УДК 51-7

В.М. Карнаухов
Московский государственный университет природообустройства, г. Москва

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЙТИНГА СТУДЕНТА

Предложен статистический способ моделирования показателей рейтинга учащегося, среди которых оценка за выполнение контрольных работ, расчетно-графической работы, оценка по теоретическому коллоквиуму, активность, пассивность, отношение к предмету. Исследуется эффективность одного из рейтингов, используемых преподавателями в учебном процессе. Для этого разработана компьютерная программа, моделирующая процесс составления рейтинга по заданному алгоритму.

Ключевые слова: рейтинг, статистический метод, контрольная работа, расчетно-графическая работа, активность, пассивность.

В последнее время в высших учебных заведениях большое внимание уделяется развитию рейтинговой системы. Благодаря рейтингу можно автоматизировать выставление оценок, сделать эту оценку более объективной, не зависящей от преподавателя. Наличие рейтинговой системы позволяет студенту планировать и прогнозировать качество своего обучения.

Под рейтингом понимается алгоритм, по которому каждому учащемуся в конце обучения выставляется некоторый итоговый балл, выраженный числом. На основании этого балла выставляется итоговая оценка, обычно по пятибалльной шкале. Для того чтобы построить рейтинговую систему, необходимо:

1) указать ряд показателей, выражающих отношение студента к обучению (обычно это оценки за текущие контрольные работы, расчетно-графическую работу для внеклассного выполнения, теоретический коллоквиум, показатели активности студента в обучении, проявляющейся в виде выступлений у доски, занятий с репетиторами, показатель посещаемости занятий), по которым формируется рейтинг учащегося;

2) поставить в соответствие каждому показателю три числа: минимальный, нормальный и максимальный уровни;

3) выделить среди показателей наиболее важные, такие, что если студент не набирает нормального уровня по указанному показателю, он не получает удовлетворительной итоговой оценки;

4) построить алгоритм, по которому на основании указанных уровней формируется рейтинг учащегося.

Последняя задача является наиболее сложной из всех вышеперечисленных. Построению алгоритма рейтинга посвящается большое количество работ, например [4–6].

Известно, что одним из инструментов изучения многих сегментов учебного процесса является статистическое моделирование. Благодаря моделированию можно:

– оптимизировать, улучшать качественные показатели обучающих систем [7, 8],

– изучать влияние различных факторов на качественные стороны учебного процесса [9–11].

В данной работе автор предлагает способы статистического моделирования таких показателей формирования рейтинга:

– оценки текущих контрольных работ,

– оценки РГР,

– оценки теоретического коллоквиума,

– активность студента при изучении учебного курса,

– показатель посещаемости занятий.

Помимо этого, в работе предлагается статистический способ выбора функции рейтинга, позволяющий определить наиболее эффективную функцию. Данный способ основан на использовании математической модели Раша [1, 2].

Моделирование оценок теоретического коллоквиума и за выполнение КР

Имитационное моделирование в представленной работе основано на использовании математической теории тестирования известного датского математика Г. Раша [1, 2]. Вкратце изложим основные положения этой теории, которые использовались в этой статье.

Естественно полагать, что успех участника тестирования в решении определенного тестового задания зависит, в основном, от двух факторов – трудности задания и подготовленности испытуемого. Таким образом, вероятность того, что определенный участник тестирования с уровнем подготовленности s верно решит определенное задание с уровнем трудности t, представляет некоторую функцию $p=p(s,t)$, которая называется функцией успеха. Для этой функции была выведена формула

$$p = \frac{s}{s+t}, \quad \text{где } s \in (0, \infty), t \in (0, \infty).$$

Переменные s и t принято называть латентными (ненаблюдаемыми, т.е. недоступными для непосредственного измерения) параметрами, поскольку они призваны описывать некоторые скрытые характеристики участников тестирования и тестовых заданий.

На практике аргументы s и t удобно выражать в логарифмическом масштабе. Для этого вводятся переменные θ и δ по формулам:

$\Theta = \ln(s) \in (-\infty, \infty)$, $\delta = \ln(t) \in (-\infty, \infty)$.

