sin^2 \psi \cdot \sin^2 \theta + K_2,$$

$$K_{zz} = (K_1 - K_2) \cos^2 \theta + K_2, \quad K_{r\varphi} = \frac{1}{2}(K_1 - K_2) \sin(2\psi) \cdot \sin^2 \theta,$$

$$K_{rz} = \frac{1}{2}(K_1 - K_2) \cos \psi \cdot \sin(2\theta), \quad K_{z\varphi} = \frac{1}{2}(K_1 - K_2) \sin \psi \cdot \sin(2\theta).$$

С использованием теоремы об изменении количества движения скорость центра масс частицы может быть найдена из решения системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{dv_{pz}}{dt} = \frac{9}{2} \pi \frac{\mu}{\rho_p a^2} [K_{rz} (v_{lr} - v_{pr}) + K_{z\varphi} (v_{l\varphi} - v_{p\varphi}) + K_{zz} (v_{lz} - v_{pz})] - \frac{(\rho_p - \rho_l)}{\rho_p} g \quad (8)$$

$$\frac{dv_{p\varphi}}{dt} = \frac{9}{2} \pi \frac{\mu}{\rho_p a^2} [K_{r\varphi} (v_{lr} - v_{pr}) + K_{\varphi\varphi} (v_{l\varphi} - v_{p\varphi}) + K_{z\varphi} (v_{lz} - v_{pz})] - \frac{v_{p\varphi} v_{pr}}{r} \quad (9)$$

$$\frac{dv_{pr}}{dt} = \frac{9}{2} \pi \frac{\mu}{\rho_p a^2} [K_{rr} (v_{lr} - v_{pr}) + K_{r\varphi} (v_{l\varphi} - v_{p\varphi}) + K_{rz} (v_{lz} - v_{pz})] + \frac{(\rho_p - \rho_l)}{\rho_p} \frac{v_{p\varphi}^2}{r}. \quad (10)$$

Для определения траектории центра масс частицы используются кинематические соотношения [14]

$$v_{pr} = \frac{dr_p}{dt}, \quad v_{pz} = \frac{dz_p}{dt}, \quad v_{p\varphi} = r_p \frac{d\varphi_p}{dt}. \quad (11)$$

Система уравнений (7 – 10) замыкается начальными условиями

$$t = 0 : v_{pz} = v_{pz0}, \quad v_{pr} = v_{pr0}, \quad v_{p\varphi} = v_{p\varphi0}, \quad z_p = z_{p0}, \quad r_p = r_{p0}, \quad \varphi_p = \varphi_{p0}.$$

Анализ результатов

Рассмотрим движение эллипсоидальных вытянутых частиц в закрученном потоке. Движение мелких частиц относительно несущей жидкости достаточно мало. В результате этого самые мелкие частицы движутся по винтовой траектории практически по цилиндрической поверхности. Крупные частицы, отесняемые центробежной силой, движутся к стенкам внешнего цилиндра по конической поверхности. С увеличением скорости вращения внешнего цилиндра число витков, увеличивается, шаг винтовой линии уменьшается. С увеличением угловой скорости вращения цилиндров происходит рост значений центробежной силы, которая интенсифицирует радиальное движение частицы к внешнему цилиндру. В результате происходит увеличение угла конусности.

На рис. 2 показаны траектории частицы для различных значений угла нутации. Из рисунка видно, что в зависимости от ориентации частицы в пространстве возможно как ее восходящее, так и нисходящее движение.

