

УДК 519.21

М.Н. Сиротина**ОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА СОСТОЯНИЙ МОДУЛИРОВАННОГО СИНХРОННОГО
ДВАЖДЫ СТОХАСТИЧЕСКОГО ПОТОКА СОБЫТИЙ В УСЛОВИЯХ
НЕПРОДЛЕВАЮЩЕГОСЯ МЕРТВОГО ВРЕМЕНИ**

Решена задача оптимальной оценки состояний модулированного синхронного дважды стохастического потока событий, являющегося одной из математических моделей информационных потоков событий, функционирующих в цифровых сетях интегрального обслуживания. Поток функционирует в условиях непродлевающегося мертвого времени. Находится явный вид апостериорных вероятностей состояний потока на интервалах наблюдаемости потока и на интервалах мертвого времени, когда события потока недоступны наблюдению. Решение о состоянии потока выносится по критерию максимума апостериорной вероятности. Приводятся численные результаты, полученные с использованием расчетных формул и имитационного моделирования.

Ключевые слова: синхронный модулированный поток событий; мертвое время; состояние потока; апостериорная вероятность состояния; оптимальная оценка состояния.

Настоящая статья является продолжением работ [1–4].

Математические модели теории массового обслуживания широко применяются при описании реальных физических, технических и других процессов и систем. В связи с бурным развитием компьютерной техники и информационных технологий появилась важная сфера приложений теории массового обслуживания – проектирование и создание информационно-вычислительных сетей, компьютерных сетей связи, спутниковых сетей, телекоммуникационных сетей, объединенных термином «цифровые сети интегрального обслуживания» (ЦСИО) [5].

На практике параметры, определяющие входной поток событий, изменяются со временем, при этом изменения часто носят случайный характер, последнее приводит к рассмотрению дважды стохастических потоков событий. По-видимому, одной из первых работ в этом направлении явилась статья [6], в которой дважды стохастический поток определяется как поток, интенсивность которого есть случайный процесс. Дважды стохастические потоки можно разделить на два класса: к первому классу относятся потоки, интенсивность которых есть непрерывный случайный процесс; ко второму классу относятся потоки, интенсивность которых есть кусочно-постоянный случайный процесс с конечным числом состояний. Подчеркнем, что потоки второго класса впервые введены в рассмотрение практически одновременно в 1979 г. в [7–9]. В [7, 8] эти потоки названы МС (Markov chain)-потоками, в [9] – MVP (Markov versatile processes)-потоками. Отечественные и зарубежные авторы с начала 1990-х гг. [10–15] называют введенные в [7–9] потоки событий либо дважды стохастическими потоками событий, либо МАР-потоками, либо МС-потоками. В свою очередь, в зависимости от того, каким образом происходит переход из состояния в состояние, МС-потоки можно разделить на три типа: 1) синхронные потоки событий [16, 17]; 2) асинхронные потоки событий [18, 19]; 3) полусинхронные потоки событий [20]. Здесь указаны ссылки на работы, в которых авторы впервые рассматривают МС-потоки событий в соответствии с приведенной классификацией. Наиболее обширная литература по рассматриваемым типам МС-потоков событий приведена в [21]. В [22] введены в рассмотрение МАР-потоки событий первого порядка (собственно МАР-потоки, введенные в [9]) и МАР-потоки событий второго порядка (суперпозиция двух синхронизированных МАР-потоков первого порядка, отличающихся друг от друга исходными параметрами). В [22] показывается, что синхронный МС-поток является частным случаем

МАР-потока первого порядка, асинхронный и полусинхронный МС-поток являются частными случаями МАР-потока второго порядка.

В реальных ситуациях параметры, задающие входящий поток событий, известны либо частично, либо вообще не известны, либо (что еще более ухудшает ситуацию) изменяются со временем. Вследствие этого возникают задачи: 1) оценки состояний потока (задача фильтрации интенсивности потока) по наблюдениям за моментами наступления событий [23]; 2) оценки параметров потока по наблюдениям за моментами наступления событий [24].

Одним из искажающих факторов при оценке состояний и параметров потока событий выступает мертвое время регистрирующих приборов [25], которое порождается зарегистрированным событием. Другие же события, наступившие в течение периода мертвого времени, недоступны наблюдению (теряются). Можно считать, что этот период продолжается некоторое фиксированное время (непродлевающееся мертвое время). В качестве примера приведем протокол CSMA/CD – протокол случайного множественного доступа с обнаружением конфликта, широко используемого в компьютерных сетях. В момент регистрации (обнаружения) конфликта на входе некоторого узла сети по сети рассылается сигнал «заглушки» («пробки»); в течение времени рассылки сигнала «заглушки» заявки, поступившие в данный узел сети, получают отказ в обслуживании и направляются в источник повторных вызовов. Здесь время, в течение которого узел сети закрыт для обслуживания заявок, поступающих в него после обнаружения конфликта, можно трактовать как мертвое время прибора, регистрирующего конфликт в узле сети.

В работах [1–4] введен в рассмотрение модулированный синхронный поток событий, являющийся обобщением синхронного потока и относящийся к классу МАР-потоков второго порядка. Синхронный поток событий систематически исследовался в работах [16, 17, 24, 26–30]. В настоящей статье решается задача об оптимальной оценке состояний модулированного синхронного потока, функционирующего в условиях непродлевающегося мертвого времени. Предлагается алгоритм оптимальной оценки состояний, когда решение о состоянии потока выносится по критерию максимума апостериорной вероятности, представляющей наиболее полную характеристику состояний потока, которую можно получить, располагая только выборкой наблюдений. Сам критерий минимизирует полную вероятность ошибки вынесения решения [31].

1. Постановка задачи

Рассматривается модулированный синхронный поток событий (далее поток), интенсивность которого есть кусочно-постоянный стационарный случайный процесс $\lambda(t)$ с двумя состояниями: λ_1, λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2$). Длительность пребывания процесса $\lambda(t)$ (потока) в i -м состоянии распределена по экспоненциальному закону с параметром $\alpha_i, i = 1, 2$. Если процесс $\lambda(t)$ в момент времени t находится в i -м состоянии, то на полуинтервале $[t, t + \Delta t)$, где Δt – достаточно малая величина, с вероятностью $\alpha_i \Delta t + o(\Delta t)$ пребывание процесса $\lambda(t)$ в i -м состоянии закончится, и процесс $\lambda(t)$ с вероятностью, равной единице, перейдет из i -го состояния в j -е ($i, j = 1, 2, i \neq j$). В течение временного интервала случайной длительности, когда $\lambda(t) = \lambda_i$, имеет место пуассоновский поток событий с интенсивностью $\lambda_i, i = 1, 2$. Кроме того, переход из первого состояния процесса $\lambda(t)$ во второе возможен в момент наступления события пуассоновского потока интенсивности λ_1 ; переход осуществляется с вероятностью p ($0 < p \leq 1$); с вероятностью $1-p$ процесс $\lambda(t)$ остается в первом состоянии. Переход из второго состояния процесса $\lambda(t)$ в первое возможен также в момент наступления события пуассоновского потока интенсивности λ_2 ; переход осуществляется с вероятностью q ($0 < q \leq 1$); с вероятностью $1-q$ процесс $\lambda(t)$ остается во втором состоянии. В сделанных предположениях $\lambda(t)$ – марковский процесс. После каждого зарегистрированного в момент t_k события наступает время фиксированной дли-

