

УДК 681.518:658.711.4(047.31)

Б.С. Лещинский, Ю.А. Конкина

**ВЫБОР ПОСТАВЩИКА В УСЛОВИЯХ РАЗНОТИПНОСТИ ДАННЫХ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ**

Представлен метод выбора поставщика в условиях разнотипности данных. Используется подход, основанный на теории нечетких множеств, позволяющий перейти к единой шкале измерения с сохранением смысла параметров. Принятие решения о выборе поставщика производится на основе значений функции принадлежности выпуклой комбинации нечетких множеств, соответствующих измеряемым параметрам. Применение метода рассмотрено на реальном примере.

С развитием рыночных отношений и возрастающим количеством предприятий перед многими организациями встает проблема выбора поставщика, удовлетворяющего определенным условиям. При принятии решения возникают некоторые трудности в связи с тем, что поставщики характеризуются различным набором часто противоречивых свойств: по одним параметрам предполагаемый поставщик может отличаться в лучшую сторону, а по другим – в худшую. Эта проблема обычно решается совместным учетом всех рассматриваемых параметров. Однако при этом возникают трудности, связанные с несовместимостью значений параметров, измеряемых в разнотипных шкалах (качественных и количественных), и неадекватности применения к ним одних и тех же операций [1. С. 171]. Например, очевидно, что нельзя применять арифметические операции к значениям параметра «Условия платежа», измеряемого в шкале наименований {Предоплата, Рассрочка, Оплата по факту}, в то время как данные параметра «Цена продукции», измеряемого в шкале отношений, допускают использование этих операций.

На практике для выбора поставщика используется обычно метод рейтинговых оценок или метод доминирующих характеристик. Однако оба метода обладают существенными недостатками. Например, в методе доминирующих характеристик не учитываются многие параметры отбора, а применение метода рейтинговых оценок может привести к неверному принятию решения, поскольку совместно используют несопоставимые по смыслу данные, и с баллами, имеющими смысл качественных оценок, производят арифметические действия.

Решение проблем традиционных методов выбора поставщика может состоять в переходе к единой шкале измерения с сохранением смысла параметров и цели их использования, в чем может помочь использование методов теории нечетких множеств.

1. Описание метода решения задачи

Пусть $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ – множество поставщиков, из которых нужно выбрать «наилучшего»; $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ – множество параметров, используемых для представления поставщиков из A . Задача состоит в расположении (упорядочении, ранжировании) элементов множества A в порядке предпочтения по значениям параметров множества C .

Как было указано ранее, часть данных о поставщиках измеряются в качественных, а часть – в количественных шкалах, поэтому для того, чтобы эти данные были сопоставимыми и количественными, произведем переход от значений разнотипных параметров к их нечетким оценкам, измеряемым в одной и той же количественной шкале [2. С. 116].

Определим шкалу измерения в виде интервала вещественных чисел $[0,1]$ и для каждого поставщика $a_i \in A$ ($i = \overline{1, n}$) по значению каждого параметра c_j ($j = \overline{1, m}$) установим числовую оценку $\mu_j(a_i) \in [0,1]$, которая характеризует, насколько этот поставщик соответствует понятию «наилучший по j -му параметру». В результате каждый поставщик a_i теперь будет представлен не множеством значений параметров, а множеством $\{\mu_1(a_i), \mu_2(a_i), \dots, \mu_m(a_i)\}$ соответствующих им числовых оценок. При этом все они измеряются в одной и той же числовой шкале (интервал $[0,1]$) и, следовательно, могут быть использованы совместно в численных расчетах.

Таким образом, для каждого $c_j \in C$ имеется множество $\{\mu_j(a_1), \mu_j(a_2), \dots, \mu_j(a_n)\}$, каждый элемент которого характеризует соответствие поставщика a_i понятию «наилучший» по этому параметру. Следовательно, это понятие можно представить нечетким множеством, заданным на универсальном множестве поставщиков A ,

$$\tilde{c}_j = \left\{ \frac{\mu_j(a_1)}{a_1}, \frac{\mu_j(a_2)}{a_2}, \dots, \frac{\mu_j(a_n)}{a_n} \right\}$$

с функцией принадлежности $\mu_j(a)$, характеризующей совместимость любого поставщика $a \in A$ с данным понятием.

