

## МЕХАНИКА

УДК 537.85  
DOI 10.17223/19988621/46/7

**С.И. Володченков, С.В. Сияев**

### **ИМПУЛЬСНЫЙ НАГРЕВ СРЕДЫ АНСАМБЛЯМИ ПОЛЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРОВОДНИКОВ, ИНДУКЦИОННО НАГРЕВАЕМЫХ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ СОЛЕНоиДА**

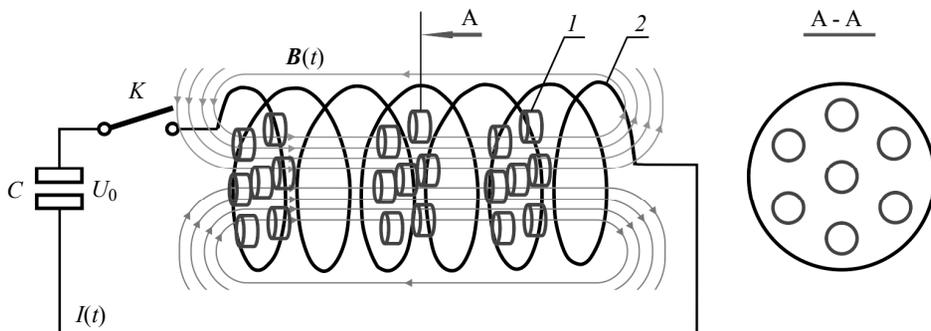
Представлены результаты математического моделирования процесса нагрева теплопроводной среды ансамблями тонкостенных полых цилиндрических проводников, которые, в свою очередь, нагреваются вихревыми токами в переменном магнитном поле соленоида. При постановке задачи использованы точные аналитические решения задач сопряженного теплообмена проводников со средой и генерации токов в проводниках при электрическом разряде конденсаторной батареи через соленоид. Анализируется влияние различных параметров проводников, их количества и расположения в соленоиде на эффективность и время нагрева примыкающих к ним слоев среды применительно к задаче многоочагового зажигания метательных зарядов.

**Ключевые слова:** *переменное магнитное поле, соленоид, тонкостенные цилиндрические проводники, индукционный нагрев, теплопроводная среда, сопряженный теплообмен, аналитические решения, параметрический анализ.*

В [1] описывается плазмозамещающая технология зажигания пороховых метательных зарядов, основанная на замене плазмы высокотемпературными двухфазными продуктами сгорания дополнительного заряда из высокоэнергетического топлива, например, [2]. Эффективное и быстрое зажигание таких топлив осуществляется потоками мелкодисперсных раскаленных металлических частиц [3], которые генерировались электрическим разрядом через расположенные в топливе проводники, гальванически соединенные с источником электрической энергии [4]. В отличие от [4] в данной работе рассматривается бесконтактная индукционная схема генерации, в которой нагрев и последующая капельная деструкция короткозамкнутых фольговых проводников происходят в переменном магнитном поле соленоида. Возможности такого дистанционного способа быстрого нагрева и капельной деструкции тонкостенных цилиндрических проводников подтверждены экспериментально на модельной индукционной установке [5]. Эта схема снимает проблему надежных электрических контактов с токоподводящими электродами и связанные с ней ограничения на размеры, количество и положение проводников, что, в свою очередь, позволяет осуществлять многоочаговый нагрев и зажигание топлива в необходимых частях заряда.

### Схема устройства. Постановка задачи

Индукционный нагрев проводников осуществляется переменным магнитным полем, которое генерируется при электрическом разряде конденсаторной батареи через соленоид (см. рис. 1).



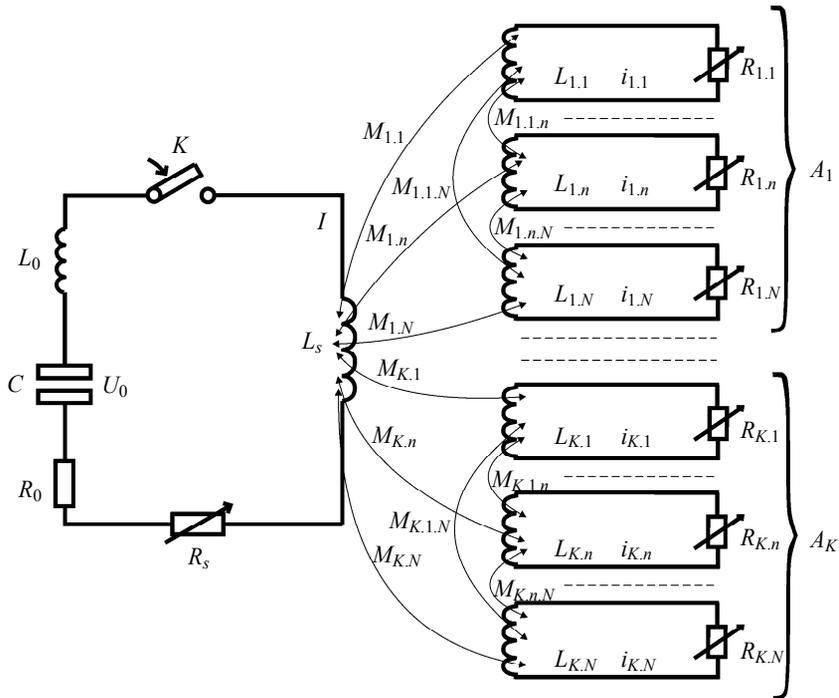
**Рис. 1.** Общая схема устройства индукционного нагрева ансамблей короткозамкнутых проводников: 1 – ансамбли полых цилиндрических проводников, 2 – соленоид,  $\mathbf{B}$  – вектор магнитной индукции магнитного поля соленоида,  $K$  – ключ-коммутатор,  $I$  – ток в цепи соленоида,  $U_0$  – начальное электрическое напряжение на конденсаторной батарее емкостью  $C$