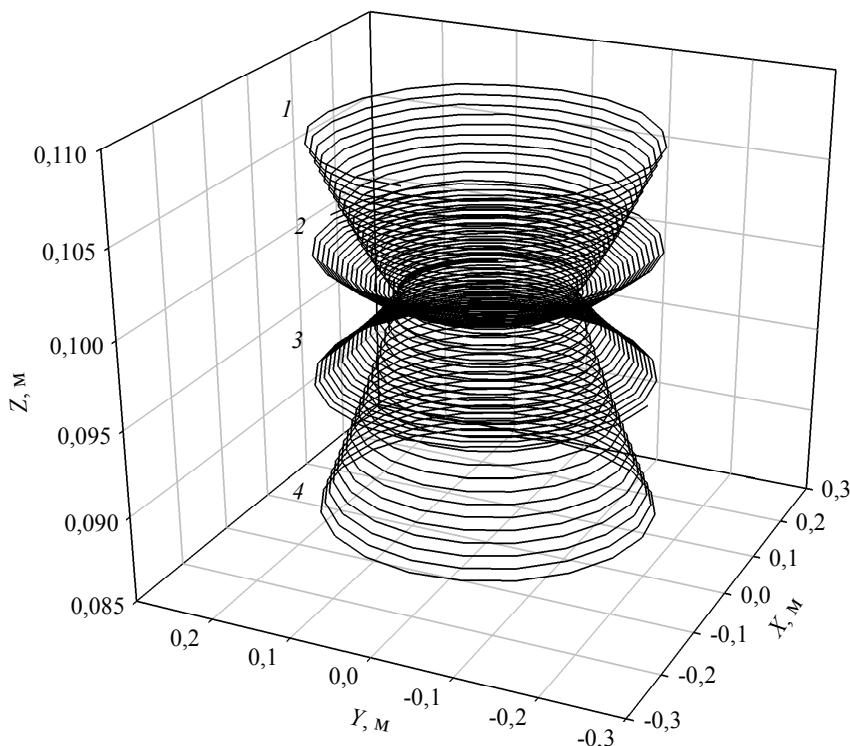


Рис. 2. Траектории движения вытянутых эллипсоидальных частиц:

$d = 10^{-4}$ м, $\beta = 10$, $\omega_i = \omega_e = 10$ рад/с; $\psi = 0$, 1 – $\theta = 60^\circ$, 2 – 75° , 3 – 90° , 4 – 105° ;

Fig. 2. Motion trajectories of prolate ellipsoidal particles:

$d = 10^{-4}$ m, $\beta = 10$, $\omega_i = \omega_e = 10$ rad/s; $\psi = 0$, 1 – $\theta = 60^\circ$, 2 – 75° , 3 – 90° , 4 – 105°

Такое движение объясняется особенностями действия на частицу силы сопротивления. Сила сопротивления, действующая на эллипсоидальную частицу, со стороны несущей жидкости характеризуется наличием горизонтальной и вертикальной составляющих. Горизонтальная составляющая силы сопротивления для тяжелых частиц, плотность которых превосходит плотность несущей среды, направлена к оси симметрии. Направление вертикальной составляющей силы сопротивления зависит от ориентации частицы в пространстве.

Влияние угла нутации θ на движение частицы представлено на рис. 3, где показаны меридиональные проекции траектории, определенные для различных значений угла нутации. Для значений угла $0 < \theta < 15^\circ$ и $15^\circ < \theta < 85^\circ$ движение частиц происходит по нисходящей траектории, для $15^\circ < \theta < 85^\circ$ – по восходящей. Максимальная высота подъема достигается при $\theta = 43^\circ$, наибольшая глубина – при $\theta = 142^\circ$.