Оценки параметров, в качестве которых выступают значения функции принадлежности, можно получать непосредственно от эксперта (прямой метод) или, если у него возникают трудности с заданием значений функций принадлежности, можно использовать какие-либо косвенные методы, например метод парных сравнений. Ранжирование вариантов происходит на основе значений функций принадлежности выпуклой комбинации $\tilde{C}$ нечетких множеств, соответствующих измеряемым параметрам,

$$\mu_{\tilde{C}}(a_i) = \sum_{j=1}^m \beta_j \cdot \mu_j(a_i),$$

где $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ – неотрицательные числа ($\sum_{j=1}^m \beta_j = 1$), характеризующие относительную важность параметров $c_1, c_2, \dots, c_m$; $\mu_j(a_i)$ – значение функции

принадлежности из $[0,1]$ для каждого поставщика $a_i \in A$ по значению каждого параметра c_j ($j = \overline{1,m}$), которая характеризует, насколько этот поставщик соответствует понятию «наилучший по j -му параметру» по мнению эксперта.

Таким образом, если $B = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m]^T$ – матрица коэффициентов важности используемых параметров, $M = \begin{bmatrix} \mu_1(a_1) & \dots & \mu_m(a_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ \mu_1(a_n) & \dots & \mu_m(a_n) \end{bmatrix}$ – матрица значений функций принадлежности, то матрица $M_{\tilde{C}}$ элементов $\mu_{\tilde{C}}(a_i), \dots, \mu_{\tilde{C}}(a_n)$, определяющих предпочтения поставщиков, имеет вид

$$M_{\tilde{C}} = M \cdot B. \quad (1)$$

Наилучшим поставщиком считается вариант с максимальным значением функции принадлежности

$$\mu_{\tilde{C}}(a^*) = \max_{a_i \in A} \mu_{\tilde{C}}(a_i). \quad (2)$$

Если эксперту удобнее оценивать важность параметров в числах, превышающих единицу, можно сначала использовать ту количественную шкалу, которая удобна (например, в интервале от 0 до 10), а затем вычислить долю каждого числа в общей сумме. Эти долевые значения и будут использованы в дальнейших расчетах. Другими словами, если первоначально важность оценена в числах b_j ($j = \overline{1,m}$) из интервала $[0, a]$, то $\beta_j = \frac{b_j}{\sum_{k=1}^m b_k}$.

Важный этап в решении задачи выбора поставщика – построение функции принадлежности. В данной работе значения функции принадлежности находятся прямым или косвенным методом на основании мнения эксперта.

Использование прямого метода подразумевает, что значения функций принадлежности получены непосредственно от эксперта в соответствии с предложенной шкалой. Нередко непосредственное задание таких значений вызывает затруднения, так как эксперт не всегда может оперировать всем множеством допустимых параметров. Существенную помощь в решении этой проблемы может оказать метод парных сравнений [3. С. 33]. В этом случае эксперту предоставляется возможность «работать» лишь с парами альтернатив, что существенно упрощает задачу и повышает надежность и объективность экспертной информации. С помощью этого метода формируются матрицы $D(c_j)$ парных сравнений вариантов по каждому параметру (общее количество матриц совпадает с количеством параметров) с элементами d_{ik}^j ($j = \overline{1,m}; i = \overline{1,n}; k = \overline{1,n}$), которые выражают преимущество одного поставщика a_i перед другим a_k по параметру c_j . Элементы d_{ik}^j оцениваются в соответствии со шкалой Саати [3. С. 35].

Если парные сравнения согласованы, то вычисление значений функции принадлежности существенно упрощается [3. С. 37], поскольку в этом случае

$$d_{ik}^j = \frac{d_{lk}^j}{d_{li}^j} (i, k, l = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}). \quad (3)$$

Отсюда следует, что для получения всех элементов $D(c_j)$ достаточно знать одну ее строку. Значения функции принадлежности $\mu_j(a_i)$ вычисляются по формуле

$$\mu_j(a_i) = \frac{1}{\sum_{k=1}^n d_{ki}^j}, i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

и используются в качестве элементов матрицы M в формуле (1). Если парные сравнения по какому-либо параметру c_j не согласованы, то вычисление элементов $\mu_j(a_i)$ производится методом поиска собственного вектора матрицы $D(c_j)$.

Значения коэффициентов важности $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ могут также вычисляться методом парных сравнений.

2. Пример выбора поставщика прямым методом

Для примера рассмотрим задачу выбора наилучшего поставщика трубной продукции среди трех компаний a_1, a_2 и a_3 , характеризующихся параметрами, приведенными в табл. 1.