тельности T (далее мертвое время), в течение которого другие события потока недоступны наблюдению. Рассматривается непродлевающееся мертвое время, т.е. события, наступившие в течение интервала мертвого времени, не вызывают его продления. По окончании длительности периода мертвого времени первое наступившее событие вновь генерирует период мертвого времени длительности T и т.д. Вариант возникающей ситуации приведен на рис. 1, где λ_1, λ_2 – состояния процесса $\lambda(t)$, $t_1, t_2, \dots$ – моменты наступления наблюдаемых событий потока, штриховка – периоды мертвого времени длительности T , ось под номером 1 отображает исходный модулированный поток событий, под номером 2 – схему создания мертвого времени, под номером 3 – наблюдаемые события модулированного синхронного потока.

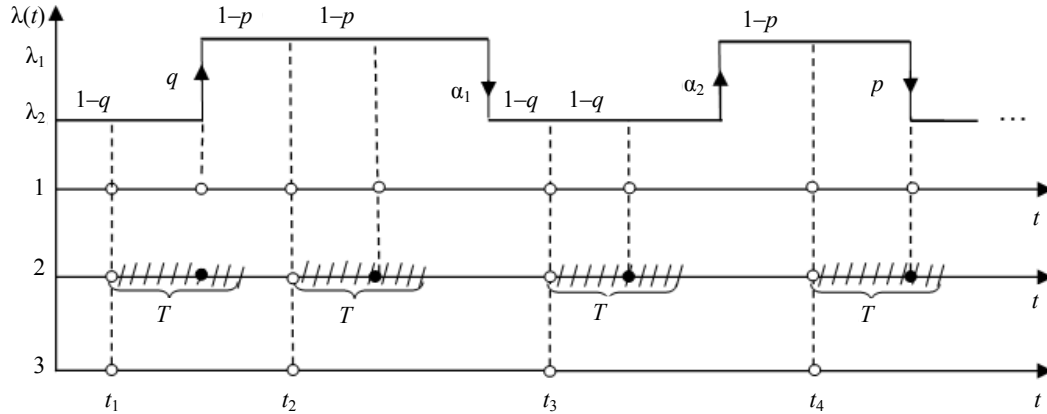


Рис. 1. Формирование наблюдаемого потока событий

Блочная матрица инфинитезимальных коэффициентов примет вид

$$D = \left\| \begin{array}{cc|cc} -(\lambda_1 + \alpha_1) & \alpha_1 & (1-p)\lambda_1 & p\lambda_1 \\ \alpha_2 & -(\lambda_2 + \alpha_2) & q\lambda_2 & (1-q)\lambda_2 \end{array} \right\| = \|D_0 | D_1\|.$$

Элементами матрицы D_1 являются интенсивности переходов процесса $\lambda(t)$ из состояния в состояние с наступлением события. Недиagonальные элементы матрицы D_0 – интенсивности переходов из состояния в состояние без наступления события. Диагональные элементы матрицы D_0 – интенсивности выхода процесса $\lambda(t)$ из своих состояний, взятые с противоположным знаком. Отметим, что если $\alpha_i = 0$, $i = 1, 2$, то имеет место обычный синхронный поток событий [24].

Подчеркнем, что в постановке задачи принимается первичность наступления события, затем – переход процесса $\lambda(t)$ из состояния в состояние. Данное обстоятельство при получении аналитических результатов является несущественным, так как наступление события и переход процесса $\lambda(t)$ из состояния в состояние происходят мгновенно. При получении же численных результатов путем имитационного моделирования необходима определенность, что первично – наступление события, затем смена состояния либо наоборот.

Так как процесс $\lambda(t)$ и типы событий (события пуассоновских потоков с интенсивностями λ_1 либо λ_2) принципиально ненаблюдаемые, а наблюдаемыми являются только временные моменты наступления наблюдаемых событий на временной оси $t_1, t_2, \dots$, то необходимо по этим наблюдениям оценить состояние процесса $\lambda(t)$ (потока) в момент окончания наблюдений.

Рассматривается стационарный режим функционирования потока событий, поэтому переходными процессами на интервале наблюдения (t_0, t) , где t_0 – начало наблюдений, t – окончание наблюдений (момент вынесения решения), пренебрегаем. Тогда без потери общности можно положить $t_0 = 0$.

Для вынесения решения о состоянии процесса $\lambda(t)$ в момент времени t необходимо определить апостериорные вероятности $w(\lambda_i | t) = w(\lambda_i | t_1, \dots, t_m, t)$, $i = 1, 2$, того, что в момент времени t значение процесса $\lambda(t) = \lambda_i$ (m – количество наблюдаемых событий за время t), при этом $w(\lambda_1 | t) + w(\lambda_2 | t) = 1$, тогда, если $w(\lambda_j | t) \geq w(\lambda_i | t)$, $i, j = 1, 2, i \neq j$, то оценка состояния процесса есть $\hat{\lambda}(t) = \lambda_j$.

2. Алгоритм оптимальной оценки состояний модулированного синхронного потока в условиях непродлевающегося мертвого времени

Момент вынесения решения t будет принадлежать интервалу (t_k, t_{k+1}) , $k = 1, 2, \dots$, между соседними событиями наблюдаемого потока. Для начального интервала (t_0, t_1) момент t будет лежать между началом наблюдения t_0 и моментом t_1 . Рассмотрим интервал (t_k, t_{k+1}) , значение длительности которого есть $\tau_k = t_{k+1} - t_k$ ($k = 0, 1, \dots$). Так как поток функционирует в условиях непродлевающегося мертвого времени фиксированной длительности T , то данный интервал будет разбит на два смежных: первый полуинтервал $(t_k, t_k + T]$, второй интервал $(t_k + T, t_{k+1})$, условия вычисления апостериорной вероятности на которых принципиально разные.

В статье [4] сформулирован алгоритм расчета апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$ для случая отсутствия мертвого времени ($T = 0$). При этом поведение $w(\lambda_1 | t)$ на интервале (t_k, t_{k+1}) , $k = 1, 2, \dots$, между соседними событиями модулированного синхронного потока, а также на интервале (t_0, t_1) между началом наблюдений и первым событием потока определяется выражением

$$w(\lambda_1 | t) = \frac{w_1 [w(\lambda_1 | t_k + 0) - w_2] - w_2 [(w(\lambda_1 | t_k + 0) - w_1) e^{(w_1 - w_2)(\lambda_1 - \lambda_2)(t - t_k)}]}{w(\lambda_1 | t_k + 0) - w_2 - [w(\lambda_1 | t_k + 0) - w_1] e^{(w_1 - w_2)(\lambda_1 - \lambda_2)(t - t_k)}}, \quad (1)$$

где $t_k \leq t < t_{k+1}$ ($k = 0, 1, \dots$); $w_{1,2} = \left[\alpha_1 + \alpha_2 + \lambda_1 - \lambda_2 \mp \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2 + \alpha_1 - \alpha_2)^2 + 4\alpha_1\alpha_2} \right] / 2(\lambda_1 - \lambda_2)$; $w(\lambda_1 | t_0 + 0)$, $w(\lambda_1 | t_k + 0)$ ($k = 1, 2, \dots$), определены ниже.

