

УДК 532.542
DOI 10.17223/19988621/44/5

Ю.Б. Банзула, Е.И. Борзенко, С.В. Карязов, Г.Р. Шрагер

КИНЕМАТИКА ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ С ЗАТВОРОМ¹

Представлены результаты математического моделирования течения ньютоновской жидкости в канале с конструктивным элементом, моделирующим наличие затвора. Математическая постановка задачи формулируется в переменных вихрь – функция тока. Численное решение рассматриваемой задачи осуществляется конечно-разностным методом на основе схемы переменных направлений. Представлены результаты параметрических исследований кинематики течений как для полностью открытого, так и частично закрытого затвора.

Ключевые слова: течение, вязкая жидкость, затвор, численное моделирование, кинематика течения.

Во многих технологических процессах при переработке материалов в жидком состоянии реализуется транспорт жидкости по трубопроводу, который является частью технологической оснастки. Транспортный трубопровод, как правило, содержит конструктивные элементы специального назначения (соединения типа сужение/расширение, диафрагма, клапаны, краны и т.п.). При расчете расходно-напорных характеристик трубопровода необходимо учитывать потери энергии в потоке за счет конструктивных элементов [1]. Начиная с середины прошлого столетия в этом направлении ведутся интенсивные теоретические и экспериментальные исследования как для различных режимов течения, так и для каналов разной геометрии, в том числе с использованием сложных реологических моделей поведения жидкой среды. Обзор подобных исследований представлен в работах [1–4]. Утверждается, что исследования в данной области являются актуальными и в настоящее время. Это обусловлено не только многочисленными практическими приложениями, но и тем, что имеющиеся экспериментальные данные во многих случаях не согласуются не только между собой, но и с результатами аналитических и численных исследований [5]. Широко распространенным конструктивным элементом, используемым для открытия/закрытия трубопровода, является шаровой затвор. Конструкция шарового затвора позволяет осуществлять полное и частичное перекрытие сечения трубопровода. Течение жидкости в окрестности шарового затвора имеет сложный пространственный характер и его качественное и количественное исследование возможно лишь с использованием современных вычислительных технологий, реализуемых на высокопроизводительных ЭВМ. Имеются попытки численного моделирования течений жидкости в трубопроводах с шаровыми кранами и в системах с шаровыми клапанами с помощью пакетов прикладных программ, например «FLUENT» [6, 7].

Целью данной работы является численное моделирование течения жидкости в плоскости симметрии канала с затвором в положении как полного, так и частичного перекрытия сечения.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-08-03935-а).

Постановка задачи

Рассматривается ламинарное, стационарное течение ньютоновской жидкости в плоском бесконечном канале шириной D . Область решения в декартовой системе координат схематично изображена на рис. 1. На некотором удалении от входной границе Γ_1 и от выходной границы Γ_5 в канале расположен затвор диаметра D_1 , который может менять ширину проходного сечения в зависимости от положения запорного элемента Γ_4 . Значения L_1 и L_2 подбираются такими, чтобы исключить влияние границ Γ_1 и Γ_5 на характер течения в окрестности затвора. Геометрия стенки Γ_2 описывается непрерывной функцией $f(x)$, стенки Γ_3 – $(-f(x))$.

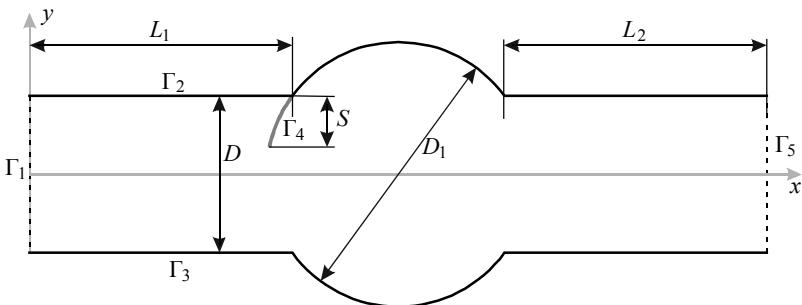


Рис. 1. Область течения

Fig. 1. Flow region

Задача формулируется в плоской постановке с использованием декартовой системы координат, начало которой располагается во входном сечении. Течение описывается уравнениями движения и неразрывности, которые в безразмерных переменных принимают вид

$$\operatorname{Re} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\operatorname{Re}}{2} \frac{\partial p}{\partial x} + \Delta u, \quad (1)$$

$$\operatorname{Re} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\operatorname{Re}}{2} \frac{\partial p}{\partial y} + \Delta v, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