**Fig. 1.** General scheme of a device for induction heating of assemblies of short-circuited conductors: 1, assemblies of hollow cylindrical conductors; 2, solenoid;  $\mathbf{B}$ , vector of the magnetic field induction of the solenoid;  $K$ , switch key;  $I$ , current in the solenoid circuit; and  $U_0$ , the initial voltage of the capacitor bank with capacity  $C$

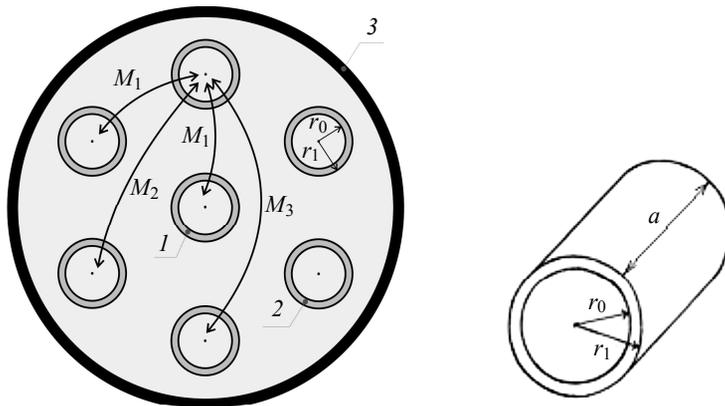
Эффективный режим нагрева проводников достигается при необходимом потосцеплении между проводниками и соленоидом. Совокупности индуктивно связанных между собой проводников образуют ансамбли. Электрическая схема устройства индукционного нагрева ансамблей проводников показана на рис. 2.

Схема состоит из электрических цепей соленоида и короткозамкнутых тонкостенных проводников, каждый из которых индуктивно связан с соленоидом и соседними проводниками ансамбля. Проводники образуют  $K$  ансамблей  $A_k$ , каждый из которых состоит из  $N$  проводников. Используются следующие обозначения:  $L_0$ ,  $R_0$  – индуктивность и сопротивление конденсаторной батареи, ключа и соединительных кабелей,  $L_s$  и  $R_s$  – индуктивность и сопротивление соленоида,  $L_{k,n}$ ,  $R_{k,n}$  и  $i_{k,n}$  – соответственно индуктивность, сопротивление и ток  $n$ -го проводника в  $k$ -м ансамбле,  $M_{k,n}$  – взаимные индуктивности  $n$ -го проводника в  $k$ -м ансамбле с соленоидом и  $M_{k,m,n}$  – взаимные индуктивности  $n$ -го и  $m$ -го проводников в  $k$ -м ансамбле. Предполагается, что проводники из разных ансамблей между собой индуктивно не связаны. Наклонной стрелкой отмечены параметры, изменяемые в процессе разряда конденсаторной батареи.

В дальнейшем рассматриваются тонкостенные полые цилиндрические проводники, толщина стенки которых  $r_1 - r_0$  много меньше его внутреннего радиуса  $r_0$ . Проводники расположены соосно с соленоидом, каждый из ансамблей состоит из семи одинаковых проводников, причем расстояния между центрами соседних проводников одинаковы (см. рис. 3). Такое расположение проводников в соленоиде обеспечивает их эффективный индукционный нагрев.



**Рис. 2.** Электрическая схема устройства индукционного нагрева ансамблей проводников  
**Fig. 2.** Electrical circuit of the device for induction heating of the assemblies of conductors



**Рис. 3.** Компонка ансамбля проводников в поперечном сечении соленоида: 1 – центральный проводник; 2 – периферийные проводники; 3 – катушка-соленоид;  $M_1$  – взаимная индуктивность двух соседних проводников;  $M_2$ ,  $M_3$  – взаимная индуктивность двух периферийных проводников, между которыми находится один и два периферийных проводника соответственно;  $a$  – длина проводников

**Fig. 3.** Arrangement of the assembly of conductors in a cross section of solenoid: 1, central conductor; 2, peripheral conductors; 3, coil-solenoid;  $M_1$ , mutual inductance of two adjacent conductors;  $M_2$  and  $M_3$ , mutual inductance of two peripheral conductors with one or two peripheral conductors in-between, respectively;  $a$  is the length of the conductors

При постановке задачи использованы следующие предположения: токи и температуры соленоида и проводников однородны по сечениям; значения теплоёмкостей  $c$  материалов проводников и соленоида постоянны при температурах от комнатной до плавления; удельные сопротивления материалов проводника и соленоида  $\eta$  являются линейными функциями их температуры [6]; диффузия магнитного поля в проводники пренебрежимо слабо влияет на их нагрев [7]; теплообмен соленоида с топливом пренебрежимо мал; теплообмен между проводниками и прилегающими к ним слоями топлива осуществляется по закону Ньютона с постоянным коэффициентом теплообмена  $H$ ; коэффициент теплопроводности топлива  $\lambda$  также постоянен. При сделанных допущениях электротехнические и тепловые параметры цепи соленоида и ансамблей проводников описываются следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{I} &= f(I, U, R, i_{k,n}, R_{k,n}), \quad I(0) = 0; \\ \dot{U} &= -IC^{-1}, \quad U(0) = U_0; \\ \dot{i}_{k,1} &= \Delta^{-1} [(6M_1M_{k,2} - L_3M_{k,1})f(I, U, R, i_{k,n}, R_{k,n}) + 6M_1R_{k,2}i_{k,2} - L_3R_{k,1}i_{k,1}], \quad i_{k,1}(0) = 0; \\ \dot{i}_{k,2} &= \frac{1}{\Delta} [(M_1M_{k,1} - L_1M_{k,2})f(I, U, R, i_{k,n}, R_{k,n}) + M_1R_{k,1}i_{k,1} - L_1R_{k,2}i_{k,2}], \quad i_{k,2}(0) = 0; \\ \dot{R} &= b_0(R - R_0)I^2, \quad R(0) = R_0 + R_s(0); \\ \dot{R}_{k,1} &= b[b_2i_{k,1}^2R_{k,1} - b_{12}(T_{k,1} - T_{c,k,1}^*)], \quad R_{k,1}(0) = R_{00}; \\ \dot{R}_{k,2} &= b[b_2i_{k,2}^2R_{k,2} - b_{12}(T_{k,2} - T_{c,k,2}^*)], \quad R_{k,2}(0) = R_{00}; \\ \dot{T} &= b_1(R - R_0)I^2, \quad T(0) = T_0; \\ \dot{T}_{k,1} &= b_2i_{k,1}^2R_{k,1} - b_{12}(T_{k,1} - T_{c,k,1}^*), \quad T_{k,1}(0) = T_0, \quad T_{c,k,1}^*(0) = T_0; \\ \dot{T}_{k,2} &= b_2i_{k,2}^2R_{k,2} - b_{12}(T_{k,2} - T_{c,k,2}^*), \quad T_{k,2}(0) = T_0, \quad T_{c,k,2}^*(0) = T_0; \\ & f(I, U, R, i_{k,n}, R_{k,n}) = \\ &= \frac{\Delta(U - RI) + \sum_{k=1}^K [R_{k,1}i_{k,1}(L_3M_{k,1} - 6M_1M_{k,2}) + 6R_{k,2}i_{k,2}(L_1M_{k,2} - M_1M_{k,1})]}{\Delta L + \sum_{k=1}^K (12M_1M_{k,1}M_{k,2} - 6L_1M_{k,2}^2 - L_3M_{k,1}^2)}, \\ & k = \overline{1; K}, \quad n = 1, 2. \end{aligned} \quad (1)$$