В момент наступления события модулированного синхронного потока t_k , $k = 1, 2, \dots$, апостериорная вероятность претерпевает разрыв (имеет место скачок), поэтому $w(\lambda_1 | t)$ определяется формулой пересчета

$$w(\lambda_1 | t_k + 0) = \frac{q\lambda_2 + [(1-p)\lambda_1 - q\lambda_2]w(\lambda_1 | t_k - 0)}{\lambda_2 + (\lambda_1 - \lambda_2)w(\lambda_1 | t_k - 0)}, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

где $w(\lambda_1 | t_k - 0)$ вычисляется по формуле (1) в момент $t = t_k$, когда t изменяется в полуинтервале $[t_{k-1}, t_k)$, соседнем с полуинтервалом $[t_k, t_{k+1})$. В качестве начального условия $w(\lambda_1 | t_0 + 0) = w(\lambda_1 | t_0 = 0)$ в (1) выбирается априорная финальная вероятность первого состояния процесса $\lambda(t)$ [1]:

$$\pi_1 = (\alpha_2 + q\lambda_2) / (\alpha_1 + \alpha_2 + p\lambda_1 + q\lambda_2), \quad (3)$$

которая находится из уравнений $\pi_1 + \pi_2 = 1$, $\pi_1(\alpha_1 + p\lambda_1) = \pi_2(\alpha_2 + q\lambda_2)$.

Таким образом, вычисление апостериорных вероятностей $w(\lambda_1 | t)$ по формуле (1) в условиях, когда длительность мертвого времени $T \neq 0$, справедливо на интервале $(t_k + T, t_{k+1})$. При этом начальное условие для $w(\lambda_1 | t)$ привязывается к моменту окончания длительности мертвого времени

$t_k + T$, т.е. в формуле (1), во-первых, $w(\lambda_1 | t_k + 0)$ заменяется на $w(\lambda_1 | t_k + T)$, во-вторых, $t_k + T \leq t < t_{k+1}$ ($k = 1, 2, \dots$). Формула пересчета (2) при этом остается без изменений, так как она предназначена для вычисления апостериорных вероятностей в момент наступления наблюдаемого события потока t_k . Отметим, что для потока, функционирующего в условиях мертвого времени, наблюдаемыми событиями являются события, не попавшие в интервалы мертвого времени (события, инициирующие его наступление), для потока же, функционирующего в условиях отсутствия мертвого времени, все события являются наблюдаемыми.

Рассмотрим полуинтервал $(t_k, t_k + T]$, $k = 1, 2, \dots$. Так как на этом полуинтервале длительности T событие наблюдаемого потока имеет место в граничной точке t_k , а на самом отрезке события отсутствуют, то необходимо определить поведение апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$ на полуинтервале $(t_k, t_k + T]$.

В момент времени t_k , когда наступают наблюдаемое событие потока и период мертвого времени длительности T , события потока перестают наблюдаться. Эта ситуация аналогична той, когда в начальный момент времени $t_0 = 0$ событие потока также не наблюдается, имеются лишь априорные данные о потоке, поэтому вывод дифференциального уравнения для нахождения вероятности $w(\lambda_1 | t)$ на временном полуинтервале $(t_k, t_k + T]$ аналогичен выводу дифференциального уравнения для априорной вероятности π_1 [1]. Найдем дифференциальные уравнения относительно неизвестных $w(\lambda_1 | t)$ и $w(\lambda_2 | t)$.

Определим апостериорную вероятность $w(\lambda_1 | t + \Delta t)$ того, что в момент времени $t + \Delta t$ ($t_k < t + \Delta t < t_k + T$), где Δt – достаточно малая величина, процесс $\lambda(t)$ находится в первом состоянии, и на полуинтервале $[t, t + \Delta t)$ процесс $\lambda(t)$ не перейдет во второе состояние. Вероятность такого события есть $w(\lambda_1 | t)(1 - \alpha_1 \Delta t - p\lambda_1 \Delta t) + o(\Delta t)$. Пусть в момент времени t процесс $\lambda(t)$ находится во втором состоянии и на полуинтервале $[t, t + \Delta t)$ процесс $\lambda(t)$ перейдет в первое состояние. Вероятность такого события есть $w(\lambda_2 | t)(q\lambda_2 \Delta t + \alpha_2 \Delta t) + o(\Delta t)$. Другие возможности имеют вероятность $o(\Delta t)$. Тогда

$$w(\lambda_1 | t + \Delta t) = w(\lambda_1 | t)(1 - \alpha_1 \Delta t - p\lambda_1 \Delta t) + w(\lambda_2 | t)(q\lambda_2 \Delta t + \alpha_2 \Delta t) + o(\Delta t). \quad (4)$$

Аналогично находится $w(\lambda_2 | t + \Delta t)$:

$$w(\lambda_2 | t + \Delta t) = w(\lambda_2 | t)(1 - \alpha_2 \Delta t - q\lambda_2 \Delta t) + w(\lambda_1 | t)(p\lambda_1 \Delta t + \alpha_1 \Delta t) + o(\Delta t). \quad (5)$$

Производя в (4), (5) необходимые преобразования и перейдя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, получаем систему дифференциальных уравнений для апостериорных вероятностей $w(\lambda_1 | t)$ и $w(\lambda_2 | t)$

$$\begin{aligned} \frac{dw(\lambda_1 | t)}{dt} &= -(\alpha_1 + p\lambda_1)w(\lambda_1 | t) + (\alpha_2 + q\lambda_2)w(\lambda_2 | t), \\ \frac{dw(\lambda_2 | t)}{dt} &= -(\alpha_2 + q\lambda_2)w(\lambda_2 | t) + (\alpha_1 + p\lambda_1)w(\lambda_1 | t) \end{aligned} \quad (6)$$

с граничными условиями $w(\lambda_1 | t = t_k) = w(\lambda_1 | t_k + 0)$, $w(\lambda_2 | t = t_k) = w(\lambda_2 | t_k + 0)$, $k = 1, 2, \dots$. Последнее вытекает из того, что на полуинтервале $(t_{k-1} + T, t_k]$, $k = 2, 3, \dots$, смежном с полуинтервалом $(t_k, t_k + T]$, апостериорная вероятность рассчитывается по формуле (1), где вместо $w(\lambda_1 | t_k + 0)$ стоит $w(\lambda_1 | t_k + T)$; в точке $t = t_k$ происходит пересчет апостериорной вероятности по формуле (2), так что ее значение в этой точке есть $w(\lambda_1 | t_k + 0)$. Для граничного полуинтервала $[t_0, t_1)$ расчет апостериор-