На твердых стенках (Γ_2 , Γ_3) и запорном элементе (Γ_4) выполняются условия прилипания; на входной границе (Γ_1) жидкость поступает с постоянным расходом, распределение скорости при этом соответствует установившемуся течению жидкости в бесконечном канале с заданным постоянным расходом; на выходной границе (Γ_5) используются мягкие граничные условия для продольной скорости и равенство нулю поперечной. Таким образом, граничные условия записываются в виде

$$(\Gamma_1): v=0, u=1.5(1-y^2); \quad (4)$$

$$(\Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4): v=0, u=0; \quad (5)$$

$$(\Gamma_5): v=0, \frac{\partial u}{\partial x}=0. \quad (6)$$

Здесь: u, v – продольная и поперечная компоненты вектора скорости соответственно; p – давление; $\text{Re} = \rho U L / \mu$ – число Рейнольдса ($L=D/2$); ρ – плотность; μ – вязкость. В качестве масштабов обезразмеривания выбраны следующие величины: длина – полуширина входного канала $D/2$; скорость – среднерасходная скорость во входном сечении U ; давление – величина $\rho U^2 / 2$.

Используя безразмерные функцию тока и вихрь, определяемые выражениями

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (7)$$

перепишем постановку (1) – (6) в переменных функция тока – вихрь

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \Delta \omega, \quad (8)$$

$$\nabla^2 \psi = -\omega, \quad (9)$$

$$(\Gamma_1): \psi = 1 + 1.5 \left(y - \frac{y^3}{3} \right), \omega = 3y; \quad (10)$$

$$(\Gamma_2, \Gamma_4): \psi = 2, \frac{\partial \psi}{\partial n_1} = 0; \quad (11)$$

$$(\Gamma_3): \psi = 0, \frac{\partial \psi}{\partial n_1} = 0; \quad (12)$$

$$(\Gamma_5): \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0. \quad (13)$$

В уравнениях (11), (12) n_1 соответствует направлению внешней к границе нормали. Функция $f(x)$ в безразмерном виде записывается следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} \left[R^2 - \left(x - \frac{L_1}{L} - l \right)^2 \right]^{0.5}, & x \in [L_1/L, L_1/L + 2l], \\ 1, & x \notin [L_1/L, L_1/L + 2l], \end{cases}$$

где $R = \frac{D_1}{D}$ – безразмерный радиус затвора, $l = \frac{\sqrt{D_1^2 - D^2}}{D} = \sqrt{R^2 - 1}$. Таким образом, решение задачи определяется критериями подобия Re , геометрическими параметрами R и $s=S/D$ – степень закрытия запорного элемента (рис.1).

Метод расчета

Для решения сформулированной задачи в переменных функция тока – вихрь используется метод установления [8]. Физическую область течения с криволинейной границей $f(x)$ преобразуем в прямоугольную введением новых координат

$$\xi = x, \eta = y/f(x).$$

В преобразованной области решения строится квадратная разностная сетка с шагом $h \Omega_h = \{\xi_i = ih, \eta_j = jh, i = 0, \dots, N_1, j = 0, \dots, N_2\}$. Уравнения (8), (9) с учетом преобразования координат записываются в разностном виде с применением

схемы продольно-поперечной прогонки [9]. Конвективные слагаемые в уравнении переноса вихря аппроксимируются с помощью схемы против потока [10].

Значение вихря на стенке определяется выражением

$$\omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial n_l^2},$$

для разностного представления которого используется формула Тома [22].

Профиль функции $f(x)$ в малой окрестности точек L_1/L , $L_1/(L+2l)$ сглаживается полиномом третьей степени, обеспечивающим непрерывность самой функции, а также ее первой и второй производных.