В (1) точка сверху обозначает производную по времени  $t$ , индексы  $k, 1, k, 2$  указывают на принадлежность к центральному и периферийным проводникам  $k$ -го ансамбля соответственно (см. рис. 3),  $T_0$  – начальная температура соленоида, проводников и топлива,  $U$  – текущее значение электрического напряжения на конденсаторной батарее,  $R_s(0)$ ,  $R_{00}$  – начальные значения сопротивлений соленоида и каждого проводника соответственно,  $T_{c,k,1}^*$ ,  $T_{c,k,2}^*$  – текущие значения температу-

ры топлива на границе с соответствующим проводником. Входящие в (1) постоянные коэффициенты описываются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} L &= L_0 + L_s; L_3 + 2(M_1 + M_2) + M_3; \Delta = L_1 L_3 - 6M_1^2; \\ b_0 &= \eta_1 \beta_1 (a_1 h_1)^{-2} (\rho_1 c_1)^{-1}; b_1 = (m_1 c_1)^{-1}; b_2 = (mc)^{-1}; b = R_{00} \beta b_2; \\ R_s(0) &= \pi D W \eta_1 (a_1 h_1)^{-1}; m = \pi (r_1^2 - r_0^2) a \rho; \\ b_{12} &= 2H [c \rho (r_1 - r_0)]^{-1}; R_{00} = \pi (r_1 + r_0) \eta [a (r_1 - r_0)]^{-1}. \end{aligned}$$

Использованы следующие обозначения:  $m$  – масса проводника;  $\rho$  – плотность материала проводника;  $c$  – его удельная теплоемкость;  $\beta$  – температурный коэффициент для его удельного сопротивления  $\eta$ ;  $\rho_1, c_1, \beta_1, \eta_1$  – соответствующие параметры материала соленоида;  $W, D, m_1, a_1, h_1$  – число витков соленоида, его средний диаметр, масса, а также ширина и высота поперечного сечения его витков. Все коэффициенты, описывающие индуктивности и индуктивные связи проводников между собой в ансамбле и соленоидом, рассчитываются с помощью аналитических соотношений из [8].

Уравнение теплопроводности, описывающее распределение температуры в топливе, выбирается в плоском одномерном виде, поскольку толщины прогретых слоев топлива много меньше внутреннего радиуса проводников  $r_0$ . В рассматриваемой постановке тепловая задача для топлива сводится к решению 2K одномерных нестационарных уравнений теплопроводности для полупространства (см. рис. 4):

$$\frac{\partial T_{c.k.n}}{\partial t} = \chi_c \frac{\partial^2 T_{c.k.n}}{\partial x^2}, \quad k = \overline{1; K}, \quad n = 1, 2;$$

$$x \geq h = 0.5(r_1 - r_0), \quad T_{c.k.n}(t = 0, x \geq h) = T_0, \quad (2)$$

где  $\chi_c = \lambda_c / \rho_c c_c$  – температуропроводность топлива,  $\lambda_c, \rho_c, c_c$  – его теплопроводность, плотность и удельная теплоемкость соответственно,  $h = 0.5(r_1 - r_0)$  – половина толщины проводника,  $x$  – локальная координата, направленная по нормали к поверхности проводника от среднего сечения его стенки.

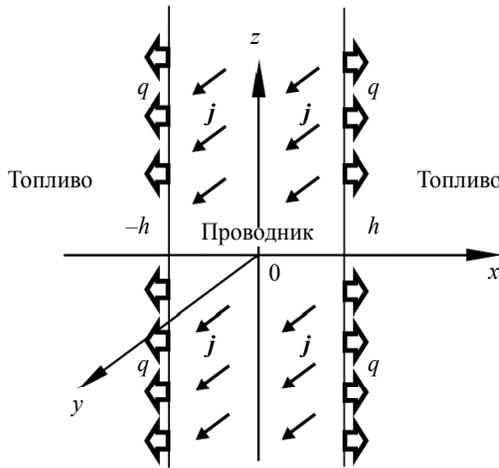


Рис. 4. Схема задачи сопряженного теплообмена проводника и топлива  
Fig. 4. Diagram of the problem of conjugate heat transfer between conductor and fuel

Граничные условия у стенок проводников при теплообмене по закону Ньютона имеют вид

$$\frac{\partial T_{c.k.n}(t, x = h)}{\partial x} = \frac{q}{\lambda_c}, \quad q = H \cdot [T_{c.k.n}(t, x = h) - T_{k.n}(t)], \quad (3)$$

где  $q$  – поток тепла через единичную поверхность ( $k.n$ )-го проводника.