ной вероятности $w(\lambda_1 | t)$ производится по формуле (1) с ее последующим пересчетом по формуле (2) в точке $t = t_1$. Решая систему (6), находим

$$w(\lambda_1 | t) = \pi_1 + (w(\lambda_1 | t_k + 0) - \pi_1)e^{-(\alpha_1 + \alpha_2 + p\lambda_1 + q\lambda_2)(t - t_k)}, \quad (7)$$

где $t_k \leq t \leq t_k + T$ ($k = 1, 2, \dots$); вероятность π_1 определена в (3). Тогда из (7) следует, что

$$w(\lambda_1 | t_k + T) = \pi_1 + (w(\lambda_1 | t_k + 0) - \pi_1)e^{-(\alpha_1 + \alpha_2 + p\lambda_1 + q\lambda_2)T} \quad (k = 1, 2, \dots). \quad (8)$$

Полученные формулы позволяют сформулировать алгоритм расчета вероятности $w(\lambda_1 | t)$ и алгоритм принятия решения о состоянии процесса $\lambda(t)$ в любой момент времени t (алгоритм оптимальной оценки состояния модулированного синхронного потока в условиях непродлевающегося мертвого времени):

- 1) в момент времени $t_0 = 0$ по формуле (3) задается $w(\lambda_1 | t_0 + 0) = w(\lambda_1 | t_0 = 0) = \pi_1$;
- 2) по формуле (1) для $k = 0$ вычисляется вероятность $w(\lambda_1 | t)$ в любой момент времени t ($0 < t < t_1$), где t_1 – момент наступления первого события потока;
- 3) по формуле (1) для $k = 0$ рассчитывается вероятность $w(\lambda_1 | t_1) = w(\lambda_1 | t_1 - 0)$;
- 4) k увеличивается на единицу, и по формуле (2) для $k = 1$ вычисляется значение $w(\lambda_1 | t_1 + 0)$;
- 5) по формуле (7) для $k = 1$ рассчитывается вероятность $w(\lambda_1 | t)$ в любой момент времени t ($t_1 < t < t_1 + T$);
- 6) по формуле (8) для $k = 1$ вычисляется вероятность $w(\lambda_1 | t)$ в момент времени $t = t_1 + T$, т.е. $w(\lambda_1 | t_1 + T)$; при этом $w(\lambda_1 | t_1 + T)$ является начальным условием для $w(\lambda_1 | t)$ на следующем шаге алгоритма;
- 7) для $k = 1$ по формуле

$$w(\lambda_1 | t) = \frac{w_1 [w(\lambda_1 | t_k + T) - w_2] - w_2 [(w(\lambda_1 | t_k + T) - w_1) e^{(w_1 - w_2)(\lambda_1 - \lambda_2)(t - t_k)}]}{w(\lambda_1 | t_k + T) - w_2 - [(w(\lambda_1 | t_k + T) - w_1) e^{(w_1 - w_2)(\lambda_1 - \lambda_2)(t - t_k)}} \quad (9)$$

($t_k + T \leq t < t_{k+1}$ ($k = 1, 2, \dots$); w_1, w_2 определены в (1)) рассчитывается вероятность $w(\lambda_1 | t)$ в любой момент времени t ($t_1 + T < t < t_2$ ($k = 1, 2, \dots$), где t_2 – момент наблюдения второго события наблюдаемого потока;

- 8) по формуле (9) для $k = 1$ рассчитывается вероятность $w(\lambda_1 | t)$ в момент $t = t_2$: $w(\lambda_1 | t_2) = w(\lambda_1 | t_2 - 0)$;

9) алгоритм переходит на шаг 4, после чего шаги 4–9 повторяются для $k = 2$ и т.д.

По ходу вычисления $w(\lambda_1 | t)$ в любой момент времени t выносится решение о состоянии процесса $\lambda(t)$: если $w(\lambda_1 | t) \geq 0,5$, то оценка $\hat{\lambda}(t) = \lambda_1$, в противном случае $\hat{\lambda}(t) = \lambda_2$.

3. Результаты статистического эксперимента

Для получения численных результатов разработан алгоритм вычисления апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$ по формулам (1)–(3), (7)–(9). Программа расчета реализована на языке программирования Visual C++, Microsoft Visual Studio 2008. Первый этап расчета предполагает имитационное моделирование модулированного синхронного потока. Описание алгоритма моделирования здесь не приводится, так как никаких принципиальных трудностей он не содержит. Второй этап расчета – вычисление вероятностей $w(\lambda_1 | t)$, $t_0 \leq t < t_1$; $w(\lambda_1 | t_k + 0)$; $w(\lambda_1 | t)$, $t_k < t \leq t_k + T$; $w(\lambda_1 | t)$, $t_k + T < t \leq t_{k+1}$, $k = 1, 2, \dots$, и построение оценки $\hat{\lambda}(t)$.

Пример поведения процесса $\lambda(t)$ и его оценки $\hat{\lambda}(t)$ изображен на рис. 2. Данные результаты получены для следующих значений параметров: $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = 0,3$, $p = 0,6$, $q = 0,4$, $\alpha_1 = 4$, $\alpha_2 = 0,4$, $T = 1$, время моделирования $T_m = 100$ ед. времени. В верхней части рисунка изображено истинное поведение процесса $\lambda(t)$, полученное путем имитационного моделирования, где λ_1 и λ_2 – состояния процесса $\lambda(t)$. В нижней части изображено поведение оценки $\hat{\lambda}(t)$ процесса $\lambda(t)$.