Для проверки аппроксимационной сходимости методики расчета была проведена серия вычислительных экспериментов на последовательности сеток. Сходимость демонстрируется по распределению скорости в поперечных сечениях $x = L_1/L$ и $x = L_1/(L+l)$ (рис. 2).

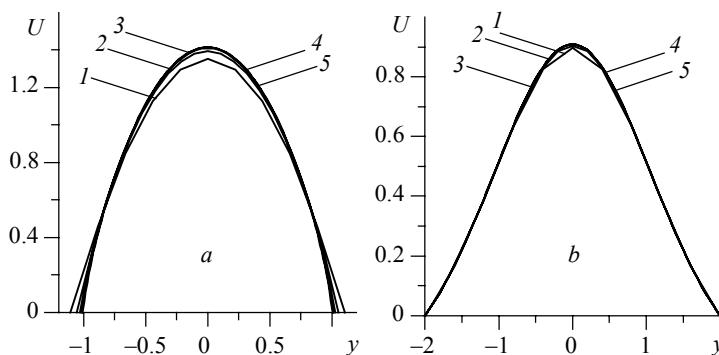


Рис. 2. Распределение продольной скорости в сечениях $x = L_1/L$ (a) и $x = L_1/(L+l)$ (b):

$Re = 1, n = 1, R = 2$ (кр. 1 – 1/10, кр. 2 – 1/20, кр. 3 – 1/40, кр. 4 – 1/80, кр. 5 – 1/160)

Fig. 2. Distribution of the axial velocity in cross-sections (a) $x = L_1/L$ and (b) $x = L_1/(L+l)$

for $Re = 1, n = 1, R = 2$ ((1) 1/10, (2) 1/20, (3) 1/40, (4) 1/80, (5) 1/160)

Анализ результатов показывает аппроксимационную сходимость метода. Максимальные расхождения между результатами, полученными на сетках с шагом 1/80 и 1/160, в значениях скорости составляют 0.02 %. Все дальнейшие вычисления проведены на сетках с шагом 1/80.

Результаты расчетов

Расчеты показали, что в случае установившегося течения жидкости в рассматриваемом канале с полностью открытым затвором распределения характеристик симметрично относительно плоскости $y=0$, при этом можно выделить три зоны в области течения. В окрестности входной и выходной границ наблюдаются зоны одномерного течения, характерного для установившегося движения в бесконечном канале с профилем скорости (4), в окрестности затвора движение имеет двухмерный характер. Поля компонент скорости в случае малых значений чисел Рейнольдса демонстрируются на рис. 3, а распределения линий тока в зависимости от Re представлены на рис. 4.

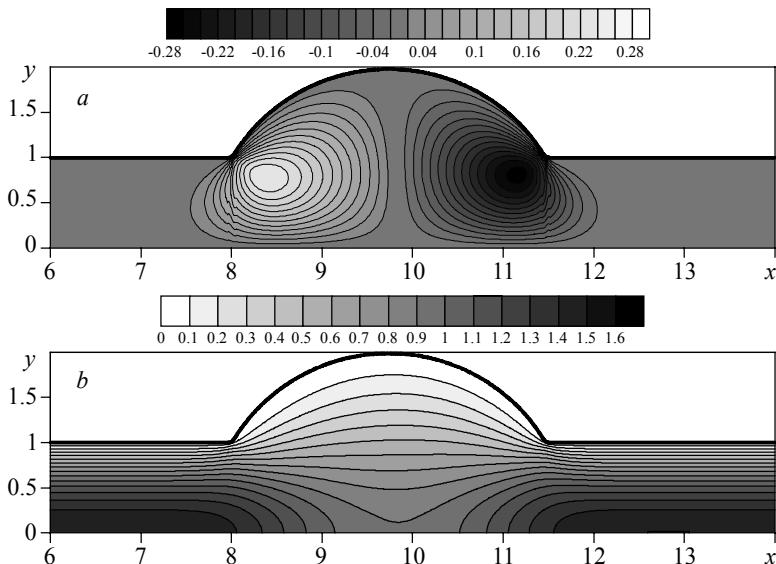


Рис. 3. Картинка течения $Re = 1$ (распределения: *a* – поперечной, *b* – продольной скорости)
Fig. 3. Flow pattern for $Re = 1$ (distributions of the (*a*) radial velocity and (*b*) axial velocity)