Таким образом, расчет температуры в слоях топлива, примыкающих к внутренним и внешним поверхностям ансамблей проводников, сводится к совместному решению  $2(5K+1)$  уравнений (1), (2) с  $2K$  граничными условиями (3).

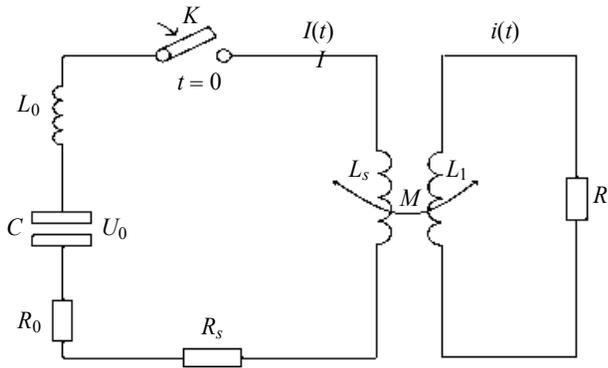
### Алгоритм решения

При расчетах используется точное аналитическое решение следующей вспомогательной сопряженной тепловой задачи в приближении идеальной теплопроводности проводника:

$$c\rho \frac{dT}{dt} = A(t) - \frac{H}{h} [T - T_c(t, x = h)], \quad A(t) = \eta \frac{i^2(t)}{(2ah)^2}, \quad \frac{\partial T_c}{\partial t} = \chi_c \frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2}, \quad x \geq h; \quad (4)$$

$$\frac{\partial T_c(t, x = h)}{\partial x} = \frac{H}{\lambda_c} [T - T_c(t, x = h)], \quad T(t = 0) = T_c(t = 0, x \geq h) = T_0.$$

Тепловая функция  $A(t)$  в (4) описывает динамику индукционного нагрева проводника в устройстве, электрическая схема которого приведена на рис. 5. Индексы « $k.n$ », указывающие на принадлежность данного проводника к  $k$ -му ансамблю и положению в нем, опущены.



**Рис. 5.** Электрическая схема модельного индукционного устройства для определения тепловой функции точного решения

**Fig. 5.** Electrical circuit of the model inductive device for determining the thermal function of the exact solution

Аналитическое решение сопряженной тепловой задачи (4) получено для тепловой функции  $A(t)$  следующего вида:

$$A(t) = A_0 \left\{ e^{-\frac{R}{L}t} \left[ 1 + \cos(\omega t) \right] - 2e^{-\frac{R_1}{L_1}t} \right\}, \quad A_0 = \frac{(U_0 M)^2}{2L^2 R_1 V}, \quad \omega = \sqrt{\frac{4L}{C} - \left(\frac{R}{L}\right)^2}. \quad (5)$$

Здесь  $V = \pi \cdot a \cdot (r_1^2 - r_0^2)$  – объем цилиндрического проводника,  $L = L_0 + L_s$ ,  $R = R_0 + R_s$ ,  $L_1$  – индуктивность проводника,  $R_1$  – его сопротивление. Выражение (5) получено из точного решения электротехнической задачи (см. рис. 5) с учетом неравенства  $R_1 L_1^{-1} \gg R L^{-1}$ , характерного для рассматриваемой индукционной схемы нагрева проводника. Решение краевой задачи (4), (5) построено с помощью интегрального преобразования Лапласа аналогично [9]. Из найденного решения в (1) подставляется выражение для температуры топлива на границе с соответствующим проводником:

$$T_{c.k.n}^* = T_c(t, x = h) = T_0 + A_0 \operatorname{Ne}[G(t, \delta = \delta_0) - 2G(t, \delta = \delta_{k.n}) + G_1(t)],$$

$$\operatorname{Ne} = H \sqrt{t_* (\lambda_c \rho_c c_c)^{-1}}, \quad \delta_0 = R L^{-1}, \quad \delta_{k.n} = R_{k.n} L_{k.n}^{-1}, \quad \gamma = 0.5 \operatorname{Ne} + i\nu, \quad \bar{\gamma} = 0.5 \operatorname{Ne} - i\nu,$$

$$\nu = \sqrt{H t_* (h c p)^{-1} - (0.5 \operatorname{Ne})^2}, \quad F(z) = e^{z^2} \operatorname{erfc}(z), \quad \beta = (\delta_0 + i\omega) t_*, \quad (6)$$

$$G(t, \delta) = -\operatorname{Im} \left[ \frac{F(i\sqrt{\delta t})}{\sqrt{\delta t_*} (\gamma - i\sqrt{\delta t_*}) (\bar{\gamma} - i\sqrt{\delta t_*})} + \frac{F(\gamma\sqrt{t t_*^{-1}})}{(\gamma^2 + \delta t_*) \nu} \right],$$

$$G_1(t) = \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{2\sqrt{\beta}} \left[ \frac{F(-i\sqrt{\beta t t_*^{-1}})}{(\gamma + i\sqrt{\beta}) (\bar{\gamma} + i\sqrt{\beta})} - \frac{F(i\sqrt{\beta t t_*^{-1}})}{(\gamma - i\sqrt{\beta}) (\bar{\gamma} - i\sqrt{\beta})} \right] - \frac{(\gamma^2 + \delta_0 t_*) F(\gamma\sqrt{t t_*^{-1}})}{[(\gamma^2 + \delta_0 t_*)^2 + (\omega t_*)^2] \nu} \right\},$$

где  $t_*$  – характерная длительность процесса нагрева проводника,  $i$  – мнимая единица. Из решения системы уравнений (1) определяются температуры проводников, после чего с помощью (6) рассчитываются тепловые потоки  $q_{k.n}$  от проводников в топливо  $q_{k.n} = H[T_{k.n}(t) - T_{c.k.n}(t, x=h)]$ . Распределение температуры в топливе  $T_{c.k.n}(t, x)$  определяется из общего квадратурного решения тепловой задачи для полупространства при заданном на границе тепловом потоке [10]:

$$T_{c.k.n}(t, x) = T_0 + \frac{1}{\sqrt{\pi \lambda_c \rho_c c_c}} \int_0^t q_{k.n}(t-\tau) \frac{e^{-\frac{(x-h)^2}{4\lambda_c \tau}}}{\sqrt{\tau}} d\tau, \quad x \geq h.$$