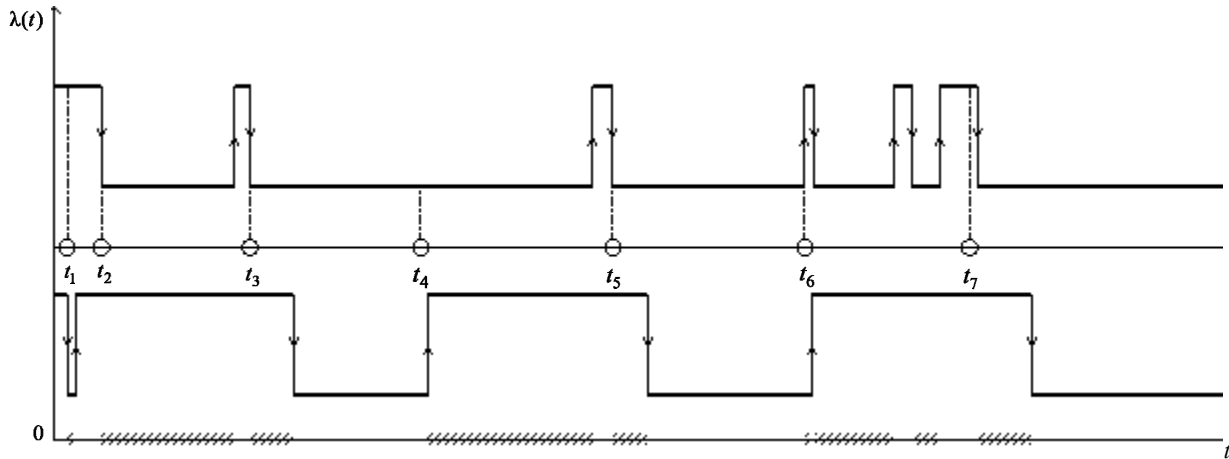


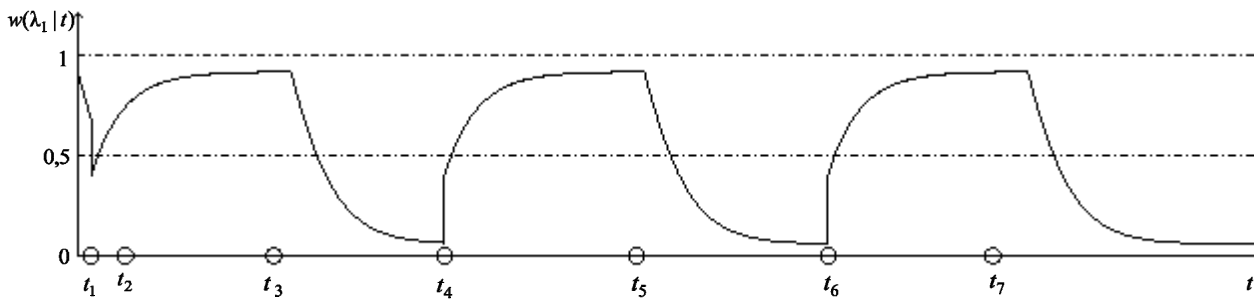
Рис. 2. Траектория поведения процесса $\lambda(t)$ и его оценки $\hat{\lambda}(t)$

Вынесение решения о состоянии процесса $\lambda(t)$ производилось с шагом $\Delta t = 0,01$. На рис. 2 штриховкой на оси времени обозначены промежутки, на которых оценка состояния не совпадает с истинным значением процесса $\lambda(t)$ (область ошибочных решений). На рис. 3 приведена траектория поведения апостериорной $w(\lambda_1 | t)$, соответствующая полученной при имитационном моделировании последовательности событий $t_1, t_2, \dots$ наблюдаемого потока.

Для установления частоты ошибочных решений о состоянии процесса $\lambda(t)$ по наблюдениям за потоком проведен статистический эксперимент, состоящий из следующих этапов: 1) для определенного набора параметров λ_1 , λ_2 , p , q , α_1 , α_2 , T , T_m ед. времени осуществляется моделирование потока событий на заданном отрезке времени $[0, T_m]$ (отдельный j -й эксперимент); 2) рассчитывается вероятность $w(\lambda_1 | t)$ на отрезке $[0, T_m]$ по формулам (1)–(3), (7)–(9); 3) оценивается траектория процесса $\lambda(t)$ на отрезке $[0, T_m]$; 4) осуществляется определение (для j -го эксперимента) d_j – суммарной протяженности интервалов, на которых значение процесса $\lambda(t)$ не совпадает с его оценкой $\hat{\lambda}(t)$; 5) вычисляется доля ошибочных решений $\hat{p}_j = d_j / T_m$; 6) производится повторение N раз ($j = \overline{1, N}$) шагов 1–5 для расчета оценки безусловной (полной) вероятности принятия решения о состояниях процесса $\lambda(t)$ на отрезке $[0, T_m]$.

Результатом выполнения описанного алгоритма является выборка $(\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_N)$ долей ошибочных решений в N экспериментах. По этому набору вычисляются выборочное среднее безусловной вероятности принятия ошибочного решения $\hat{P} = (1/N) \sum_{j=1}^N \hat{p}_j$ и выборочная дисперсия

$$\hat{D} = (1/(N-1)) \sum_{j=1}^N (\hat{p}_j - \hat{P})^2.$$

Рис. 3. Траектория поведения апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$

Результаты статистического эксперимента для $T_m = 100$ ед. времени и $N = 100$ приведены в табл. 1–4. В первой строке таблиц указаны значения изменяющегося параметра (длительности мертвого времени T) при остальных фиксированных. Во второй и третьей строках таблиц для каждого значения изменяющегося параметра приведены численные значения $\hat{P}$ и $\hat{D}$.

Т а б л и ц а 1

Результаты эксперимента при $\lambda_1 = 10$, $\lambda_2 = 0,5$, $p = 0,6$, $q = 0,6$, $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 0,2$

T	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\hat{P}$	0,0865	0,1283	0,1892	0,2431	0,2805	0,3172	0,3489	0,375	0,4005	0,428	0,4481
$\hat{D}$	0,0001	0,0002	0,0004	0,0008	0,0008	0,001	0,0016	0,0016	0,0014	0,0019	0,0019

Т а б л и ц а 2

Результаты эксперимента при $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = 0,3$, $p = 0,6$, $q = 0,4$, $\alpha_1 = 4$, $\alpha_2 = 0,4$

T	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\hat{P}$	0,1183	0,1272	0,1541	0,1905	0,2218	0,2476	0,2691	0,2939	0,3064	0,3349	0,3509
$\hat{D}$	0,0002	0,0003	0,0005	0,0005	0,0006	0,0007	0,001	0,0011	0,0013	0,0014	0,0018

Т а б л и ц а 3

Результаты эксперимента при $\lambda_1 = 5$, $\lambda_2 = 0,5$, $p = 0,4$, $q = 0,6$, $\alpha_1 = 7$, $\alpha_2 = 0,8$

T	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\hat{P}$	0,1560	0,1743	0,2187	0,2648	0,3034	0,3296	0,3627	0,3926	0,4190	0,4385	0,4579
$\hat{D}$	0,0003	0,0002	0,0004	0,0005	0,0006	0,0010	0,0009	0,0011	0,0011	0,0012	0,0010

Т а б л и ц а 4

Результаты эксперимента при $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 0,6$, $p = 0,3$, $q = 0,4$, $\alpha_1 = 5$, $\alpha_2 = 1$

T	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\hat{P}$	0,2869	0,3025	0,3062	0,3422	0,3618	0,3915	0,4171	0,4306	0,4562	0,4694	0,4854
$\hat{D}$	0,0005	0,0006	0,0007	0,0007	0,0009	0,0010	0,0008	0,0012	0,0010	0,0011	0,0012

Анализ результатов, приведенных в таблицах, говорит о том, что имеется тенденция роста оценки $\hat{P}$ при увеличении длительности мертвого времени T , что вполне естественно, так как чем больше мертвое время, тем больше теряется информации о потоке. С ростом T темп ухудшения оценки падает, поскольку увеличение потерь информации становится относительно малым по сравнению

с уже имеющимися потерями. Многочисленные эксперименты, проведенные для тех же параметров, что и эксперименты, представленные в табл. 1–4, показывают, что при изменении T в диапазоне от 18 до 20 ед. времени значения $\hat{P}$ и $\hat{D}$ стабилизируются, т.е. потери информации о потоке столь велики, что дальнейшее увеличение мертвого времени не оказывает существенного влияния на качество оценок.

При фиксированном значении T с увеличением $\lambda_1 - \lambda_2$ качество оценки состояния улучшается, так как чем сильнее интенсивности λ_1 и λ_2 отличаются друг от друга, тем сильнее различается поведение потока в первом и втором состояниях.