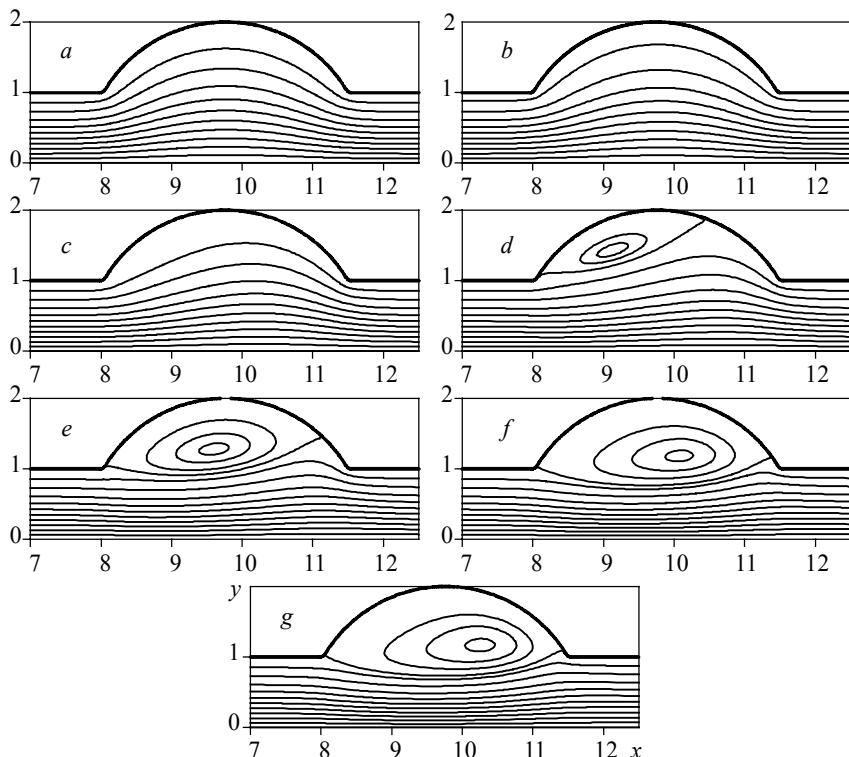


Рис. 4. Распределения изолиний функции тока (*a,b,c,d,e,f,g* – $Re = 0.1, 1, 5, 10, 20, 50, 80$)
Fig. 4. Streamline distributions for $Re = (a) 0.1, (b) 1, (c) 5, (d) 10, (e) 20, (f) 50$, and (g) 80

Видно, что распределения линий тока и продольной скорости при малых Re симметричны также и относительно плоскости $x = x_c$, где x_c – координата центра затвора. Увеличение числа Re приводит к возникновению в области затвора зон циркуляционного движения. Последние формируются в левой части затвора (рис. 4, d) и по мере увеличения Re занимают всю полость (рис. 4, g). Распределения характеристик течения в области двумерного течения при $Re = 50$ представлены на рис. 5. Видно, что внутри затвора ширина эффективного сечения, через которое протекает жидкость, уменьшается, что приводит к росту продольной скорости в окрестности плоскости симметрии. Параметрические расчеты показывают, что при $Re \leq 1$ распределения кинематических характеристик практически не меняются.