Амплитуда  $A_0$  тепловой функции  $A(t)$  из точного решения (5) корректируется поправочным множителем  $\alpha_{k.n}$  с помощью интегрального соотношения, определяющего количество тепловой энергии, выделившейся за время  $t$  в проводнике при решении (1), (6) и при использовании тепловой функции  $A(t)$  из (5):

$$A_{0.1} = \alpha_{k.n} A_0, \quad \alpha_{k.n} = \int_0^{t_*} R_{k.n}(\tau) \dot{q}_{k.n}^2(\tau) d\tau \left[ V \int_0^{t_*} A_{k.n}(\tau) d\tau \right]^{-1}, \quad (7)$$

где  $V = \pi(r_1^2 - r_0^2)a$  – объем проводника. Расчеты показывают, что после первой коррекции  $A_0$  при повторном решении (1), (6) вторая коррекция  $A_{0.2}$  практически совпадает с  $A_{0.1}$ , так что достаточно одной итерации при решении сопряженной тепловой задачи (1), (2), (6), (7).

### Результаты расчетов

Расчёты проведены для устройства со следующими параметрами:

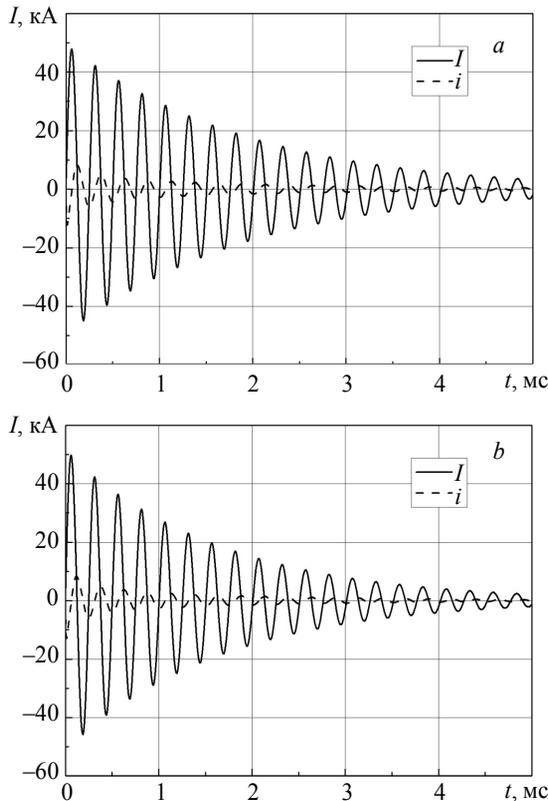
соленоид:  $W = 12$ ,  $s_1 = a_1 \times h_1 = 4.6 \times 2 \text{ мм}^2$  – поперечное сечение шины, которой намотан соленоид,  $D = 45 \text{ мм}$ , длина  $l = 60 \text{ мм}$ , материал – медь,  $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ;

внешняя электрическая цепь:  $C = 0.238$  мФ,  $R_0 = 3$  мОм,  $L_0 = 2$  мкГн,  $U_0 = 8.3, 9$  кВ;

полые цилиндрические проводники:  $a = 5$  мм,  $r_0 = 5$  мм,  $r_1 = 5.2$  мм, материал – магний, алюминий, количество проводников в ансамбле –  $N = 7$  (см. рис. 3), расстояние между центрами соседних проводников в ансамбле – 12 мм, количество ансамблей проводников –  $K = 1; 5$ , при  $K = 1$  проводники ансамбля сосредоточены в среднем поперечном сечении соленоида, при  $K = 5$  расстояние между соседними ансамблями проводников – 7.5 мм, причем средний ансамбль также расположен в среднем сечении соленоида;

топливо:  $\rho_c = 1.65$  г·см<sup>-3</sup>,  $\lambda_c = 30$  Вт·м<sup>-1</sup>·град<sup>-1</sup>,  $c_c = 1.5$  кДж·кг<sup>-1</sup>·град<sup>-1</sup>,  $H = 30$  кВт·м<sup>-2</sup>·град<sup>-1</sup>.

На рис. 6 построены расчетные осциллограммы токов в соленоиде и центральном проводнике, расположенном в среднем сечении соленоида, для вариантов с одним ансамблем проводников (рис. 6, а) и пятью ансамблями (рис. 6, б). В соленоиде и проводниках реализуются затухающие переменные токи с частотой 4 кГц. Ток в соленоиде  $I(t)$  почти на порядок больше индукционного тока в проводнике  $i(t)$ .

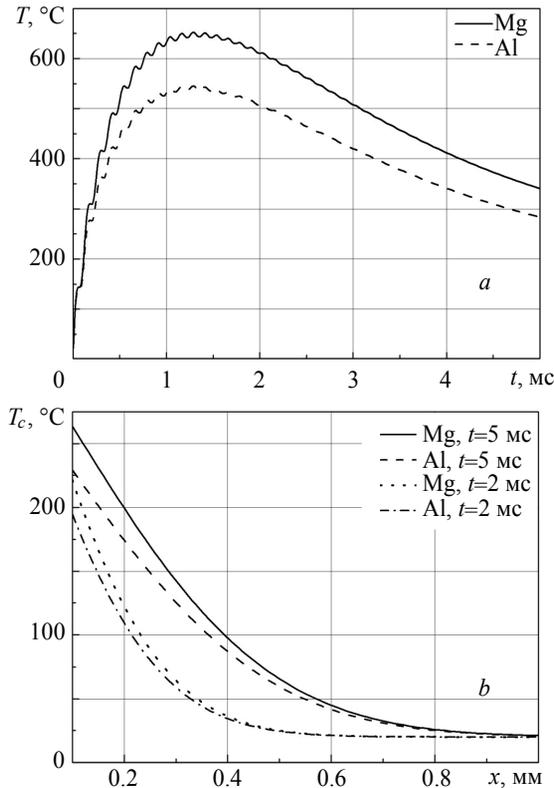


**Рис. 6.** Токи в цепи соленоида  $I(t)$  и в центральном проводнике среднего ансамбля  $i(t)$ : а –  $K=1$ ,  $U_0=8.3$  кВ, б –  $K=5$ ,  $U_0=9$  кВ

