

УДК 532. 529  
DOI 10.17223/19988621/45/8

**Н.Н. Дьяченко, Л.И. Дьяченко, В.С. Гурова, С.А. Синеокая**

## **ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ДРОБЛЕНИЯ ЧАСТИЦ КОНДЕНСАТА НА ДВУХФАЗНЫЕ ПОТЕРИ ИМПУЛЬСА В СОПЛАХ РДТТ**

Исследуется влияние аэродинамического дробления жидких частиц оксида алюминия на изменение спектра частиц и энергетические характеристики потока в соплах. Представлены результаты расчётов двухфазных потерь импульса при задании критерия дробления в виде постоянного значения и в виде функциональной зависимости.

**Ключевые слова:** двухфазное течение, коагуляция и дробление частиц, распределение частиц по размерам.

Продукты сгорания металлизированного топлива представляют смесь газа и частиц конденсата. Течение является неравновесным, что обуславливает двухфазные потери импульса в сопловом блоке двигателя. Взаимодействие жидких частиц конденсата с газом сопровождается их коагуляцией и дроблением. Дробление частиц газом (аэродинамическое дробление) характеризуется критическим числом Вебера ( $We_{kp}$ ). Наиболее полную библиографию работ, посвящённых двухфазному течению в соплах РДТТ, можно найти в обзоре [1] и монографиях [2, 3]. В инженерных расчётах течения продуктов сгорания алюминизированных смесевых твёрдых топлив критическое число Вебера задаётся равным 17 ( $We_{kp}=17$ ) и предполагается неизменным вдоль тракта сопла [4]. Процесс дробления сложный и зависит как от параметров газового потока, так и от параметров ансамбля жидких частиц, которые меняются вдоль сопла, поэтому критическое число Вебера должно иметь многофункциональную зависимость.

В работе [3] приведена эмпирическая функциональная зависимость, определяющая критическое число Вебера применительно к течению жидких частиц оксида алюминия в соплах РДТТ. Представляет интерес проанализировать влияние функциональной зависимости  $We_{kp}^*$  на основные интегральные характеристики в сопле по сравнению с постоянным значением  $We_{kp}=17$ .

Данная работа посвящена численному исследованию влияния аэродинамического дробления жидких частиц оксида алюминия на характеристики двухфазного течения в сопле РДТТ и сравнительному анализу использования критерия дробления в виде постоянной величины и в виде функциональной зависимости. Учитывая возможности современных порошковых технологий, в исследование включены двухфазные потоки, содержащие высокодисперсные (вплоть до наноразмерных) ансамбли частиц конденсата.

### **Постановка задачи**

При описании двухфазного течения предполагается, что течение стационарное, газ идеальный, объём частиц пренебрежимо мал, система теплоизолирована, вязкость учитывается только в процессах взаимодействия частиц с газом, исполь-

зуется непрерывная модель коагуляции частиц и феноменологическая многожидкостная модель среды. При численном расчете непрерывная функция распределения  $f(r)$  заменяется ступенчатой (счетной)  $n(r)$ , весь спектр частиц делится на  $N$  фракций, внутри фракции частицы имеют одинаковый размер, номер фракции определяется индексами  $i, j$ . Произведение  $m_i n_i = \rho_i$  – массовая концентрация частиц  $i$ -й фракции (здесь  $m_i$  – масса одной частицы,  $n_i$  – число частиц). Система квазиодномерных уравнений, описывающих стационарное двухфазное полидисперсное течение с учетом коагуляции и дробления в рамках монодисперсной модели осколков, записывается в виде

$$F\rho U = \text{const} ; \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx} F\rho U^2 + F \frac{d}{dx} P = F \sum_{i=1}^N \rho_i \varphi_{Ri} (U_i - U); \quad (2)$$

$$\frac{d}{dx} F\rho U H_0 = F \sum_{i=1}^N \rho_i [\varphi_{ai} c_p (T_i - T) + \varphi_{Ri} U_i (U_i - U)]; \quad (3)$$

$$P = \rho R T; \quad (4)$$

$$\frac{d}{dx} F\rho_i U_i = F (n_i \sum_{j=1}^i K_{ij} \vartheta_{ij} \Phi_{ij} \rho_j - \rho_i \sum_{j=i}^N K_{ij} \vartheta_{ij} \Phi_{ij} n_j); \quad (5)$$