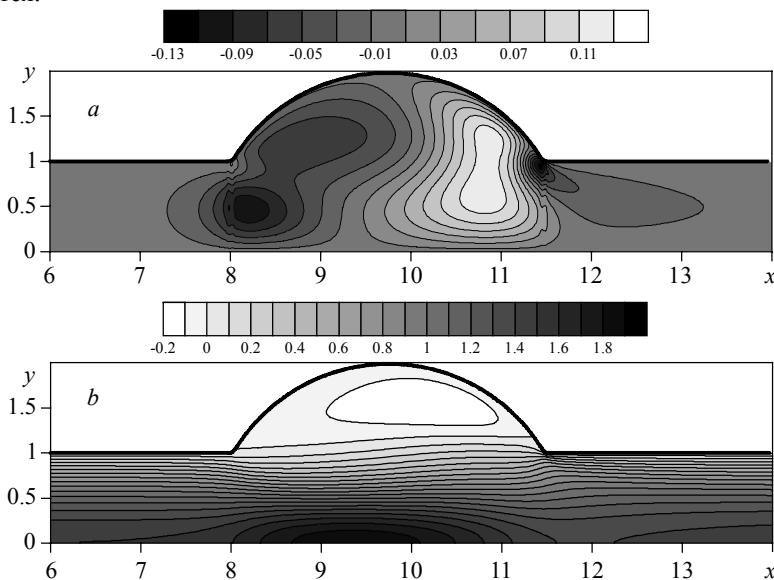


Рис. 5. Картина течения $Re = 50$ (a, b – распределения v, u)
Fig. 5. Flow pattern for $Re = 50$ (distributions of the velocity components (a) v and (b) u)

Влияние радиуса затвора на картину течения демонстрирует рис. 6, где представлены распределения линий тока при различных значениях R для двух чисел Рейнольдса. В случае $Re=1$ с ростом размеров затвора характер течения не меняется, линии тока плавно огибают его контур.

Частичное закрытие затвора приводит к формированию в зоне двумерного течения несимметричной картины. Распределения составляющих вектора скорости для различных значений Re в случае, когда запорный элемент перекрывает половину сечения канала, представлены на рис. 7 и 8.

Влияние степени закрытия затвора на картину течения демонстрирует рис. 9. При малых значениях Re линии тока плавно огибают контуры канала, а по мере закрытия затвора за ним формируется циркуляционная зона (рис. 9, a,b,c). Перед элементом возникает зона циркуляционного движения, размеры которой практически не меняются при изменении числа Рейнольдса. При $Re=10$ практически вся жидкость за затвором вовлечена в циркуляционное движение, а размеры циркуляционной зоны в нижней части потока уменьшаются по мере закрытия затвора (рис. 9, d,e,f).

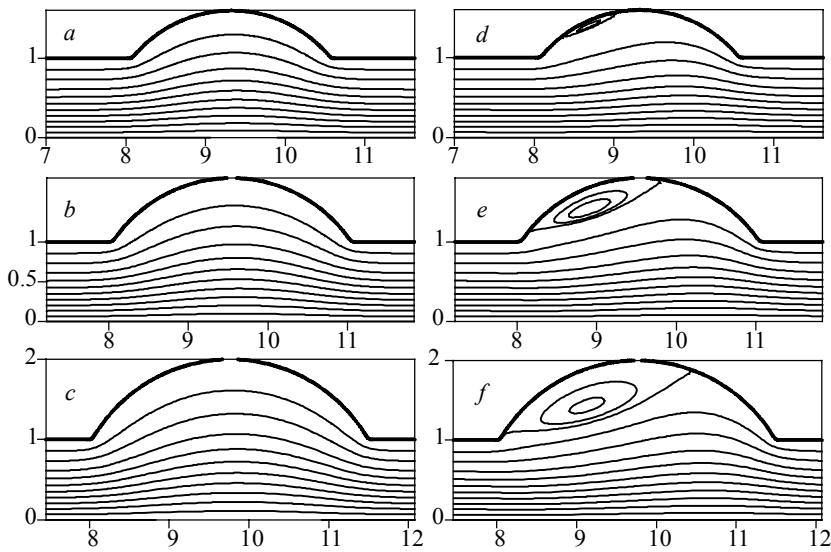


Рис. 6. Распределения изолиний функции тока при различных R
(a,b,c – $Re = 1$, d,e,f – $Re = 10$; a,d – $R = 1.6$, b,e – $R = 1.8$, c,f – $R = 2.0$)

Fig. 6. Streamline distributions for various R

($Re = (a,b,c) 1$, and (d,e,f) 10; $R = (a,d)$ 1.6, (b,e) 1.8, and (c,f) 2.0)