**Fig. 6.** Currents in a circuit of solenoid  $I(t)$  and in the central conductor of the middle assembly  $i(t)$ : (a)  $K = 1$ ,  $U_0 = 8.3$  kV and (b)  $K = 5$ ,  $U_0 = 9$  kV

Практически совпадающий по токам вариант с пятью ансамблями проводников достигается за счет увеличения начального напряжения на конденсаторной батарее с 8.3 кВ при  $K = 1$  до 9 кВ. При этом запасаемая на конденсаторной батарее энергия увеличивается на 17.6 %.

На рис. 7 приведены результаты расчетов сопряженной тепловой задачи для проводников из магния и алюминия при одинаковых условиях их индукционного нагрева.



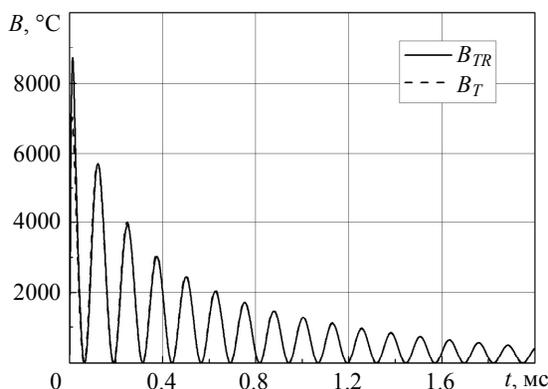
**Рис. 7.** Результаты нагрева топлива проводниками из магния и алюминия: *a* – температуры центральных проводников, *b* – профили температуры в топливе.  $K = 1$ ,  $U_0 = 8.3$  кВ

**Fig. 7.** Results of fuel heating by magnesium and aluminum conductors; (*a*) temperatures of the central conductors and (*b*) temperature profiles in the fuel.  $K = 1$ ,  $U_0 = 8.3$  kV

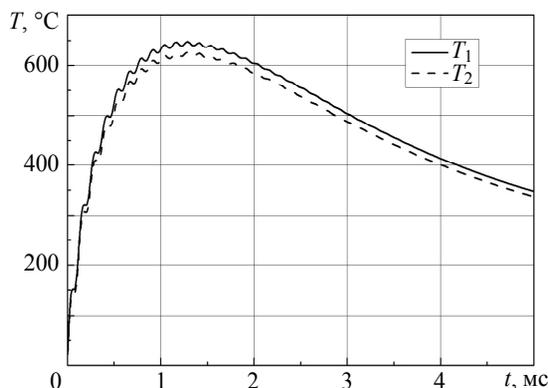
Проводники из магния нагреваются более эффективно, что позволяет интенсивней и на сравнительно большую глубину прогревать примыкающие к ним слои топлива. Температуры обоих проводников в процессе их индукционного нагрева не достигают температуры плавления, т.е. нагрев топлива осуществляется проводниками в твердом агрегатном состоянии. При повышении начального напряжения на конденсаторной батарее проводники могут быть расплавлены с последующей их капельной деструкцией [7]. При этом нагрев топлива интенсифициру-

ется за счет более высокой температуры капель металла и за счет значительного увеличения поверхности диспергированного проводника.

На рис. 8 показаны графики двух приведенных тепловых функций для центрального проводника  $B(t) = (\rho c)^{-1}A(t)$ , имеющих размерность температуры. Здесь  $B_{TR}(t)$  – зависимость, полученная из решения (1), (2) при скорректированном значении амплитуды  $A_{0,1}$  в (7), а  $B_T(t)$  – точное решение модельной задачи с учетом расчетных зависимостей  $R(t)$  и  $R_1(t)$  при  $A_0 = A_{0,1}$ . Практически полное совпадение приведенных результатов иллюстрирует эффективность разработанного алгоритма решения задачи. На рис. 9 приведены графики индукционного нагрева центрального и периферийных проводников в среднем из пяти ансамблей. Центральный проводник нагревается более интенсивно, но его текущая температура не более чем на 10–15 градусов превышает температуру периферийных проводников.

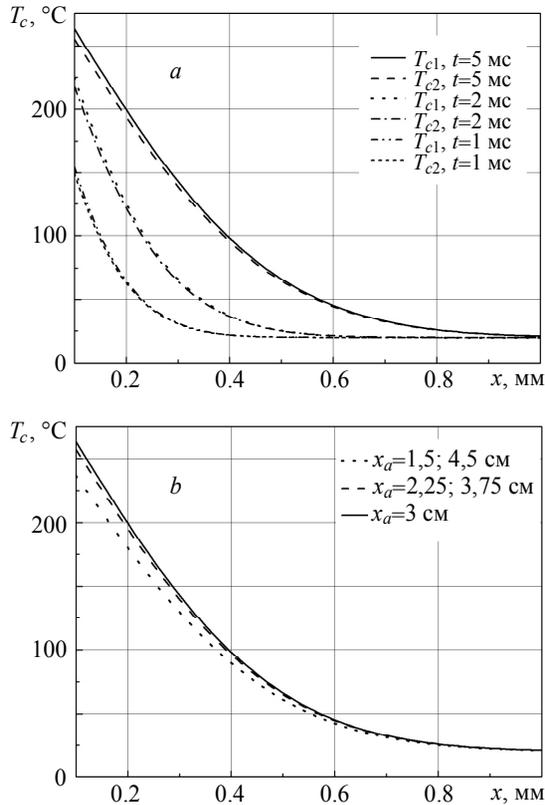


**Рис. 8.** Приведенные тепловые функции нагрева центрального проводника  $B_{TR}(t)$  и  $B_T(t)$   $K = 1$ ,  $U_0 = 8.3$  кВ  
**Fig. 8.** Reduced thermal functions of heating of central conductor  $B_{TR}(t)$  and  $B_T(t)$ ,  $K = 1$ ,  $U_0 = 8.3$  kV