В целом анализ результатов экспериментов показывает, что предложенный в статье алгоритм обеспечивает приемлемую величину оценки полной вероятности принятия ошибочного решения, выборочная дисперсия оценки при этом достаточно мала.

Заключение

Полученные результаты показывают возможность оценивания состояний модулированного синхронного дважды стохастического потока событий, функционирующего в условиях непродлевающего мертвого времени, по результатам наблюдений (в течение некоторого временного интервала) за потоком. Последнее позволяет системе массового обслуживания оперативно адаптироваться (варьировать дисциплину обслуживания, режимы обслуживания и свою структуру) к изменяющимся состояниям потока.

Выражения (2), (8), (9) для оценки состояний модулированного синхронного дважды стохастического потока событий получены в явном виде, что позволяет производить вычисления без привлечения численных методов. Сам же алгоритм оценки состояний потока обеспечивает минимум полной вероятности ошибки вынесения решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голофастова М.Н. Модулированный синхронный дважды стохастический поток событий // Материалы 50-й юбилейной Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс»: Математика. Новосибирск : Изд-во НГУ, 2012. С. 192.
2. Голофастова М.Н., Нежелская Л.А. Апостериорные вероятности состояний модулированного синхронного потока событий // Материалы девятой Российской конференции с международным участием «Новые информационные технологии в исследовании сложных структур». Томск : Изд-во НТЛ, 2012. С. 83.
3. Голофастова М.Н. Апостериорные вероятности состояний модулированного синхронного потока событий // Материалы 51-й Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс»: Математика. Новосибирск : Изд-во НГУ, 2013. С. 249.
4. Горцев А.М., Голофастова М.Н. Оптимальная оценка состояний модулированного синхронного дважды стохастического потока событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2013. № 2(23). С. 42–53.
5. Дудин А.Н., Клименок В.Н. Системы массового обслуживания с коррелированными потоками. Минск : Изд-во БГУ, 2000. 175 с.
6. Kingman J.F.C. On doubly stochastic Poisson process // Proceedings Cambridge Philosophical Society. 1964. V. 60, No. 4. P. 923–930.
7. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1979. № 6. С. 92–99.
8. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1980. № 1. С. 55–61.
9. Neuts M.F. A versatile Markov point process // Journal of Applied Probability. 1979. V. 16. P. 764–779.
10. Lucantoni D.M. New results on the single server queue with a batch markovian arrival process // Communication in Statistics Stochastic Models. 1991. V. 7. P. 1–46.
11. Lucantoni D.M., Neuts M.F. Some steady-state distributions for the MAP/SM/1 queue // Communication in Statistics Stochastic Models. 1994. V. 10. P. 575–598.
12. Card H.C. Doubly stochastic Poisson processes in artificial neural learning // Neural Networks, IEEE Transactions. 1998. V. 9, is. 1. P. 229–231.

13. Yang Y.W., Woo Shin. BMAP/G/1 queue with correlated arrivals of customers and disasters // Operation Research Letters. 2004. V. 32, is. 4. P. 364–373.
14. Artalejo Jesus R., Chakravarthy Srinivas R. Computational analysis of the maximal queue length in the MAP/M/c retrieval queue // Applied Mathematics and Computation. 2006. V. 183, is. 2. P. 1399–1409.
15. Best J. Doubly Stochastic Processes: an Approach for Understanding Central Nervous System Activity // Selected Topics on Applied Mathematics, Circuits, Systems and Signals. WSEAS Press, 2009. P. 155–158.
16. Нежелская Л.А. Нелинейная оптимальная фильтрация дважды стохастического потока с инициативными событиями // Тезисы докладов научно-технической конференции «Микросистема-91». Суздаль. М. : Всесоюзное общество информатики и вычислительной техники, 1991. С. 26–28.
17. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценка параметров синхронного МС-потока событий // Сети связи с сети ЭВМ : тез. докл. Восьмой Белорусской зимней школы-семинара по теории массового обслуживания. Минск : Изд-во БГУ, 1992. С. 33.
18. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оптимизация параметров адаптера при наблюдении за МС-потокм // Стохастические и детерминированные модели сложных систем. Новосибирск : Изд-во ВЦ СО АН СССР, 1988. С. 20–32.
19. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оптимальная нелинейная фильтрация марковского потока событий с переключениями // Техника средств связи. Сер. Системы связи. 1989. Вып. 7. С. 46–54.
20. Нежелская Л.А. Алгоритм оценивания состояний полусинхронного потока событий с учетом мертвого времени // Массовое обслуживание: потоки, системы, сети: материалы четырнадцатой Белорусской зимней школы-семинара по теории массового обслуживания. Минск : Изд-во БГУ, 1998. С. 18–21.
21. Горцев А.М., Калягин А.А., Нежелская Л.А. Оптимальная оценка состояний обобщенного полусинхронного потока событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 2(11). С. 66–81.
22. Горцев А.М., Нежелская Л.А. О связи МС-потокм и MAP-потокм событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2011. № 1(14). С. 13–21.
23. Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A., Solov'ev A.A. Optimal State Estimation in MAP Event Flows with Unextendable Dead Time // Automation and Remote Control. 2012. V. 73, No. 8. P. 1316–1326.
24. Bushlanov I.V., Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A. Estimating parameters of the synchronous twofold-stochastic flow of events // Automation and Remote Control. 2008. V. 69, No. 9. P. 1517–1533.
25. Апанасович В.В., Коляда А.А., Чернявский А.Ф. Статистический анализ случайных потокм в физическом эксперименте. Минск : Университетское, 1988. 254 с.
26. Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A. Estimate of parameters of synchronously alternating Poisson stream of events by the moment method // Telecommunications and Radio Engineering (English translation of Elektrosvyaz and Radiotekhnika). 1996. V. 50, No. 1. P. 56–63.
27. Нежелская Л.А. Оптимальная оценка состояний синхронного МС-потока событий // Избранные доклады Международной конференции «Всесибирские чтения по математике и механике». Томск : Изд-во ТГУ, 1997. Т. 1. С. 97–102.
28. Bushlanov I.V., Gortsev A.M. Optimal estimation of the states of a synchronous double stochastic flow of events // Automation and Remote Control. 2004. V. 65, No. 9. P. 1389–1399.
29. Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A. Estimation of the dead time period and intensities of the synchronous double stochastic event flow // Radiotekhnika. 2004. No.10. P. 8–16.
30. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Синхронный дважды стохастический поток событий при продлеваемом мертвом времени // Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и приложения : материалы Междунар. конф. Минск : Изд-во БГУ, 2005. С. 60–69.
31. Хазен Э.М. Методы оптимальных статистических решений и задачи оптимального управления. М. : Сов. радио, 1968. 256 с.

Сиротина Мария Николаевна

Томский государственный университет

E-mail: mashuliagol@mail.ru

Поступила в редакцию 10 сентября 2013 г.

Sirotna Maria N. (Tomsk State University, Russian Federation).