$$\frac{d}{dx} F n_i U_i = -F n_i \sum_{j=1}^N K_{ij} \vartheta_{ij} \Phi_{ij} n_j; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} F\rho_i U_i^2 &= F [\rho_i \varphi_{Ri} (U - U_i) + K_{ij} \vartheta_{ij} \rho_j (U_j - (1 - \Phi_{ij}) U_i) - \\ &- n_i \sum_{j=1}^i \rho_j \sum_{j=1}^N K_{ij} \vartheta_{ij} n_j (U_i - (1 - \Phi_{ij}) U_i)]; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} F\rho_i U_i T_i &= F [\rho_i \varphi_{ai} \frac{c_p}{c_b} (T - T_i) + \frac{n_i}{c_b} \sum_{j=1}^i K_{ij} \vartheta_{ij} \rho_j E_{ij} + \frac{\rho_i}{c_b} \sum_{j=1}^N K_{ij} \vartheta_{ij} n_j (1 - \Phi_{ij}) E_{ji} + \\ &+ T_i (n_i \sum_{j=1}^i K_{ij} \vartheta_{ij} \Phi_{ij} \rho_j - \rho_i \sum_{j=1}^N K_{ij} \vartheta_{ij} \Phi_{ij} n_j)]; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{d}{dx} F n_i M_i^2 = F \left[ n_i \varphi_i M_i^2 + n_i \left( 0.0578 \sum_{j=1}^i K_{ij} \vartheta_{ij} n_j M_{omij}^2 - M_i^2 \sum_{j=1}^N K_{ij} \vartheta_{ij} \Phi_{ij} n_i \right) \right]. \quad (9)$$

В системе уравнений  $F = F(x)$  – сечение сопла;  $\rho, U, P, T$  – плотность, скорость, давление, температура газа;  $H_0$  – энталпия торможения;  $c_p$  – удельная теплоемкость газа при постоянном давлении;  $c_b$  – удельная теплоемкость вещества;  $R$  – газовая постоянная;  $\varphi_{Ri}, \varphi_{ai}, \varphi_{Mi}$  – функции динамического, теплового и вращательного взаимодействия газа с частицами;  $\rho_i, U_i, T_i$  – плотность, скорость, температура частиц;  $\rho_b$  – плотность вещества частицы;  $K_{ij}$  – константа коагуляции;  $\Phi_{ij}$  – коэффициент эффективности столкновений;  $\vartheta_{ij}$  – коэффициент захвата;  $E_{ij}$  – энергия взаимодействующих частиц;  $M_i$  – момент относительного движения;  $M_{omij}$  – максимальный момент относительного движения. Постановка задачи, система урав-

нений и соответствующие коэффициенты, константы заимствованы из работ [2, 5].

Система уравнений (1) – (9) решалась на основе обратной задачи. Для численного интегрирования системы уравнений газа использовался стационарный аналог нецентральной конечно-разностной схемы Мак-Кормака, второго порядка точности. Интегрирование системы уравнений фракций частиц осуществлялось с помощью неявной разностной схемы, имеющей также второй порядок точности. На входном сечении использовалось условие скоростного и температурного равновесия между газовой фазой и частицами. Течение рассчитывалось в квазиодномерной постановке для модельного радиусно-профилированного сопла [6]. Радиус скругления в горловине сопла равен радиусу критического сечения сопла  $r_*$ , угол поджатия в дозвуковой области  $\alpha_1 = 45^\circ$ , углы поджатия в сверхзвуковой области  $\alpha_2 = 24^\circ$  и  $\alpha_3 = 7^\circ$  соответственно.

Расчеты проводились при следующих значениях исходных параметров:

$$P_k = 7 \cdot 10^6 \text{ Па};$$

$$T_k = 3200 \text{ К};$$

$$\mu = 0.89 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1};$$

$$R = 300 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}.$$

Расширение сопла  $Y_a = 6$ ; радиус критического сечения сопла  $r_* = 0.1 \text{ м}$ ; весовая доля конденсата  $Z = 0.3$ ; число фракций  $N = 15$ .

Непрерывная функция распределения частиц по размерам на входе в сопло задавалась в виде

$$f(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} r \ln(\sigma)} \exp \left\{ - \left[ \frac{\ln(r) - \ln(r_0)}{\sqrt{2\pi} \ln(\sigma)} \right]^2 \right\}.$$

Здесь  $r_0$  – средний размер частиц,  $\sigma = 1.5$  – дисперсия.