При этом функция успеха принимает следующий вид:

$$p = \frac{1}{1 + exp[-(\theta - \delta)]}. \tag{1}$$

Эта формула называется основной логистической моделью Раша, в которой аргументы θ и δ измеряются одной и той же шкалой с единицей измерения один логит.

Исходя из практической целесообразности, вероятность наступления некоторого события вычисляется с точностью до 3 знаков после запятой. Поэтому вероятность, равную 0,9999, можно принять за вероятность достоверного события. Решая уравнение

$$0{,}9999 = \frac{1}{1 + exp[-(\Theta - \delta)]}$$

относительно величины ($\theta - \delta$), получим, что $\theta - \delta = 9{,}21$. Задача будет решена достоверно, если учащийся имеет максимально возможный уровень подготовленности $\theta = \theta_{max}$, а задание – минимально возможный уровень трудности $\delta = \delta_{min}$. Учитывая, что измерение уровней подготовленности и уровней трудности осуществляется на одной симметричной шкале логитов ($\delta_{min} = -\theta_{max}$), приходим к равенству: $2\theta_{max} = 9{,}21$. Отсюда получаем $\theta_{max} = 4{,}6$, что позволяет считать, что значения латентных параметров реально меняются в пределах от $-4{,}6$ до $4{,}6$. В вышеупомянутой работе [2] этот интервал расширен до интервала (-5; 5). Поэтому связь между шкалой логитов и 100% шкалой может быть осуществлена по формуле

$$B = \frac{\theta + \theta_{max}}{2 \cdot \theta_{max}} \cdot 100\%, \tag{2}$$

где θ – уровень подготовленности по шкале логитов, B – уровень подготовленности по 100% шкале, $\theta_{max} = 5$.

Для имитационного моделирования оценки за выполнение текущей КР предлагается следующий алгоритм, основанный на критерии, изложенном в работе [6].

Предварительно выдвинем гипотезу о законах распределения случайных величин θ и δ:

$\theta \approx N(0, 1)$, $\delta \approx N(0, 1)$.

Алгоритм:

1. Реализации случайных величин θ и δ.

Если случайная величина θ распределена по нормальному закону $N(0, 1)$, то ее функция распределения $F(x)=F_0(x)$, где $F_0(x)$ – функция распределения нормированного нормального распределения, тогда случайная величина $R = F(\theta)$ распределена равномерно на интервале (0, 1) [3]. Решая уравнение $R = F_0(\theta)$ относительно неизвестного θ, получим:

$\theta = F_0^{-1}(R)$,

где $F_0^{-1}(R)$ – обратная функция к функции $F_0(t)$.

Последняя формула позволяет находить реализации случайной величины θ при помощи датчика случайных чисел R на (0, 1):

1.1. $R = R(0, 1)$ – реализация датчика случайных чисел на интервале (0, 1).

1.2. $\theta = F_0^{-1}(R)$ – решение уравнения $R = F_0(\theta)$.

Аналогично находится реализация случайной величины δ_j – уровней трудности заданий КР (для удобства индекс j опускается):

1.3. $R = R(0, 1)$ – реализация датчика случайных чисел на интервале (0.1).

1.4. $\delta = F_0^{-1}(R)$ – решение уравнения $R = F_0(\delta)$.

2. Вероятности решения задач КР.

Вероятности решения p каждой задачи рассчитываются по формуле (1) .

3. Моделирование количества баллов B за решение каждой задачи КР.

Согласно критерию А.И. Саблина [6] предлагается следующий способ оценивания одной задачи КР:

Качественная оценка	Количественная оценка
Задача решена	5
Задача решена с недочетом	4
Задача решена наполовину	2
Есть элемент решения	1
Решение неверно	0
Решение отсутствует	0

Поэтому

3.1. $R = R(0, 1)$, $R_1 = R(0, 1)$ – реализации датчика случайных чисел на интервале (0.1),

$$3.2.\ B = \begin{cases} 5, & если \quad R \le p \quad и \quad R_1 < 0{,}5; \\ 4, & если \quad R \le p \quad и \quad R_1 > 0{,}5; \\ 2, & если \quad R > p \quad и \quad R_1 \le 0{,}25; \\ 1, & если \quad R > p \quad и \quad 0{,}25 < R_1 \le 0{,}5; \\ 0, & если \quad R > p \quad и \quad R_1 > 0{,}5. \end{cases} \qquad (3)$$

4. Получение итоговой оценки за выполнение КР.