Таблица 1

Параметры оценки поставщиков

Параметр	Шкала измерения
Сроки доставки (c_1)	$(0, \infty)$, дн.
Стоимость доставки (c_2)	$(0, \infty)$, руб. за 1 т
Условия платежа (c_3)	{Предоплата, Рассрочка, Оплата по факту}
Качество продукции (c_4)	{Низкое, Среднее, Высокое}
Финансовое состояние (c_5)	{Неустойчиво, Устойчиво}
Сервис (c_6)	{Нет, Да}
Цена продукции (c_7)	$(0, \infty)$, руб. за 1 т
Удаленность от потребителя (c_8)	{Рядом, Недалеко, Далеко}

Заметим, что в этом случае необходимо совместно использовать данные, измеряемые в количественной шкале отношений («Сроки доставки», «Стоимость доставки», «Цена продукции»), и данные, измеряемые в качественных шкалах порядка («Качество продукции», «Финансовое состояние», «Удаленность от потребителя») и наименований («Условия платежа», «Сервис»). Если для первой шкалы допустимыми являются как логические, так и арифметические операции, то для остальных шкал использование арифметических операций недопустимо. Мало того, к данным шкалы наименований можно

применять только одну логическую операцию – сравнение на эквивалентность.

Значения параметров для поставщиков приведены в табл. 2.

Таблица 2

Характеристики поставщиков			
Параметр	Поставщик		
	a_1	a_2	a_3
c_1	45	60	45
c_2	2500	2400	2300
c_3	Предоплата	Рассрочка	Рассрочка
c_4	Высокое	Высокое	Высокое
c_5	Устойчиво	Неустойчиво	Устойчиво
c_6	Да	Да	Нет
c_7	120000	119000	120000
c_8	Недалеко	Далеко	Далеко

Для принятия решения необходимо, прежде всего, сделать так, чтобы данные, характеризующие разнотипные параметры, стали сопоставимыми и количественными. Для этого экспертом значение каждого параметра по каждому поставщику было оценено числом из интервала $[0,1]$, которое характеризует, насколько его устраивает данное значение (соответствует понятию «наилучший»). Кроме этого, эксперт оценил важность каждого параметра в числовых значениях $b_1, \dots, b_m$ из интервала $[0,10]$ (так ему было удобнее).

По этим данным вычислены значения коэффициентов важности $\beta_j = \frac{b_j}{\sum_{k=1}^m b_k}$,

$j = \overline{1, m}$, удовлетворяющие условию $\sum_{j=1}^m \beta_j = 1$. Полученные результаты пред-

ставлены в табл. 3.

Таблица 3

Экспертная оценка значений параметров					
Параметр	Экспертная оценка важности	Коэффициент важности	Поставщик		
			a_1	a_2	a_3
c_1	8	0,16	0,8	0,5	0,8
c_2	5	0,1	0,9	0,8	0,7
c_3	5	0,1	0,5	0,65	0,65
c_4	8	0,16	1	1	1
c_5	6	0,11	0,85	0,6	0,85
c_6	3	0,06	0,4	0,5	0,4
c_7	10	0,2	0,75	0,85	0,75
c_8	6	0,11	1	0,75	0,75

Следовательно, имеем

$$M = \begin{bmatrix} 0,8 & 0,9 & 0,5 & 1 & 0,85 & 0,4 & 0,75 & 1 \\ 0,5 & 0,8 & 0,65 & 1 & 0,6 & 0,5 & 0,85 & 0,75 \\ 0,8 & 0,7 & 0,65 & 1 & 0,85 & 0,4 & 0,75 & 0,75 \end{bmatrix},$$

$$B = [0,16, 0,1, 0,1, 0,16, 0,11, 0,06, 0,2, 0,11]^T.$$

В соответствии с формулой (1) получаем матрицу элементов, определяющих предпочтения поставщиков:

$$M_{\bar{c}} = \begin{bmatrix} 0,806 \\ 0,734 \\ 0,773 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, применяя прямой метод, на основании формулы (2) получаем, что наилучшим поставщиком следует считать a_1 .

3. Пример выбора поставщика косвенным методом

Рассмотрим ту же задачу, но с получением значений коэффициентов важности параметров и значений функций принадлежности методом парных сравнений в предположении о выполнении требования их согласованности.

Элементы матрицы парных сравнений для вычисления коэффициентов важности параметров представлены в табл. 4.