Экспериментальных данных о формировании спектра частиц оксида при горении наноразмерных частиц алюминия в открытой литературе нет, поэтому считалось, что функция  $f(r)$  аналогична случаю горения грубодисперсных порошков, но с меньшим значением  $r_0$ .

В данной работе для сравнительного анализа критическое число Вебера задавалось равным 17 и в виде функциональной зависимости [3]:

$$We_{kp}^* = 13.5 - 0.44A - (9.5 - 0.44A)\exp(0.005A - 0.25)G, \quad (10)$$

где  $A = \ln(L_p)$ ,  $L_p$  – число Лапласа,  $G = \frac{d We}{dt}$  – темп нарастания воздействия

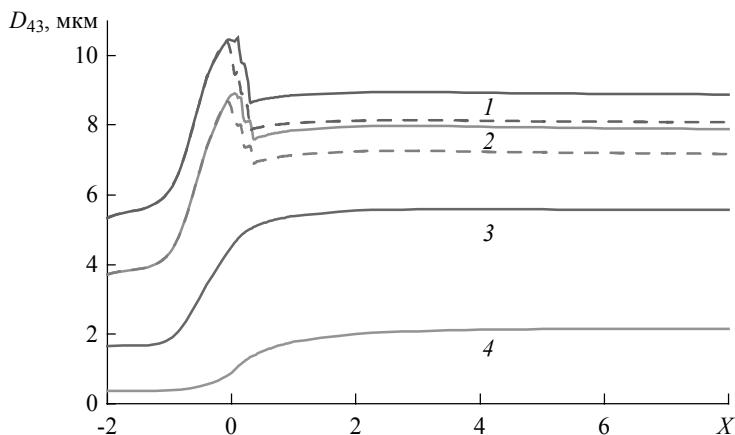
на частицу. Формула (10) справедлива в диапазонах:  $G = 3, \dots, 97$ ;  $L_p = 5, \dots, 3.5 \cdot 10^5$ . Время задержки начала дробления в расчётах не учитывалось.

## Результаты расчётов

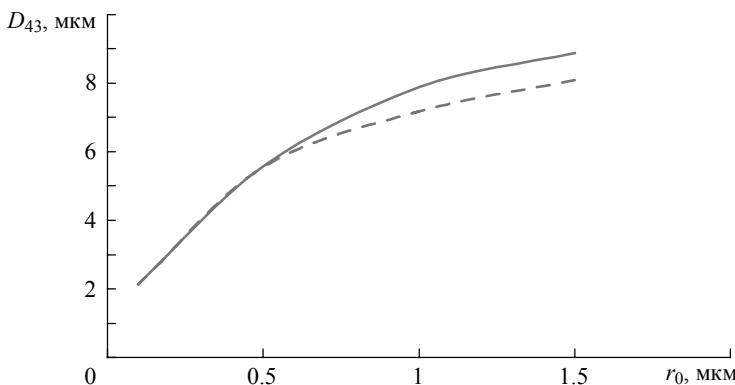
В таблице представлены числовые значения среднемассового размера частиц ( $D_{43}$ , мкм) на срезе сопла и двухфазные потери импульса (ДФП, %) в зависимости от среднего радиуса частиц на входе в сопло. Расчёты проведены при задании критического числа Вебера равного 17 ( $We_{kp} = 17$ ) и при задании числа Вебера в виде функциональной зависимости ( $We_{kp} = We_{kp}^*$ ).

	$r_0$ , мкм	1,5	1,0	0,5	0,1
$We_{kp}=17$	$D_{43cp}$ , мкм	8,877	7,883	5,570	2,139
	$\Delta\Phi\Pi$ , %	3,7807	3,2764	2,0323	0,4090
	$r_0$ , мкм	1,5	1,0	0,5	0,1
$We_{kp}=We_{kp}^*$	$D_{43cp}$ , мкм	8,085	7,174	5,549	2,139
	$\Delta\Phi\Pi$ , %	3,7429	3,2473	2,0319	0,4090
	$r_0$ , мкм	1,5	1,0	0,5	0,1