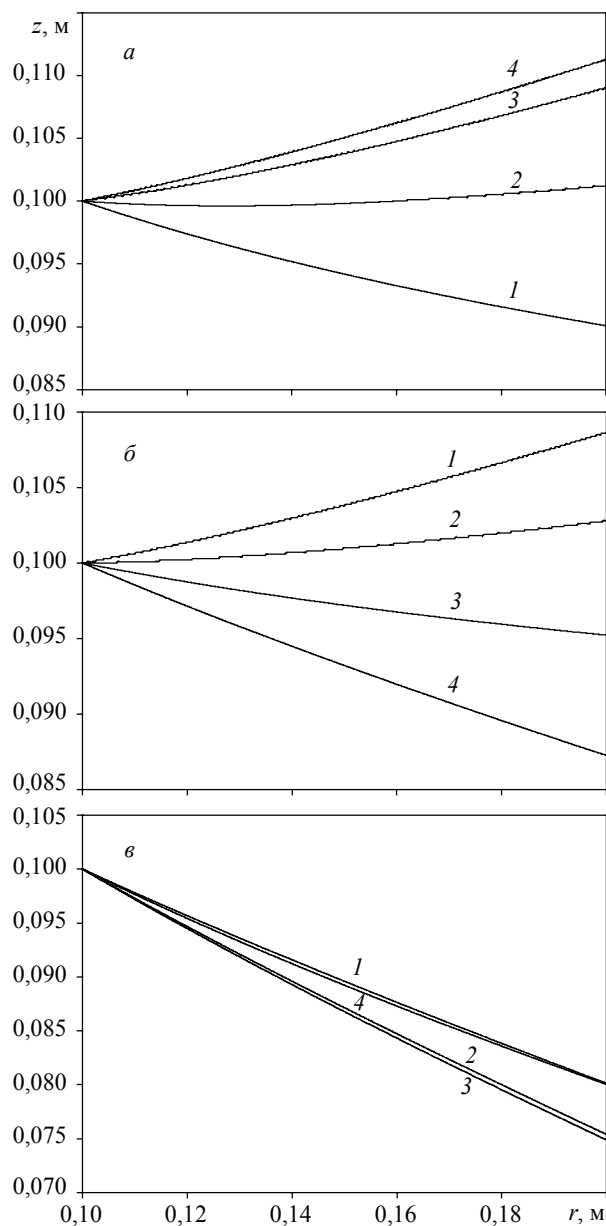


Рис. 3. Меридиональные проекции траектории движения вытянутых эллипсоидальных частиц: $d=10^{-3}$ м, $\psi=0$, $\beta=10$, $\omega_i=\omega_e=10$ рад/с; а: 1 – $\theta=0^\circ$, 2 – 15° , 3 – 30° , 4 – 45° ; б: 1 – $\theta=60^\circ$, 2 – 75° , 3 – 90° , 4 – 105° ; в: 1 – $\theta=120^\circ$, 2 – 135° , 3 – 150° , 4 – 165°

Fig. 3. Meridional projections of the motion trajectory of prolate ellipsoidal particles: $d=10^{-3}$ m, $\psi=0$, $\beta=10$, $\omega_i=\omega_e=10$ rad/s; а: 1 – $\theta=0^\circ$, 2 – 15° , 3 – 30° , 4 – 45° ; б: 1 – $\theta=60^\circ$, 2 – 75° , 3 – 90° , 4 – 105° ; в: 1 – $\theta=120^\circ$, 2 – 135° , 3 – 150° , 4 – 165°

Определим условия, при которых движение частицы является восходящим, а при каких – нисходящим.

Из анализа уравнений движения (8 – 10) следует, что на начальном участке происходит достаточно резкое изменение скорости частицы от начального значения до некоторого равновесного значения, определяемого балансом сил, действующих на частицу и не зависящего от начальных условий. Время выхода на равновесный режим движения может быть найдено как

$$t_{eq} = \frac{\rho_p a^2}{\pi \mu K_2}. \quad (12)$$

Для мелких частиц время достижения динамического равновесия намного меньше характерного гидродинамического времени $t_{dyn} = \omega r_e / g$, что позволяет для анализа движения использовать модель дрейфа частиц [9]. При этом скорость частиц определяется в предположении малости инерционных членов. Таким образом, компоненты вектора скорости частицы могут быть найдены из решения системы алгебраических уравнений:

$$\frac{9}{2} \pi \frac{\mu}{\rho_p a^2} [K_{rz} (v_{lr} - v_{pr}) + K_{z\phi} (v_{l\phi} - v_{p\phi}) + K_{zz} (v_{lz} - v_{pz})] = \frac{(\rho_p - \rho_l)}{\rho_p} g; \quad (13)$$

$$\frac{9}{2} \pi \frac{\mu}{\rho_p a^2} [K_{r\phi} (v_{lr} - v_{pr}) + K_{\phi\phi} (v_{l\phi} - v_{p\phi}) + K_{z\phi} (v_{lz} - v_{pz})] = 0; \quad (14)$$

$$\frac{9}{2} \pi \frac{\mu}{\rho_p a^2} [K_{rr} (v_{lr} - v_{pr}) + K_{r\phi} (v_{l\phi} - v_{p\phi}) + K_{rz} (v_{lz} - v_{pz})] = -\frac{(\rho_p - \rho_l)}{\rho_p} \frac{v_{p\phi}^2}{r}. \quad (15)$$

Система уравнений (13) – (15) является системой нелинейных алгебраических уравнений. Преобразование этой системы приводит к кубическому уравнению, решение которого можно осуществить, например, методом Кардано. Однако полученное решение является достаточно громоздким. Поэтому остановимся на анализе нескольких частных случаев.