Итоговая оценка K получается путем сложения всех баллов B, набранных учащимся в результате решения всех задач КР:

$$K = \sum_{j=1}^{m} B_j\,, \qquad (4)$$

где m – количество задач в КР, B_j – число баллов, полученных учащимся за решение j-й задачи КР.

Замечание. Имея итоговую оценку за выполнение КР, можно получить приближенное значение (оценку) уровня подготовленности учащегося по теме КР. Пусть

$$K_{max} = \sum_{j=1}^{m} B_{max} = 5m$$ – максимальная оценка за выполнение КР. Тогда оценкой уровня подготовленности можно считать величину

$$\widetilde{\theta} = \frac{K}{K_{max}} \cdot 100\%\,.$$

Положительная разность $\Delta\theta = \widetilde{\theta} - \theta$ «говорит» о росте показателя активности студента (см. выше) за период изучения материала КР. Отрицательная разность $\Delta\theta$ «говорит» о снижении показателя посещаемости студента (см. выше) за тот же период.

Это замечание можно использовать для моделирования таких показателей, как показатель активности и показатель посещаемости (см. ниже).

При выставлении оценки за теоретический коллоквиум нужно учитывать то, что теоретические упражнения современным (неподготовленным) студентом выполняются с большими усилиями, нежели практические задачи, в которых учащийся, очень часто не понимая сути, выполняет определенный заученный алгоритм. Теоретический материал по математике в вузе, как правило, не поддается «зазубриванию», поэтому для ответа на теоретический вопрос коллоквиума учащемуся необходимо показывать свое четкое понимание математических определений, теорем, методов, что не всегда удается. В силу вышесказанного при моделировании оценки за теоретический коллоквиум можно использовать изложенный выше алгоритм с той лишь разницей, что для задач положить более высокий уровень трудности. Например, пункты 1.3 и 1.4 заменить следующими:

1.3. $R = R(0, 1)$ – реализация датчика случайных чисел на интервале (0.1).

1.4. $\delta = F_0^{-1}(R) + \delta_{ср}$ – реализация нормальной случайной величины $\delta = N(\delta_{ср}, 1)$, где $\delta_{ср}$ принимает значения из интервала (0, 2) в зависимости от сложности коллоквиума.

Моделирование оценки за выполнение РГР

Под расчетно-графической работой (РГР) понимается самостоятельная работа, предназначенная для выполнения вне аудитории. При этом студент может пользоваться различной помощью: информацией, заложенной в учебной литературе, подсказками специалистов среди студентов и преподавателей, частными уроками по тематике РГР и т.д. Конечно, каждый студент стремится максимально воспользоваться этими видами помощи, пытается довести свой уровень подготовленности по тематике РГР до 100% . Поэтому можно считать, что распределение уровня подготовленности студента с исходным уровнем (перед получением РГР) $\theta\%$ по тематике РГР можно выразить рис. 1.

Такое распределение можно задать, как увидел автор, двумя способами.

Способ 1 (при помощи показательного распределения).

Известно, что показательный закон для случайной величины Y задается следующей плотностью распределения:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \lambda\cdot e^{-\lambda x}, & x>0\end{cases},$$

которая выражается графиком на рис. 2.

Учитывая, что основная масса значений показательного распределения Y сосредоточена правее нуля числовой оси, можно ожидать, что случайная величина X=100 $-Y$ будет иметь распределение, аналогичное изображенному на рис. 1. Для того чтобы найти параметр λ для распределения Y, необходимо положить

$$P(Y<100-\theta\,\%)=0{,}9973. \qquad (5)$$

Выполнение этого равенства необходимо для того, чтобы практически все значения случайной величины X были бы больше 0 (противное противоречило бы рис. 1). Значение 0,9973 взято из правила 3 сигм, которое соответствует 99,73% всех реализаций случайной величины R, для которых выполняется неравенство

$Y<100-\theta\,\%$.