**Рис. 9.** Индукционный нагрев центрального и периферийных проводников в среднем ансамбле  $K = 5$ ,  $U_0 = 9$  кВ  
**Fig. 9.** Induction heating of the central and peripheral conductors in the middle assembly,  $K = 5$ ,  $U_0 = 9$  kV

Влияние положения ансамблей проводников в соленоиде на динамику нагрева примыкающих к ним слоев топлива показано на рис. 10. Температура топлива слабо зависит от положения проводника внутри соленоида.



**Рис. 10.** Профили температуры в слоях топлива, примыкающих к проводникам: *a* – около центрального  $T_{c1}$  и периферийных  $T_{c2}$  проводников среднего ансамбля в различные моменты времени, *b* – около центральных проводников 1–3 ансамблей при  $t=5$  мс;  $K=5$ ,  $U_0=9$  кВ

**Fig. 10.** Temperature profiles in the fuel layers adjacent to conductors: (*a*) near the central  $T_{c1}$  and peripheral  $T_{c2}$  conductors of the middle assembly at different time instants and (*b*) near the central conductors of assemblies 1–3 at  $t=5$  ms;  $K=5$ ,  $U_0=9$  kV

Для крайних первого и пятого ансамблей расстояние от края соленоида составляет 15 мм, т.е. одну треть его среднего диаметра. Из представленных расчетов следует, что в течение 5 мс после начала разряда конденсаторной батареи прилегающие к проводникам слои топлива нагреваются до температур, характерных для их зажигания, причем такой нагрев осуществляется проводниками в твердом агрегатном состоянии, т.е. до начала их капельной деструкции.

Эффективность (КПД) электромеханического преобразования энергии в устройстве характеризует отношение выделившейся на проводниках тепловой энергии к начальной энергии конденсаторной батареи:

$$\text{КПД} = \frac{2}{CU_0^2} \sum_{k=1}^K \int_0^{t_k} [R_{k,1}(\tau) i_{k,1}^2(\tau) + 6R_{k,2}(\tau) i_{k,2}^2(\tau)] d\tau.$$

Так, при нагреве в течение 5 мс одного ансамбля алюминиевых проводников  $\text{КПД}(U_0=8.3 \text{ кВ}) = 3.5 \%$ , для одного ансамбля проводников из магния –  $\text{КПД}(U_0=8.3 \text{ кВ}) = 4.3 \%$ . При нагреве пятью ансамблями проводников КПД резко увеличивается: для алюминиевых проводников –  $\text{КПД}(U_0=9 \text{ кВ}) = 15.4 \%$ , а для проводников из магния –  $\text{КПД}(U_0=9 \text{ кВ}) = 18.4 \%$ . Таким образом, эффективность процесса индукционного нагрева проводников в соленоиде значительно возрастает с увеличением их количества. С другой стороны, увеличение количества нагреваемых проводников повышает скорость нагрева окружающего их топлива и позволяет необходимым образом распределять тепловое воздействие на необходимые участки метательного заряда.

### Выводы

Представлена и исследована методами математического моделирования индукционная схема устройства многоочагового бесконтактного нагрева топлив с помощью ансамблей тонкостенных полых цилиндрических проводников из магния, алюминия или других металлов с высокой удельной электропроводностью и относительно низкой температурой плавления. Показано, что такие устройства могут обеспечивать быстрый нагрев топлива до температур начала его иницирования в любых необходимых частях заряда. Параметром управления скоростью процесса нагрева является величина начального напряжения на конденсаторной батарее. Такие устройства актуальны для высокоэнергетических смесевых топлив с ультрадисперсными порошками металлов и низкой скоростью послыонного горения.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Sinyayev S.V., Kramar M.A., Kulpin V.I., Surkov V.G. Plasma-replacement technology of ETC-ignition of powder charges in high-velocity launchers // IEEE Transactions on Magnetics. 2007. V. 43. No.1. P. 318–321.
2. Фоменко В.В., Трофимов Н.И. Нестационарное горение перхлората аммония в вязкой углеводородной среде при давлениях до 5 кбар // Материалы IX Всесоюзного симпозиума по горению и взрыву «Горение конденсированных систем». Суздаль, 19–24 ноября 1989 г. Черногловка: Изд-во отделения Ин-та химической физики АН СССР, 1989. С. 56–59.
3. Zharovzev V.V., Sinyayev S.V., Fomenko V.V. Account of Interior Ballistic Parameters of the Launch by Slurry/Liquid Propellant with ETC-Ignition // IEEE Transactions on Magnetics. 2001. V. 37. No. 1. P. 216–218.
4. Буркин В.В., Сияев С.В., Христенко Ю.Ф. Устройство для зажигания топлив // Патент РФ № 2166181. 27.04.2001. Бюлл. № 12.
5. Сияев С.В., Анисимов А.Г., Матросов А.Д., Володченков С.И. Индукционный нагрев и капельная деструкция тонкостенных цилиндрических проводников в переменном аксиальном магнитном поле // Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике. Тезисы докладов Международной конференции. Новосибирск: Изд-во ИГиЛ СО РАН, 2015. С. 157.

6. Столович Н.Н., Милицкая Н.С. Температурные зависимости теплофизических свойств некоторых металлов. Минск: Наука и техника, 1975. 160 с.
7. Володченко С.И., Селюнина Н.В., Синяев С.В. Сравнительный анализ результатов расчета индукционного нагрева полых цилиндрических проводников в электротехнической и магнитодиффузионной постановках задачи. Труды Томского государственного университета. Т. 296. Серия физико-математическая. Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2015. С. 52–56.
8. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей: Справочная книга. Л.: Энергоатомиздат, 1986. 488 с.
9. Вишнякова И.С., Синяев С.В. Аналитическое решение сопряженной тепловой задачи для топлива и фольгового проводника с униполярным импульсом тока // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: Сборник материалов научной конференции. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2011. С. 453, 454.
10. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.