В первом случае будем полагать, что угол прецессии $\psi = 0$. Для квазитвердого вращения жидкости: $v_{lz} = 0$, $v_{lr} = 0$, $v_{l\phi} = \omega r$, система уравнений (13) – (15) примет вид

$$K_{rz} v_{pr} + K_{zz} v_{pz} = -\frac{2}{9} t_{eq} K_2 \frac{(\rho_p - \rho_l)}{\rho_p} g; \quad (16)$$

$$v_{l\phi} - v_{p\phi} = 0; \quad (17)$$

$$K_{rr} v_{pr} + K_{rz} v_{pz} = \frac{2}{9} t_{eq} K_2 \frac{(\rho_p - \rho_l)}{\rho_p} \omega^2 r. \quad (18)$$

Решение системы (16) – (17) позволяет определить компоненты скорости частицы:

$$v_{pr} = v_* (Fr \cdot K_{zz} - K_{rz}), \quad v_{pz} = v_* (K_{rr} - Fr \cdot K_{rz}), \quad v_{p\phi} = \omega r, \quad (19)$$

где $v_* = \frac{2}{9} t_{eq} \frac{(\rho_p - \rho_l)}{\rho_p K_1} g$ – стационарная скорость осаждения частицы, большая

ось которой является вертикальной, $Fr = \omega^2 r / g$ – число Фруда.

На рис. 4 показаны зависимости радиальной и осевой составляющих скорости от угла нутации θ , рассчитанные как с использованием дифференциальной модели (8) – (10), так и модели дрейфа (19). Сравнение полученных результатов позволяет сделать вывод о возможности применения модели дрейфа для анализа движения частиц. Как видно из рисунков, максимальная скорость радиального