Из равенства (5) следует, что $1-e^{-\lambda(100-\theta)}$=0,9973. Отсюда имеем

$$\lambda=\frac{ln(0{,}0027)}{\theta-100}, \qquad (6)$$

при этом математическое ожидание

$$M(Y)=\frac{\theta-100}{ln(0{,}0027)}.$$

В силу вышесказанного можно определить алгоритм моделирования оценки за выполнение РГР для учащегося с исходным уровнем подготовленности $\theta\%$.

1. Моделирование активности учащегося при выполнении РГР.

1.1. $R=R(0,1)$ – очередная реализация датчика случайных чисел на интервале (0.1),

1.2. $Y=-\dfrac{\ln(1-R)}{\lambda}$, где λ вычисляется по

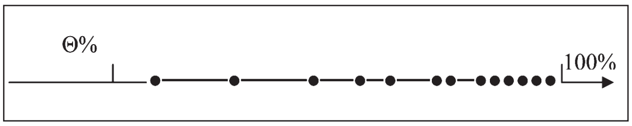

Рис. 1. Распределение уровня подготовленности студента при выполнении РГР

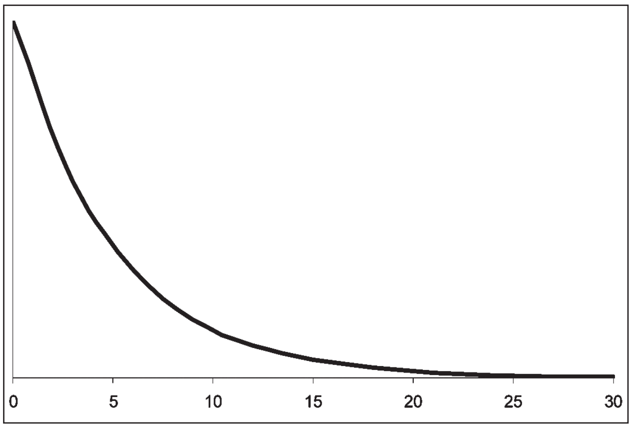

Рис. 2. Плотность показательного распределения

формуле (6) – реализация показательно распределенной случайной величины.

1.3. Изменяем уровень подготовленности X учащегося в соответствии с уровнем активности Y:

$$X=\begin{cases}100-Y, & \text{если} \quad Y<100-\theta\%,\\ \theta, & \text{если} \quad Y\ge 100-\theta\%.\end{cases}$$

2. Моделирование оценки за выполнение РГР.

2.1. Моделирование реализаций уровней трудности заданий РГР по схеме:

$R=R(0,1)$ – реализация датчика случайных чисел на интервале (0, 1).

$\delta=F_0^{-1}(\mathrm{R})$ – решение уравнения $R=F_0(\delta)$.

2.2. Моделирование вероятностей решения каждой задачи РГР по формуле (1), используя найденный в 1 уровень подготовленности X учащегося и найденные в 2.1 уровни трудности заданий РГР.

2.3. Моделирование количества баллов B за решение каждой задачи РГР по формуле (3).

2.4 Получение итоговой оценки за выполнение РГР.

Итоговая оценка K получается путем сложения всех баллов B, набранных учащимся в результате решения всех задач РГР:

Рис. 3. Плотность нормального распределения

$$K = \sum_{j=1}^{m} B_j ,$$

где m – количество задач в РГР; B_j – число баллов, полученных учащимся за решение j-й задачи РГР.

Способ 2 (при помощи нормального распределения).

Известно, что нормальный закон для случайной величины $N \approx N(0, \sigma)$ задается следующей плотностью распределения:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x^2/2\sigma^2} ,$$

которая выражается графиком (рис. 3). Учитывая, что основная масса значений нормального распределения N сосредоточена в интервале $(-3\sigma; 3\sigma)$, причем около нуля, то можно ожидать, что случайная величина $X=100-|N|$ будет иметь распределение, аналогичное изображенному на рис. 1. Для того чтобы найти параметр σ, достаточно вспомнить правило 3 сигм: практически достоверно

(с вероятностью 0,9973) все значения нормальной случайной величины $N \approx N(0, \sigma)$ находятся в интервале $(-3\sigma; 3\sigma)$.