Таблица 4
Парные сравнения для вычисления коэффициентов важности

Параметр	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8
c_1	1	3/4	2	1/4	7/4	6/4	1/4	6/4
c_2	4/3	1	8/3	1/3	7/3	6/3	1/3	6/3
c_3	1/2	3/8	1	1/8	7/8	6/8	1/8	6/8
c_4	4	3	8	1	7	6	1	6
c_5	4/7	3/7	8/7	1/7	1	6/7	1/7	6/7
c_6	4/6	3/6	8/6	1/6	7/6	1	1/6	1
c_7	4	3	8	1	7	6	1	6
c_8	4/6	3/6	8/6	1/6	7/6	1	1/6	1

В строке таблицы, посвященной параметру c_4 , указаны данные, полученные от эксперта, остальные данные вычислены с использованием свойства согласованности элементов матрицы парных сравнений.

Применяя формулы (3) и (4), находим значения коэффициентов важности:

$$B = [0,08, 0,1, 0,04, 0,314, 0,05, 0,052, 0,314, 0,05]^T.$$

При сравнении поставщиков по каждому параметру получены экспертные суждения, приведенные в табл. 5.

Таблица 5

Экспертные парные сравнения для вычисления значений функций принадлежности

Параметр	Парные сравнения	Оценка
c_1	Отсутствует преимущество a_1 перед a_3	1
	Преимущество a_1 перед a_2	6
c_2	Преимущество a_3 перед a_2	3
	Преимущество a_2 перед a_1	3
c_3	Преимущество a_3 перед a_1	2
	Отсутствует преимущество a_3 перед a_2	1
c_4	Отсутствует преимущество a_1 перед a_3	1
	Отсутствует преимущество a_3 перед a_2	1
c_5	Отсутствует преимущество a_1 перед a_3	1
	Преимущество a_3 перед a_2	9
c_6	Преимущество a_2 перед a_3	3
	Отсутствует преимущество a_1 перед a_2	1
c_7	Преимущество a_2 перед a_3	2
	Отсутствует преимущество a_3 перед a_1	1
c_8	Преимущество a_1 перед a_2	7
	Отсутствует преимущество a_2 перед a_3	1

Отсюда, используя (3), получаем матрицы парных сравнений $D(c_j)$ ($j = 1, \dots, 8$), например,

$$D(c_1) = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 1/6 & 1 & 1/6 \\ 1 & 6 & 1 \end{bmatrix}; D(c_2) = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/9 \\ 3 & 1 & 1/3 \\ 9 & 3 & 1 \end{bmatrix}; D(c_3) = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Далее по формуле (4) рассчитываются значения функций принадлежности для каждого поставщика по каждому параметру (табл. 6).

Таблица 6

Оценки значений параметров методом парных сравнений

Параметр	Коэффициент важности	Поставщик		
		a_1	a_2	a_3
c_1	0,08	0,46	0,08	0,46
c_2	0,1	0,08	0,23	0,69
c_3	0,04	0,20	0,40	0,40
c_4	0,314	0,33	0,33	0,33
c_5	0,05	0,47	0,05	0,47
c_6	0,052	0,43	0,43	0,14
c_7	0,314	0,25	0,50	0,25
c_8	0,05	0,78	0,11	0,11

В соответствии с формулой (1) получаем матрицу элементов, определяющих предпочтения поставщиков:

$$M_{\bar{c}} = \begin{bmatrix} 0,320 \\ 0,336 \\ 0,340 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, мы имеем перечень поставщиков в порядке предпочтения a_3 , a_2 , a_1 со значениями функции принадлежности соответственно 0,340, 0,336 и 0,320. Следовательно, метод парных сравнений показал, что в соответствии с формулой (2) наилучшим следует считать поставщика a_3 .

Обращаем внимание на различия в результатах, полученных прямым методом и методом парных сравнений. Они показывают, насколько в разных условиях вынужден работать эксперт, оценивая поставщиков и характеризующие их свойства. Прямой метод требует от него давать оценки, оперируя всем множеством допустимых параметров, и сравнивать каждого поставщика с неким идеальным неизвестным объектом. Второй метод существенно упрощает задачу, требуя лишь сравнивать попарно реальных поставщиков.

Литература

1. Перегудов Ф. И., Тарасенко Ф.П. Основы системного анализа: Учебник. 2-е изд., доп. Томск: НТЛ, 1997. 396 с.
2. Лецинский Б. С. Нечеткий многокритериальный выбор объектов недвижимости // Вестник ТГУ. 2003. Вып. 269. С. 116–119.
3. Саати Т. Математические модели конфликтных ситуаций. М.: Советское радио, 1977. 302 с.