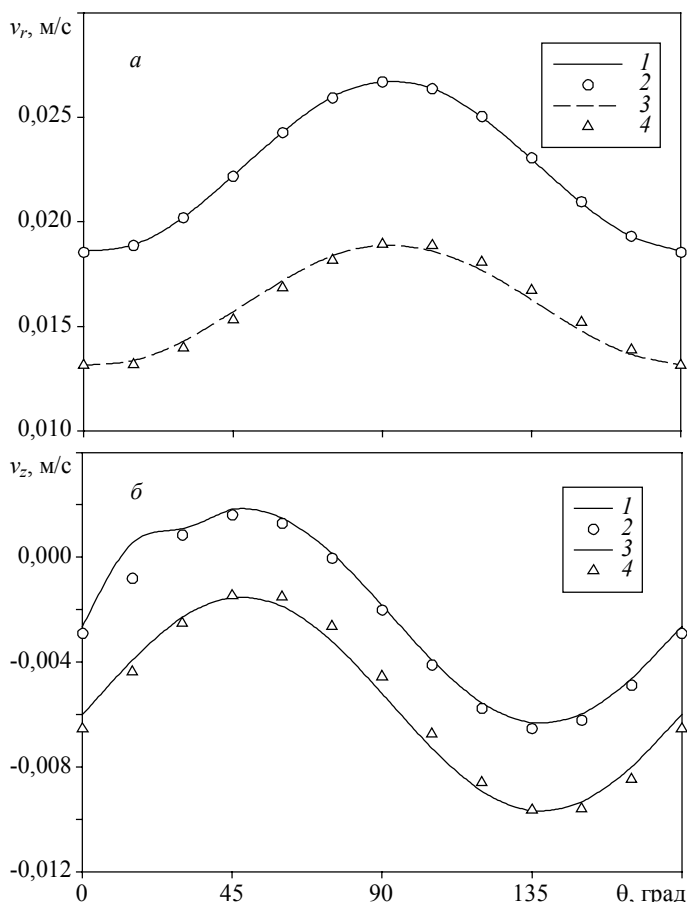


Рис. 4. Зависимость радиальной (а) и осевой (б) составляющих скорости от угла нутации θ : $d = 10^{-3}$ м, $\psi = 0$, $\beta = 10$, $\omega_i = \omega_e = 10$ рад/с; 1, 3 – расчет с использованием модели (10) – (13), кр. 2, 4 – с использованием модели дрейфа, кр. 1, 2 – $Fr = 5$, кр. 3, 4 – $Fr = 2$

Fig. 4. Dependence of the (a) radial and (б) axial velocity components on nutation angle θ : $d = 10^{-3}$ m, $\psi = 0$, $\beta = 10$, $\omega_i = \omega_e = 10$ rad/s; 1, 3 – calculations according to models (10) – (13), 2, 4 – drift model is used, 1, 2 – $Fr = 5$, 3, 4 – $Fr = 2$

движения частицы к стенке достигается при значении угла $\theta = 90^\circ$. В этом случае большая ось частицы ориентирована вдоль радиуса камеры, поэтому при движении в радиальном направлении частица испытывает наименьшее сопротивление. Напротив, при $\theta = 0$ сопротивление радиальному движению со стороны несущего потока становится максимальным. Это приводит к уменьшению значений v_{pr} . С увеличением скорости вращения несущего потока эффект центробежной сепарации становится более значимым, поэтому с ростом значений числа Фруда Fr возрастает радиальная составляющая скорости движения частицы v_{pr} .

Скорость гравитационного осаждения уменьшается при значениях угла нутации $0 < \theta < 45^\circ$, $135^\circ < \theta < 180^\circ$ и возрастает при $45^\circ < \theta < 135^\circ$. При этом максимальная скорость осаждения частицы достигается при $\theta = 135^\circ$, минимальная – $\theta = 45^\circ$. С увеличением значений числа Фруда Fr скорость гравитационного осаждения частицы уменьшается. При достаточно сильной закрутке потока движение частицы станет восходящим. С помощью уравнения (19) определим критическое значение числа Фруда Fr_* , разделяющее режим восходящего и нисходящего движений: $Fr_* = K_{rr}/K_{rz}$.

Если угол прецессии составляет $\psi = 90^\circ$, то компоненты скорости частицы будут

$$v_{pz} = -\frac{K_1}{K_1 \cos^2 \theta + K_2 \sin^2 \theta} v_*, \quad v_{p\varphi} = v_{l\varphi}, \quad v_{pr} = \frac{K_1}{K_2} Fr \cdot v_*. \quad (20)$$

При такой ориентации частицы возможно только нисходящее движение. Скорость гравитационного осаждения зависит от значений угла θ . При $\theta = 0$ достигается максимальная скорость осаждения, при $\theta = 90^\circ$ – минимальная.

Рассмотрим теперь случай, когда угол нутации $\theta = 0$. В этом случае равновесные значения составляющих скорости частицы будут равны:

$$v_{pz} = -\frac{2}{9} t_{eq} \frac{K_2 (\rho_p - \rho_l)}{K_1 \rho_p} g = -K_2 v_*, \quad v_{p\varphi} = v_{l\varphi},$$

$$v_{pr} = \frac{2}{9} t_{eq} \frac{(\rho_p - \rho_l)}{\rho_p} \omega^2 r = \frac{Fr}{K_1} v_*. \quad (21)$$

Как следует из (21)? движение частицы для заданной ориентации осей всегда будет нисходящим. При угле нутации $\theta = 0$ скорость движения частицы не зависит от значения угла φ .