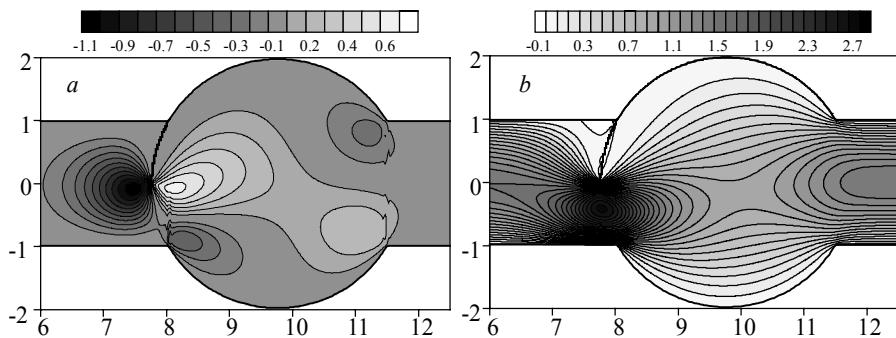


Рис. 7. Картинка течения $Re = 1$, $s = 0.5$ (а, б – распределения v, u)

Fig. 7. Flow pattern for $Re = 1$, $s = 0.5$ (distributions of (a) v and (b) u)

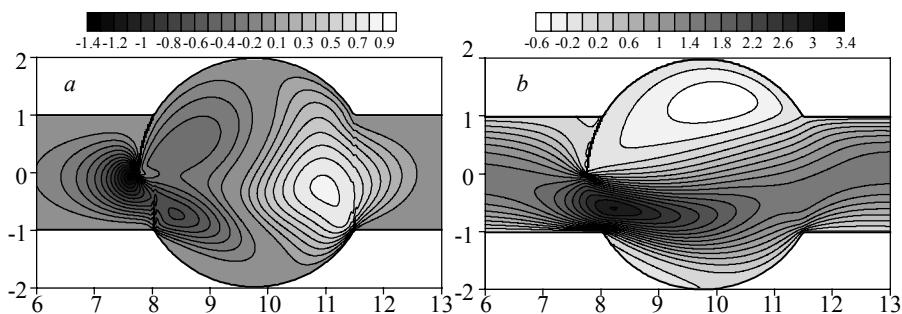


Рис. 8. Картинка течения $Re = 10$, $s = 0.5$ (а, б – распределения v, u)

Fig. 8. Flow pattern $Re = 10$, $s = 0.5$ (distributions of the velocity components (a) v and (b) u)