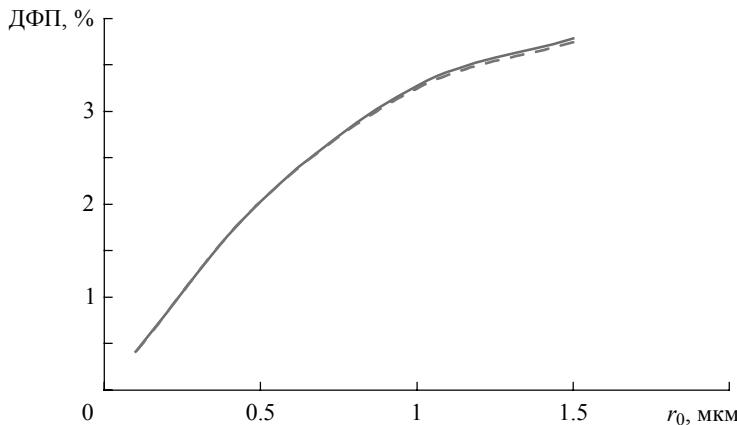
На рис. 1 – 3 результаты расчётов представлены в графическом виде. Сплошные линии графиков соответствуют расчётам при  $We_{kp}=17$ , пунктирные – при  $We_{kp}=f$ .



**Рис. 1.** Изменение среднемассового размера частиц вдоль сопла  
(кр. 1 –  $r_0=1.5$  мкм; кр. 2 –  $r_0=1$  мкм; кр. 3 –  $r_0=0.5$  мкм; кр. 4 –  $r_0=0.1$  мкм)  
**Fig. 1.** Variation in the mass-averaged size of particles along the nozzle  
( $r_0 = (1) 1.5, (2) 1, (3) 0.5$ , and (4)  $0.1 \text{ m}\mu$ )



**Рис. 2.** Изменение среднемассового размера частиц на срезе сопла  
от среднего радиуса частиц на входе в сопло  
**Fig. 2.** Variation in the mass-averaged size of particles at the nozzle exit  
with the mean radius of particles at the nozzle inlet



**Рис. 3.** Зависимость двухфазных потерь импульса от среднего радиуса частиц на входе в сопло

**Fig. 3.** Two-phase impulse losses as a function of mean radius of particles at the nozzle inlet

Для грубодисперсных ансамблей частиц ( $r_0 = 0.5\text{--}1.5$  мкм) спектр частиц формируется за счёт процессов коагуляции и дробления. Максимальное проявление этих процессов в районе минимального сечения сопла, где максимальный градиент разности скоростей газа и частиц.

Для высокодисперсных ансамблей частиц ( $r_0 = 0.1\text{--}0.5$  мкм) спектр частиц формируется только за счёт процесса коагуляции.

### Заключение

Для мелкодисперсных ансамблей частиц оксида алюминия ( $r_0 = 1.5\text{--}0.5$  мкм) использование функциональной зависимости для числа Вебера сопровождается понижением среднемассового размера частиц ( $D_{43}$ ) на срезе сопла на  $\sim 9\%$  и, как следствие, понижением двухфазных потерь на  $0.11\%$ . Высокодисперсные ансамбли ( $r_0 < 0.5$  мкм) аэродинамического дробления не испытывают. Для инженерных расчётов течения двухфазных продуктов сгорания металлизированного твёрдого топлива в соплах РДТТ при использовании порошка алюминия достаточно задавать значение критического числа Вебера равное 17, при научных исследованиях и больших значениях весовой доли конденсата, видимо, необходимо использовать число Вебера в виде функциональной зависимости.

### ЛИТЕРАТУРА

- Шрайбер А.А. Многофазные полидисперсные течения с переменным фракционным составом дискретных включений // Итоги науки и техн. Комплексные и специальные разделы механики. М.: Изд. ВИНИТИ, 1988. Т. 3. С. 3–80.
- Васенин И.М., Архипов В.А., Бутов В.Г., Глазунов А.А., Трофимов В.Ф. Газовая динамика двухфазных течений в соплах. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1986. 262 с.
- Стернин Л.Е., Шрайбер А.А. Многофазные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1994. 320 с.
- Тишин А.П. Особенности течения двухфазных продуктов в сопле // Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. М.: ВИНИТИ АН СССР, 1971. Т. 1. С. 190–220.