The optimal state estimator of modulated synchronous twice stochastic flow of events in the conditions of fixed dead time.

Keywords: modulated synchronous flow; state of flow; dead time; posterior state probability; optimal state estimation.

In the paper the modulated synchronous twice stochastic flow of events, which rate is piecewise constant random process $\lambda(t)$ with two states λ_1, λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2$), is considered. The time, while the process $\lambda(t)$ is in the i -th state, has been distributed by the exponential density function with parameters $\alpha_i, i = 1, 2$. During the random time interval when $\lambda(t) = \lambda_i$ there is the Poisson flow with rates $\lambda_i, i = 1, 2$. The state transition of process $\lambda(t)$ can occur in the moment of the Poisson flow event arrival, and the passing from the first to the second state is realized with a probability p , the passing from the second to the first state is realized with a probability q .

The flow functions in the conditions of dead time, which is one of the falsifying factors at the state and parameter estimation of such flow. After each registered event there is a time of fixed duration T (dead time), during that another flow events are inaccessible

for observation. We consider the nonextendable dead time, that is all the events, happened during dead time interval without its prolongation. When a dead time period is over, the first happened event creates the dead time period of duration T again and etc. Note that for the flow functioning in dead time conditions, events are observable if they did not get into the dead time interval (the events which cause its approach). For the flow, which functions in dead time absence, all the events are observable.

At the moment of observation ending t , it is necessary to estimate a process state $\lambda(t)$ by the moments $t_1, t_2, \dots$ of observable events occurrence (which did not arise in dead time periods), as only this events are observable, and the process $\lambda(t)$ and the types of events (the Poisson flow events of intensities λ_1 and λ_2) are nonobservable in principle. We study the stationary flow of events, so one can consider as negligible all the transient processes on the interval (t_0, t) . In moment t for both the intervals of observability and the intervals of dead time, a decision on the state of process $\lambda(t)$ is taken on the base of the found posterior probabilities $w(\lambda_i | t) = w(\lambda_i | t_1, \dots, t_m, t)$, $i = 1, 2$ that is the value of process $\lambda(t) = \lambda_i$, $i = 1, 2$ (m is the number of the observable events during time t), besides $w(\lambda_1 | t) + w(\lambda_2 | t) = 1$.

We construct the optimal state estimation algorithm of the modulated synchronous flow in the conditions of dead time using the criterion of posterior probability maximum, which provides the minimum of erroneous decision probability. On the base of this algorithm we design: the programs of simulation for the model of the modulated synchronous flow, the constructing plan of dead time, the calculation algorithm of posterior probability $w(\lambda_1 | t)$, and the estimator of $\hat{\lambda}(t)$.

The statistical experiment is produced, which result is the estimate of the total probability of erroneous decision $\hat{P}$, and the estimate of variance of erroneous decision $\hat{D}$ by the fixed value of flow parameters $\lambda_1, \lambda_2, p, q, \alpha_1, \alpha_2$ and the changing value of dead time T .

REFERENCES

1. Golofastova M.N. Modulirovannyi sinkhronnyy dvazhdy stokhasticheskiy potok sobyitiy. *Materialy 50-y yubileynoy Mezhdunarodnoy nauchnoy studencheskoy konferentsii «Student i nauchno-tekhnicheskiy progress»*: Matematika. Novosibirsk : Izd-vo NGU, 2012. S3. 192. [Golofastova M.N. Modulated synchronous twice stochastic flow of events. *Materials of 50s Jubilee international scientific student conference «Student and scientific and technological progress»*: Mathematics. Novosibirsk: Publishing company NSU. P. 192. (2012).]
2. Golofastova M.N., Nezhel'skaya L.A. Aposteriori veroyatnosti sostoyaniy modulirovannogo sinkhronnogo potoka sobyitiy. *Materialy devyatoy Rossiyskoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem «Novye informatsionnye tekhnologii v issledovanii slozhnykh struktur»*. Tomsk : Izd-vo NTL, 2012. P. 83. [Golofastova M.N., Nezhel'skaya L.A. Posterior state probabilities of modulated synchronous flow of events. *Materials of 9s Russian conference with international participation «Modern informational technologies in research of complex structure»*. Tomsk: NTL. P. 83. (2012).]
3. Golofastova M.N. Aposteriori veroyatnosti sostoyaniy modulirovannogo sinkhronnogo potoka sobyitiy. *Materialy 51-y Mezhdunarodnoy nauchnoy studencheskoy konferentsii «Student i nauchno-tekhnicheskiy progress»*: Matematika. Novosibirsk : Izd-vo NGU, 2013. P. 249. [Golofastova M.N. Posterior probabilities of modulated synchronous flow of events and results of statistical experiment. *Materials of 51st international scientific student conference «Student and scientific and technological progress»*. Mathematics. Novosibirsk: NSU. P. 249. (2013).]
4. Gortsev A.M., Golofastova M.N. Optimal'naya otsenka sostoyaniy modulirovannogo sinkhronnogo dvazhdy stokhasticheskogo potoka sobyitiy. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika*. 2013. No. 2(23). P. 42-53. [Gortsev A.M., Golofastova M.N. Optimal state estimation of modulated synchronous twice stochastic flow of events. *Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. No. 2(23). P. 42-53. (2013).]
5. Dudin A.N., Klimenok V.N. Sistemy massovogo obsluzhivaniya s korrelirovannymi potokami. Minsk : Izd-vo BGU, 2000. 175 p. [Dudin A.N., Klimenok V.N. Queue systems with correlated flow. Minsk: BSU, 2000. P. 175. (in Russian).]
6. Kingman J.F.C. On doubly stochastic Poisson process. *Proceedings Cambridge Philosophical Society*. V. 60. No. 4. P. 923-930. (1964).
7. Basharin G.P., Kokotushkin V.A., Naumov V.A. O metode ekvivalentnykh zamen rascheta fragmentov setey svyazi. *Izv. AN SSSR. Tekhn. kibernetika*. 1979. No. 6. P. 92-99. [Basharin G.P., Kokotushkin V.A., Naumov V.A. About the method of renewals of subnetwork computation. *Publishing company. AN USSR. Techn. Kibernetics*. No. 6. P. 92-99. (1979).]
8. Basharin G.P., Kokotushkin V.A., Naumov V.A. O metode ekvivalentnykh zamen rascheta fragmentov setey svyazi. *Izv. AN SSSR. Tekhn. kibernetika*. 1980. No. 1. P. 55-61. [Basharin G.P., Kokotushkin V.A., Naumov V.A. About the method of renewals of subnetwork computation. *Publishing company. AN USSR. Techn. Kibernetics*. No. 1. P. 55-61. (1980).]
9. Neuts M.F. A versatile Markov point process. *Journal of Applied Probability*. V. 16. P. 764-779. (1979).
10. Lucantoni D.M. New results on the single server queue with a batch markovian arrival process. *Communication in Statistics Stochastic Models*. V. 7. P. 1-46. (1991).
11. Lucantoni D.M., Neuts M.F. Some steady-state distributions for the MAP/SM/1 queue. *Communication in Statistics Stochastic Models*. V. 10. P. 575-598. (1994).
12. Card H.C. Doubly stochastic Poisson processes in artificial neural learning. *Neural Networks, IEEE Transactions*. V. 9. Issue 1. P. 229-231. (1998).