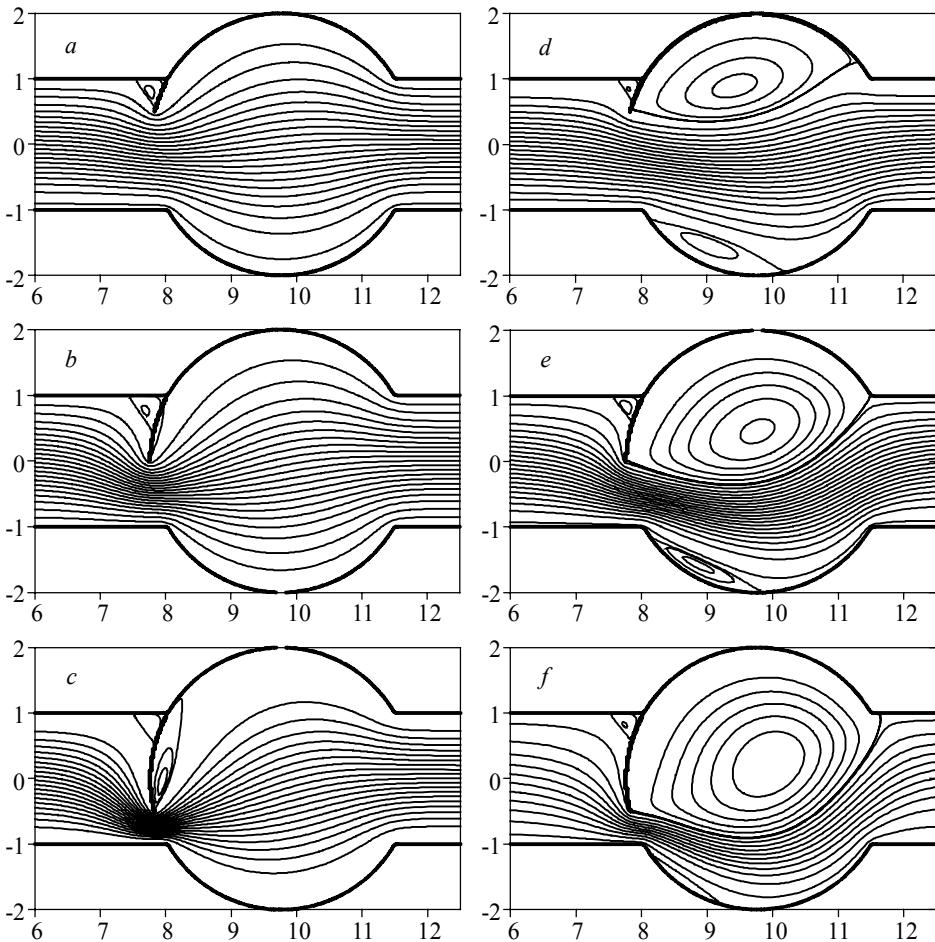


Рис. 9. Распределения изолиний функции тока при различных s
 $(a,b,c - Re = 1, d,e,f - Re = 10; a,d - s = 0.25, b,e - s = 0.5, c,f - s = 0.75)$

Fig. 9. Streamline distributions for various s
 $(Re = (a,b,c) 1, \text{ and } (d,e,f) 10; s = (a,d) 0.25, (b,e) 0.5, \text{ and } (c,f) 0.75)$

Заключение

В результате проделанной работы выполнено математическое моделирование течения ньютоновской жидкости по каналу с конструктивным элементом типа затвора. В результате параметрических исследований получены картины течения в зависимости от числа Рейнольдса в диапазоне изменения от 0.1 до 80, радиуса затвора – от 1 до 2, степени закрытия запорного элемента – от 0 до 0.5. Показано разделение потока на три характерные зоны: зону двумерного течения в окрестности затвора и зону одномерного течения вне его. Продемонстрировано влияние значений определяющих параметров на формирование и размеры выделяемых зон в потоке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fester V., Slatter P., Alderman N. Resistance coefficients for non-Newtonian flows in pipe fittings // *Rheology*. InTech. 2012. P. 151–186.
2. Sisavath S., Jing X., Pain C.C., Zimmerman R.W. Creeping flow through axisymmetric sudden contraction or expansion // *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*. 2002. V. 124. Iss. 1. P. 273–278. DOI: 10.1115/1.1430669.
3. Pienaar V.G. Non-Newtonian fitting losses. Unpublished M Tech. thesis. Cape Technikon. Cape Town, 1998.
4. Fester V.G., Kazadi D.M., Mbiya B.M., Slatter P.T. Loss coefficients for flow of Newtonian and non-Newtonian fluids through diaphragm valves // *Chemical Engineering Research and Design*. 2007. V. 85. Iss. 9A. P. 1314–1324. DOI: 10.1205/cherd06055.
5. Pienaar V.G. Viscous flow through sudden contractions. Dissertation submitted in fulfilment of the degree Doctor technologiae in the Faculty of Engineering. Cape Technikon, 2004.
6. Andhale V.A., Deshmukh D.S. Investigation of ball valve design for performance enhancement // *Pratibha: International Journal of Science, Spirituality, Business and Technology*. 2016. V. 4. Iss. 2. P. 105–112.
7. Zhang S.C., Zhang Y.L., Fang Z.M. Numerical simulation and analysis of ball valve three-dimensional flow based on CFD // *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science*. 2012. V. 15. Iss. 5. P. 1–6. DOI: 10.1088/1755-1315/15/5/052024.
8. Годунов С.К., Рябен'кий В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977. 440 с.
9. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967. 197 с.
10. Roache P.V. Fundamental of computational fluid dynamics. New Mexico: Hermosa Publishers, 1998. 648p.