Из этого закона следует, что практически (с вероятностью 0,9973) все значения случайной величины X будут находиться в интервале $(\theta, 100)$, если

$$\sigma = \frac{100-\theta}{3} .$$

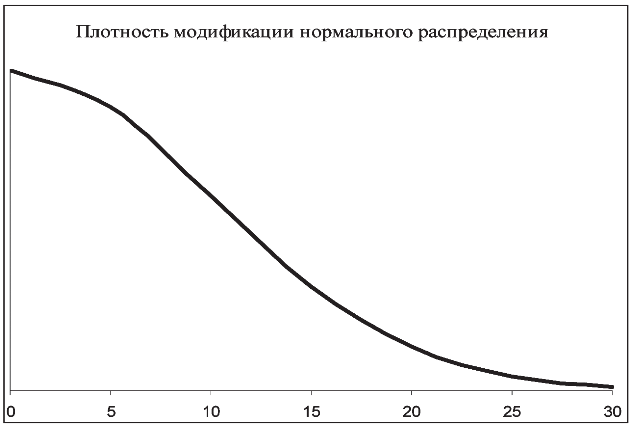

Рис. 4. Плотность модификации нормального распределения

При этом можно вычислить $M(|N|)$.

Пусть $Z=|N|$. Тогда $F_Z(x)=P(Z<x)=P(|N|<x)=$ $=P(-x<N<x)=F(x)-F(-x)$, где $F(x)$ – функция распределения случайной величины N.

Поэтому плотность распределения случайной величины Z вычисляется по формулам:

$f_Z(x)= [F_Z(x)]'= F'(x)-F'(-x)= f(x)+f(-x)=2f(x)$ (рис. 4).

Далее,

$$M(Z) = \int_0^{\infty} x2f(x)dx = 2\int_0^{\infty} x\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx =$$

$$= -\frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \Bigg|_0^{\infty} = \frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}} ,$$

или $M(Z) = (100-\theta)\dfrac{2}{3\sqrt{2\pi}}$.

Математические ожидания для случайных величин Y и Z нужны нам для того, чтобы сравнить их между собой. Ведь выгоднее (см. рис. 1) пользоваться тем распределением, у которого математическое ожидание меньше. Сравнить эти величины очень легко: для этого достаточно сравнить числа

$$-\frac{1}{ln(0{,}0027)} = 0{,}169 \quad \text{и} \quad \frac{2}{3\sqrt{2\pi}} = 0{,}266 .$$

Сравнивая эти числа, можно сказать, что

способ 1 моделирования активности студента при выполнении РГР более практичен, нежели способ 2.

В силу вышесказанного можно определить алгоритм моделирования оценки за выполнение РГР для учащегося с исходным уровнем подготовленности $\theta\%$.

1. Моделирование активности учащегося при выполнении РГР.

1.1. $R = R(0, 1)$ – реализация датчика случайных чисел на интервале (0, 1).

1.2. $N_0 = F_0^{-1}(R)$ – решение уравнения $R = F_0(\theta)$.

1.3. $N = \sigma N_0$, где $\sigma = \dfrac{100 - \theta}{3}$.

1.4. Изменяем уровень подготовленности X учащегося в соответствии с уровнем активности N:

$$X = \begin{cases} 100 - |N|, & если \quad |N| < 100 - \theta\%, \\ \theta \quad , & если \quad |N| \geq 100 - \theta\%. \end{cases}$$

2. Моделирование оценки за выполнение РГР.

2.1. Моделирование реализаций уровней трудности заданий РГР по схеме:

$R = R(0, 1)$ – реализация датчика случайных чисел на интервале (0, 1).

$\delta = F_0^{-1}(R)$ – решение уравнения $R = F_0(\delta)$.

2.2. Моделирование вероятностей решения каждой задачи РГР по формуле (1), используя найденный в 1 уровень подготовленности X учащегося и найденные в 2.1 уровни трудности заданий РГР.

2.3. Моделирование количества баллов B за решение каждой задачи РГР по формуле (3).

2.4. Получение итоговой оценки за выполнение РГР.

Итоговая оценка K получается путем сложения всех баллов B, набранных учащимся в результате решения всех задач РГР:

$$K = \sum_{j=1}^{m} B_j ,$$

где m – количество задач в РГР; B_j – число баллов, полученных учащимся за решение j-й задачи РГР.