Статья поступила 21.11.2016 г.

Volodchenkov S.I., Sinyaev S.V. (2017) PULSE HEATING OF A MEDIUM BY ASSEMBLIES OF HOLLOW CYLINDRICAL CONDUCTORS INDUCTIVELY HEATED IN THE MAGNETIC FIELD OF A SOLENOID. *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 46. pp. 50–63

DOI 10.17223/19988621/46/7

Results of mathematical modelling of induction heating of a heat-conducting medium by assemblies of hollow thin-walled cylindrical conductors heated by Foucault currents in an alternating magnetic field are presented. The magnetic field is generated during the discharge of a capacitor bank through a solenoid with coaxial conductors inside the wall thickness of which is much less than the internal radius. The sets of inductively coupled conductors form the assemblies. The process was modeled using the exact analytical solutions of the problems of conjugate heat transfer between conductors and medium and the generation of electrical currents in conductors during capacitor bank discharge through the solenoid. The solutions were obtained on the assumptions of uniform cross-sectional current and temperature distribution in the solenoid and conductors; constant heat capacities of solenoid, conductors, and medium; and linear temperature dependence of the resistivity of solenoid and conductors. The heat transfer between conductors and adjacent fuel layers occurs according to Newton's law.

The mathematical model is reduced to several coupled conjugate heat transfer problems solved simultaneously with the Joule heating problem of conductors. The efficiency of electrothermal conversion of the energy in the device, the characteristic parameters of the solenoid and conductors, and the heating time of adjacent reactive medium layers to ignition temperature were estimated by parametric analysis.

Keywords: alternating magnetic field, solenoid, thin-walled cylindrical conductors, induction heating, heat-conducting medium, conjugate heat transfer, analytical solutions, parametric analysis

*SINYAEV Sergey Vital'evich* (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)  
E-mail: ssv@niipmm.tsu.ru

*VOLODCHENKOV Sergey Igorevich* (Russian Federal Nuclear Center, Sarov, Russian Federation)  
E-mail: serg\_vol666@mail.ru

## REFERENCES

1. Sinyaev S.V., Kramar M.A., Kulpin V.I., Surkov V.G. (2007) Plasma-replacement technology of ETC-ignition of powder charges in high-velocity launchers. *IEEE Transactions on Magnetics*. 43(1). pp. 318–321. DOI: 10.1109/TMAG.2006.887439.
2. Fomenko V.V., Trofimov N.I. (1989) Nestatsionarnoe gorenie perklorata ammoniya v vyazkoy uglevodorodnoy srede pri davleniyakh do 5 kbar [Unsteady combustion of ammonium perchlorate in a viscid hydrocarbon medium under the pressure of up to 5 kbar]. *Proc. of IX all-USSR symposium on combustion and explosion "Condensed systems combustion". Suzdal, 19–24 November 1989*. Chernogolovka: Inst. of chemical physics of USSR Academy of Sciences. pp. 56–59.
3. Zharovzev V.V., Sinyaev S.V., Fomenko V.V. (2001) Account of interior ballistic parameters of the launch by slurry/liquid propellant with ETC-ignition. *IEEE Transactions on Magnetics*. 37(1). pp. 216–218. DOI: 10.1109/20.911824.
4. Burkin V.V., Sinyav S.V., Khristenko Yu.F. Ustroystvo dlya zazhiganiya topliv [Device for propellant ignition]. *RF patent 2166181. 27.04.2001. Bulletin 12*.
5. Sinyaev S.V., Anisimov A.G., Matrosov A.D., Volodchenkov S.I. (2015) Induksionnyy nagrev i kapel'naya destruktziya tonkostennykh tsilindricheskikh provodnikov v peremennom aksial'nom magnitnom pole [Induction heating and drop destruction of thin-walled cylindrical conductors in an alternating axial magnetic field]. *Lavrent'evskie chteniya po matematike, mekhanike i fizike – Lavrent'ev Readings on Mathematics, Mechanics, and Physics*. Novosibirsk: Izd-vo IGI SO RAN. p. 157.
6. Stolovich N.N., Minitskaya N.S. (1975) *Temperaturnye zavisimosti teplofizicheskikh svoystv nekotorykh metallov* [Temperature dependences of thermal properties of some metals]. Minsk: Nauka i tekhnika.
7. Volodchenkov S.I., Selyunina N.V., Sinyaev S.V. (2015) Sravnitel'nyy analiz rezul'tatov rascheta induksionnogo nagreva polykh tsilindricheskikh provodnikov v elektrotekhnicheskoy i magnitodiffuzionnoy postanovkakh zadachi [Comparative analysis of computational results of induction heating of the hollow cylindrical conductors in electrotechnical and magnetodiffusive problem statements]. *Actual Problems of Modern Mechanics of Continua and Celestial Mechanics. Proc. of Tomsk State University*. Tomsk: TSU Publ. pp. 52–56.
8. Kalantarov P.L., Tseitlin L.A. (1986) *Raschet induktivnostey: Spravochnaya kniga* [Inductance calculation: Reference book]. Leningrad: Energoatomizdat.
9. Vishnyakova I.S., Sinyaev S.V. (2011) Analiticheskoe reshenie sopryazhennoy teplovoiy zadachi dlya topliva i fol'govogo provodnika s unipolyarnym impul'som toka [Analytical solution of a conjugate thermal problem for the propellant and foil conductor with unipolar current pulse]. *Fundamental and Applied Problems of Modern Mechanics: Conf. proceedings*. Tomsk: TSU Publ. pp. 453–454.
10. Carslaw H.S., Jaeger J.C. (1959) *Conduction of Heat in Solids*. Oxford: Clarendon Press.