5. Глазунов А.А., Дьяченко Н.Н., Дьяченко Л.И. Численное исследование течения ультраподисперсных частиц оксида алюминия в сопле ракетного двигателя твёрдого топлива // Термофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20. № 1. С. 81–88.
6. Пирумов У.Г., Росляков Г.С. Газовая динамика сопел. М.: Наука, 1990. 366 с.

Статья поступила 14.11.2016 г.

Dyachenko N.N., Dyachenko L.I., Gurova V.S., Sineokaya S.A. (2017) NUMERICAL INVESTIGATION OF THE EFFECT OF AERODYNAMIC FRAGMENTATION OF CONDENSATE PARTICLES ON THE TWO-PHASE IMPULSE LOSSES IN A SOLID-FUEL ROCKET ENGINE NOZZLE. *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics.* 45. pp. 88–94

DOI 10.17223/19988621/45/8

The work is devoted to numerical investigation of the effect of aerodynamic fragmentation of aluminum oxide liquid particles on the characteristics of two-phase flow in a nozzle of solid-propellant rocket engine and to comparative analysis of the application of the fragmentation criterion in the form of a constant value or a functional dependency.

Combustion products of a metallized fuel form a mixture of gas and condensate particles. The flow is non-equilibrium, which induces two-phase impulse losses in the engine nozzle. The interaction of liquid condensate particles with a gas is accompanied by their fragmentation and coagulation. The interaction of the particles is described based on the continuous approach to variation in the size distribution function. The aerodynamic fragmentation of particles is characterized by a critical Weber number which is equal to 17 in the engineering calculations. The fragmentation is a complex process which depends both on parameters of the gas flow and parameters of the ensemble of liquid particles which change along the nozzle. Therefore, the critical Weber number must be multifunctional dependent.

An empirical functional dependence determining the critical Weber number is shown. The results of calculations of two-phase impulse losses with the fragmentation criterion in the form of a constant value or a functional dependence are presented.

**Keywords:** two-phase flow, coagulation and fragmentation of the particles, size distribution of the particles.

**DYACHENKO Nikolay Nikolaevich** (Doctor of Physics and Mathematics,  
Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)  
E-mail: prof.dyachenko@gmail.com

**DYACHENKO Lyudmila Ivanovna** (Candidate of Physics and Mathematics,  
Scientific Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University,  
Tomsk, Russian Federation)  
E-mail: prof.dyachenko@gmail.com

**GUROVA Valeriya Sergeevna** (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)  
E-mail: valery0995@mail.ru

**SINEOKAYA Sofiya Aleksandrovna** (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)  
E-mail: sophia1994@mail.ru

#### REFERENCES

1. Shrayer A.A. (1988) Mnogofaznye polidispersnye techeniya s peremennym fraktsionnym sostavom diskretnykh vklucheni [Multiphase polydisperse flows with variable fractional composition of discrete inclusions]. *Itogi nauki i tekhniki. Kompleksnye i spetsial'nye razdely mehaniki – Surveys in Science and Technology. Complex and Special Sections of Mechanics.* Moscow: VINITI. 3. pp. 3–80.

2. Vasenin I.M. et al. (1986) *Gazovaya dinamika dvukhfaznykh techeniy v soplyakh* [Gas dynamics of two-phase flows in nozzles]. Tomsk: Tomsk State University. 262 p.
3. Sternin L.E., Shrayber A.A. (1994) *Mnogofaznye techeniya gaza s chastitsami* [Multiphase flows of gas with particles]. Moscow: Mashinostroenie. 320 p.
4. Tishin A.P. (1971) Osobennosti techeniy dvukhfaznykh produktov v sople [Singularities of the flow of two-phase products in the nozzle]. *Termodinamicheskiye i teplofizicheskiye svoystva produktov sgoraniya – Thermodynamic and Thermophysical Properties of the Combustion Products*. Moscow: VINITI ANSSSR. 1. pp. 190–220.
5. Glazunov A.A. et al. (2013) Chislennoe issledovanie techeniya ultradispersnykh chastits oksida alyuminiya v sople raketnogo dvigatelya tverdogo topliva [Numerical investigation of the flow of ultrafine aluminum oxide particles in the nozzle of a solid-propellant rocket engine]. *Teplofizika i aeromehanika*. 20(1). pp. 81–88.
6. Pirumov U.G., Roslyakov G.S. (1990) *Gazovaya dinamika sopl* [Gas dynamics of nozzles]. Moscow: Nauka. 366 p.