При значении угла $\theta = 90^\circ$ компоненты вектора скорости частицы будут

$$v_{pz} = -K_1 v_*, \quad v_{p\varphi} = -\frac{1}{2Fr} \frac{v_{l\varphi}^2}{v_*} \left(1 - \sqrt{1 + 4Fr \frac{v_*}{v_{l\varphi}}} \right), \quad v_{pr} = \frac{K_{\varphi\varphi}}{K_{r\varphi}} (v_{l\varphi} - v_{p\varphi}). \quad (15)$$

Скорость гравитационного осаждения не зависит от величины угла прецессии и определяется только размером и формой частицы. Скорость движения частицы в тангенциальном направлении оказывается отличной от скорости движения жидкости и зависит от размеров, формы частицы и угловой скорости вращения жидкости. При этом, чем больше число Фруда, тем больше скорость движения частицы в тангенциальном направлении отличается от скорости несущего потока. Ско-

рость радиального движения частицы определяется не только размером и формой частицы, а также ее ориентацией в пространстве.

Таким образом, проведенные исследования показали, что движение частиц существенно определяется их положением в потоке, и для создания расчетных методик сепарации и пылеулавливания необходимо учитывать этот факт.

ЛИТЕРАТУРА

1. Crowe C., Sommerfeld M., Tsuji Ya. Multiphase Flows with Droplets and Particles. CRC Press, 1998. 472 p.
2. Островский Г.М. Прикладная механика неоднородных сред. СПб.: Наука, 2000. 359 с.
3. Кутепов А.М., Полянин Л.Д., Запрянов З.Д. и др. Химическая гидродинамика: справочное пособие. М.: Бюро Квантум, 1996.
4. Матвиенко О.В., Евтюшкин Е.В. Математическое исследование сепарации дисперсной фазы в гидроциклоне при очистке вязкопластических буровых растворов // Инженерно-физический журнал. 2011. Т. 84. № 2. С. 230–238.
5. Clift R., Grace J.R., Weber M.E. Bubbles, drops and particles. NY: Academ Press, 1978. 380 p.
6. Rubinow S.I., Keller J.B. The transverse force on spinning sphere moving in a viscous fluid // J. of Fluid Mech. 1965. V. 22. P. 385–400.
7. Матвиенко О.В., Данейко А.М. Исследование ударного взаимодействия частиц в потоке // Изв. вузов. Физика. 2013. Т. 56. № 9-3. С. 190–192.
8. Матвиенко О.В., Андропова А.О. Исследование движения частицы в потоке жидкости вблизи подвижной стенки // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2015. № 4. С. 85–92.
9. Матвиенко О.В., Евтюшкин Е.В., Андропова А.О. Применимости модели дрейфа частиц для моделирования переноса дисперсной фазы в потоке // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2015. № 5 (37). С. 76–83.
10. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
11. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Агафонцева М.В. Исследование динамики пузырька в закрученном потоке нелинейно-вязкой жидкости // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2012. № 4 (37). С. 144–156.
12. Ханпель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976.
13. Böttner C.U., Sommerfeld M. Numerical calculation of powder painting using the Euler/Lagrange approach // Powder Technology. 2002. V. 125. P. 206–216.
14. Матвиенко О.В., Агафонцева М.В. Численное исследование процесса дегазации в гидроциклонах // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2012. № 4(20). С. 107–118.

Статья поступила 11.02.2016 г.

Matvienko O.V., Andropova A.O., Andriasyan A.V., Mamadramova N.A. (2016) INVESTIGATION OF THE PROLATE ELLIPSOIDAL PARTICLE MOTION IN A SWIRLING FLOW. *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 2(41). pp. 74–85.

DOI 10.17223/19988621/41/8

In this paper, the investigations of the prolate ellipsoidal particles movement in a swirling flow were carried out.

The motion of small particles relative to the carrier fluid flow is insignificant. As a result, the smallest particles move along a helical path at an approximately cylindrical surface. Large particles affected by centrifugal force move to the walls of the outer cylinder along a conical surface. Increasing of the angular velocity of the cylinders leads to an increase in the centrifugal force which intensifies the radial motion of the particles to the outer cylinder. It is found that, depending on the particle orientation in the space, both upward and downward motions are possible.

The movement is caused by particular drag force influence on the ellipsoidal particle. The drag force is characterized by the horizontal and vertical components. The horizontal component for heavy particles with density value greater than that of the carrier medium is directed towards the axis of symmetry. The direction of the vertical component of the drag force depends on the orientation of the particles in the space.