13. Yang Y.W., Woo Shin. BMAP/G/1 queue with correlated arrivals of customers and disasters. *Operation Research Letters*. V. 32. Issue 4. P. 364-373. (2004).
14. Artalejo Jesus R., Chakravarthy Srinivas R. Computational analysis of the maximal queue length in the MAP/M/c retrieval queue. *Applied Mathematics and Computation*. V. 183. Issue 2. P. 1399-1409. (2006).
15. Best J. Doubly Stochastic Processes: an Approach for Understanding Central Nervous System Activity. *Selected Topics on Applied Mathematics, Circuits, Systems and Signals*. WSEAS Press. P. 155-158. (2009).
16. Nezhel'skaya L.A. Nelineynaya optimal'naya fil'tratsiya dvazhdy stokhasticheskogo potoka s initsiativnymi sobyitiyami. *Tezisy dokladov nauchno-tekhnicheskoy konferentsii «Mikrosistema-91»*. Suzdal'. M. : Vsesoyuznoe obshchestvo informatiki i vychislitel'noy tekhniki, 1991. P. 26-28. [Nezhel'skaya L.A. Nonlinear optimal filtration of twice stochastic flow with initiative events. *Theses for scientific and technological conf. «Microsystem-91»*. Suzdal'. M.: All Union Society for informatics and computing technique. P. 26-28. (1991).]
17. Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A. Otsenka parametrov sinkhronnogo MC-potoka sobyitiy. Seti svyazi s seti EVM : *tez. dokl. Vos'moy Belorusskoy zimney shkoly-seminara po teorii massovogo obsluzhivaniya*. Minsk : Izd-vo BGU, 1992. P. 33. [Gorcev A.M., Nezhel'skaya L.A. Parameter estimation of synchronous MC-flow of events. *Communication networks and ECM networks: Proc. for 8s Belorussian winter school-seminar on queue theory*. Minsk: Publishing company BSU/ P. 33. (1992).]
18. Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A. Optimizatsiya parametrov adaptera pri nablyudenii za MC-potokom. Stokhasticheskie i determinirovannyye modeli slozhnykh sistem. Novosibirsk : Izd-vo VTs SO AN SSSR, 1988. S. 20–32. [Gorcev A.M., Nezhel'skaya L.A. Optimization of adapter parameters in case of MC-flow observation. *Stochastic and deterministic models of complex systems*. Novosibirsk: Publishing company VC SO AN USSR. P. 20-32. (1988).]
19. Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A. Optimal'naya nelineynaya fil'tratsiya markovskogo potoka sobyitiy s pereklyucheniymi. *Tekhnika sredstv svyazi*. Ser. Sistemy svyazi. 1989. Vyp. 7. P. 46–54. [Gorcev A.M., Nezhel'skaya L.A. Nonlinear optimal filtration of markovian switching flow. *Connection technology*. Ser. Communication systems. Ed. 7. P. 46-54. (1989).]
20. Nezhel'skaya L.A. Algoritm otsenivaniya sostoyaniy polusinkhronnogo potoka sobyitiy s uchetom mertvogo vremeni. *Massovoe obsluzhivanie: potoki, sistemy, seti: materialy chetyrnadtsatoy Belorusskoy zimney shkoly-seminara po teorii massovogo obsluzhivaniya*. Minsk : Izd-vo BGU, 1998. P. 18-21. [Nezhel'skaya L.A. Algorithm of state estimation of half-synchronous flow with account of dead time. *Queueing: flows, systems, networks: materials of 14s Belorussian winter school-seminar on queue theory*. Minsk: BSU. P. 18-21. (1998).]
21. Gortsev A.M., Kalyagin A.A., Nezhel'skaya L.A. Optimal'naya otsenka sostoyaniy obobshchennogo polusinkhronnogo potoka sobyitiy. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika*. 2010. No. 2(11). P. 66–81. [Gorcev A.M., Kaljagin A.A., Nezhel'skaya L.A. Optimal state estimation of generalized half-synchronous flow of events. *Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. No. 2(11). P. 66-81. (2010).]
22. Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A. O svyazi MC-potokov i MAP-potokov sobyitiy. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika*. 2011. No. 1(14). P. 13–21. [Gorcev A.M., Nezhel'skaya L.A. About association of MC-flows and MAP-flows. *Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. No.1(14). P. 13-21. (2011).]
23. Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A., Solov'ev A.A. Optimal State Estimation in MAP Event Flows with Unextendable Died Time. *Automation and Remote Control*. V. 73. No. 8. P. 1316-1326. (2012).
24. Bushlanov I.V., Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A. Estimating parameters of the synchronous twofold-stochastic flow of events. *Automation and Remote Control*. V. 69. No. 9. P. 1517-1533. (2008).
25. Apanasovich V.V., Koljada A.A., Chernjanskij A.F. Statistical analysis of stochastic flows in physical experiment. Minsk: Publishing House "University's". (1988).
26. Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A. Estimate of the parameters of a synchro-alternating Poisson event flow by the method of moment. *Radiotekhnika*. V. 40. No. 7-8. P. 6-10. (1995).
27. Nezhel'skaya L.A. Optimal'naya otsenka sostoyaniy sinkhronnogo MC-potoka sobyitiy. *Izbrannyye doklady Mezhdunarodnoy konferentsii «Vsesibirskie chteniya po matematike i mekhanike»*. Tomsk : Izd-vo TGU, 1997. V. 1. P. 97–102. [Nezhel'skaya L.A. Optimal state estimation of synchronous MC-flow of events. *Elect theses of international conference «All Siberian readings on mathematics and mechanics»*. V. 1. Tomsk: TSU. P. 97-102. (1997).]
28. Bushlanov, I.V., Gortsev, A.M. Optimal estimation of the states of a synchronous double stochastic flow of events. *Automatika i Telemekhanika*. No. 9. P. 40-51. (2004).
29. Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A. Estimation of the dead time period and intensities of the synchronous double stochastic event flow. *Radiotekhnika*. No.10. P. 8-16. (2004).
30. Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A. Sinkhronnyy dvazhdy stokhasticheskiy potok sobyitiy pri prodlevayushchemsya mertvom vremeni. *Teoriya veroyatnostey, sluchaynye protsessy, matematicheskaya statistika i prilozheniya : materialy Mezhdunar. konf.* Minsk : Izd-vo BGU, 2005. P. 60–69. [Gorcev A.M., Nezhel'skaya L.A. Synchronous twice stochastic flow of events in case of extendable dead time. *Probability theory, stochastic processes, mathematical statistics and appendixes: Materials of international conference*. Minsk: BSU. P. 60-69. (2005).]
31. Khazen E.M. Metody optimal'nykh statisticheskikh resheniy i zadachi optimal'nogo upravleniya. M. : Sov. radio, 1968. 256 p. [Hazen Je.M. The methods of optimal statistical solutions and problems of optimal control. M.: Soviet Radio, (1968).]