Статья получена 17.11.2016 г.

Banzula Yu.B., Borzenko E.I., Karyazov, S.V., Shrager G.R. THE KINEMATICS OF A VISCOUS FLUID FLOW IN A CHANNEL WITH A VALVE. *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 6(44). pp. 54–63

DOI 10.17223/19988621/44/5

In this paper, results of mathematical modeling of a steady flow of a Newtonian fluid in a flat channel are presented. At some distance from the inlet and outlet of the channel, a valve having a specified diameter and capable to change the width of the flow cross section depending on the position of the locking element is situated. On the walls, the adhesion conditions are performed; at the input, the profile corresponding to the steady flow of a predetermined constant flow is assigned, and the Neumann boundary conditions are used at the output. The mathematical statement of a problem is formulated using a dimensionless stream function and vorticity variables. The numerical solution of the problem is implemented with the application of an original finite-difference method based on the scheme of alternating directions. The physical flow area with a curved boundary is converted into a rectangular domain by introducing new coordinates, and the stationary solution of the problem is obtained using the relaxation method. The calculations demonstrate that in the vicinity of the inlet and outlet boundaries, the one-dimensional flow areas corresponding to a steady fluid flow in an infinite channel occur, and in the vicinity of the shutter, a two-dimensional flow with recirculations is observed. The effect of the Reynolds number on the distribution of the kinematic characteristics is investigated. The results of the parametric studies of the flow pattern in relation to the opening position and diameter of the locking element are presented.

Keywords: flow, viscous fluid, valve, numerical simulation, kinematics of the flow.

BANZULA Yuriy Borisovich (Doctor of Technical Sciences, Federal State Enterprise the Federal Center for Dual-Use Technologies Soyuz, Dzerzhinskiy, Moscow region, Russian Federation)

BORZENKO Evgenij Ivanovich (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: borzenko@ftf.tsu.ru

KARYAZOV Svyatoslav Vladimirovich (Candidate of Technical Sciences, Federal State Enterprise the Federal Center for Dual-Use Technologies Soyuz, Dzerzhinskiy, Moscow region, Russian Federation)

SHRAGER Gennady Rafailovich (Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: shg@ftf.tsu.ru

REFERENCES

1. Fester V., Slatter P., Alderman N. (2012) Resistance coefficients for non-Newtonian flows in pipe fittings. *Rheology. InTech.* pp. 151–186.
2. Sisavath S., Jing X., Pain C.C., Zimmerman R.W. (2002) Creeping flow through axisymmetric sudden contraction or expansion. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME.* 124(1). pp. 273–278. DOI 10.1115/1.1430669.
3. Pienaar V.G. (1998) *Non-Newtonian fitting losses*. Unpublished M Tech. thesis. Cape Technikon. Cape Town.
4. Fester V.G., Kazadi D.M, Mbiya B.M., Slatter P.T. (2007) Loss coefficients for flow of Newtonian and non-Newtonian fluids through diaphragm valves. *Chemical Engineering Research and Design.* 85(9A). pp. 1314–1324. DOI 10.1205/cherd06055.
5. Pienaar V.G. (2004) *Viscous flow through sudden contractions*. Dissertation. Cape Technikon.
6. Andhale V.A., Deshmukh D.S. (2016) Investigation of ball valve design for performance enhancement. *Pratibha: International Journal of Science, Spirituality, Business and Technology.* 4(2). pp. 105–112.
7. Zhang S.C., Zhang Y.L., Fang Z.M. (2012) Numerical simulation and analysis of ball valve three-dimensional flow based on CFD. *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science.* 15(5). pp. 1–6. DOI 10.1088/1755-1315/15/5/052024.
8. Godunov S.K., Ryabenkii V.S. (1987) *Difference schemes*. North-Holland: Elsevier Science Ltd.
9. Yanenko N.N. (1971) *The method of fractional steps: the solution of problems of mathematical physics in several variables*. Springer-Verlag.
10. Roache P.V. (1998) *Fundamental of computational fluid dynamics*. New Mexico: Hermosa Publishers.