Utilizing the particle slip velocity model, the regimes of upward and downward movement are defined. Dependencies for the determination of particle velocity components are proposed. It is found that the gravitational settling velocity of the particle decreases with an increase in the value of the Froude number. In the case of a strong swirling flow, the motion of the particle becomes upward.

Keywords: mechanics of fluid, particles, dispersed phase, swirling flow, separation.

MATVIENKO Oleg Viktorovich (Doctor of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russia)
E-mail: matvolegv@mail.ru

ANDROPOVA Antonina Olegovna (Tomsk State University)
E-mail: a.o.andropova@gmail.com

ANDRIASYAN Alina Valerrievna (Tomsk State University of Architecture and Building)
E-mail: alina-andriasyan@yandex.ru

MAMADRAIMOVA Nazira Abdiraimovna (Tomsk State University of Architecture and Building)
E-mail: alina-andriasyan@yandex.ru

REFERENCES

1. Crowe C., Sommerfeld M., Tsuji Ya. (1998) *Multiphase Flows with Droplets and Particles*. CRC Press.
2. Ostrovsky G.M. (2000) *Prikladnaya mekhanika neodnorodnykh sred* [Applied mechanics of heterogeneous media]. Saint Petersburg: Nauka.
3. Kutepov A.M., Polyanin L.D., Zapryanov Z.D. (1996) *Khimicheskaya gidrodinamika* [Chemical Hydrodynamics]. Moscow: Byuro Kvantum.
4. Matvienko O.V., Evtyushkin E.V. (2011) Mathematical study of hydrocyclone dispersed phase separation in clearing viscoplastic drilling fluids. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 84(2). pp 241–250. DOI 10.1007/s10891-011-0466-z.
5. Clift R., Grace J.R., Weber M.E. (1978) *Bubbles, drops and particles*. NY: Academ Press.
6. Rubinow S.I., Keller J.B. (1965) The transverse force on spinning sphere moving in a viscous fluid. *J. of Fluid Mech.* 22. pp. 385–400.
7. Matvienko O.V., Daneiko A.M. (2013) Issledovanie udarnogo vzaimodeystviya chastits v potoke [Investigation of shock interaction of particles in a stream]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Fizika. – Russian Physical Journal*. 56(9/3). pp. 190–192.
8. Matvienko O.V., Andropova A.O. (2015) Issledovanie dvizheniya chastitsy v potoke zhidkosti vblizi podvizhnoy stenki [Studying the particle motion in a fluid flow in the vicinity of a movable wall]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 4(36). pp. 85–92. DOI 10.17223/19988621/36/10.
9. Matvienko O.V., Evtyushkin E.V., Andropova A.O. (2015) Issledovanie primenimosti modeli dreyfa chastits dlya modelirovaniya perenosa dispersnoy fazy v potoke [Studying the applicability of the algebraic slip model for predicting the dispersed phase motion in the flow]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 5 (37). pp. 76–83. DOI 10.17223/19988621/37/7.
10. Shlikhting G. (1964) *Grenzschicht-Theorie*. Springer-Verlag. (In German).
11. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Agafontseva M.V. (2012) Issledovanie dinamiki puzyr'ka v zakruchennom potoke nelineyno-vyazkoy zhidkosti [Investigation of the dynamics of a bub-

- ble in a swirling flow of nonlinear-viscous liquid]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta – Bulletin of the Tomsk State Architectural University*. 4(37). pp. 144–156.
12. Happel J., Brenner H. (1965) *Low Reynolds number hydrodynamics: with special applications to particulate media*. Prentice-Hall.
 13. Böttner C.U., Sommerfeld M. (2002) Numerical calculation of powder painting using the Euler/Lagrange approach. *Powder Technology*. 125. pp. 206–216.
 14. Matvienko O.V., Agafontseva M.V. (2012) Chislennoe issledovanie protsessa degazatsii v gidrotsiklonakh [Numerical study of the degassing process in hydrocyclones]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 4(20). pp. 107–118.