Моделирование показателей активности, пассивности и отношения к предмету

Еще раз уточним, что включают в себя понятия активности и пассивности учащегося. Под активностью будем понимать выступление студента у доски, домашние занятия с репетитором, работу с учебной литературой, выступление на конференциях, т.е. все действия, направленные на изучение предмета и выходящие за пределы нормального отношения к предмету. Под пассивностью будем понимать пропуски занятий (посещаемость), невыполнение домашнего задания и т.д., т.е. действия, не направленные на изучение предмета и выходящие за пределы нормального отношения к предмету.

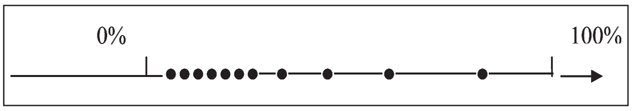

Рис. 5. Распределение активности и пассивности учащегося

С точки зрения автора, активность и пассивность распределены по одному и тому же закону (рис. 5).

Действительно, большая часть студентов пытается «нормально» относиться к предмету: не пропускать занятия, выполнять домашние задания, не заниматься с репетитором, «не светиться» у доски, не выступать на конференциях, не ходить в читальные залы для штудирования учебной литературы. Поэтому показатели активности и пассивности можно выразить значением на шкале (0%, 100%). При этом 0% будет соответствовать нормальному отношению учащегося к предмету, а приближаясь к правой отметке в 100%, учащийся будет стремиться к полному изучению предмета (в случае активности) или к незнанию предмета (в случае пассивности).

Характер расположения реализаций активности и пассивности на рис. 5 говорит нам о показательных законах распределения (см. рис. 2) активности *Active* и пассивности *Passive*:

для активности:

$$f_a(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \lambda_a \cdot e^{-\lambda_a x}, & x > 0 \end{cases},$$

где $M_a = M(Active) = 1/\lambda_a$,

для пассивности:

$$f_p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \lambda_p \cdot e^{-\lambda_p x}, & x > 0 \end{cases},$$

где $M_p = M(Passive) = 1/\lambda_p$.

Математические ожидания предлагается находить исходя из разницы $\Delta\theta = \tilde{\theta} - \theta$, описанной выше в параграфе о моделировании оценок за выполнение КР, поэтому моделирование случайных величин Active и Passive может быть осуществлено по следующей схеме:

1. Если $\Delta\theta > 0$, то за отчетный период времени изучения предмета студент был активен, причем $M_a = \Delta\theta/(100 - \theta) \text{x} 100\%$ и значение случайной величины Active моделируется по формулам:

1.1. $R = R(0, 1)$ – очередная реализация датчика случайных чисел на интервале (0.1),

1.2. $$Active = \begin{cases} -M_a \ln(1-R), & \text{если} \quad -M_a \ln(1-R) \le 100, \\ 100, & \text{если} \quad -M_a \ln(1-R) > 100 \end{cases}.$$

В этом случае значение случайной величины *Passive* полагается равным нулю.

2. Если $\Delta\theta < 0$, то за отчетный период времени изучения предмета студент был пассивен, причем $M_p = -\Delta\theta/\theta \text{x} 100\%$ и значение случайной величины Passive моделируется по формулам:

2.1. $R = R(0, 1)$ – очередная реализация датчика случайных чисел на интервале (0, 1),

2.2. $$Passive = \begin{cases} -M_p \ln(1-R), & \text{если} \quad -M_p \ln(1-R) \le 100, \\ 100, & \text{если} \quad -M_p \ln(1-R) > 100 \end{cases}.$$

В этом случае значение случайной величины *Active* полагается равным нулю.

Замечание. Как было указано выше в параграфе о моделировании РГР, выполнение РГР приводит к росту активности, поэтому за отчетный период РГР:

$Active = X - \theta$, $Passive = 0$.

Таким образом, проведенные контрольные мероприятия (КР, РГР, коллоквиум) определяют случайные величины Active и Passive за определенные промежутки времени обучения (отчетные периоды). Пусть за время обучения имеется k отчетных периодов. За каждый отчетный период учащийся проявляет активность $Active_j$ и пассивность $Passive_j$. Возникает вопрос: как получить активность *Active* и пассивность *Passive* за весь полный период обучения (семестр, например). Предлагаются следующие формулы, по которым можно рассчитать эти значения:

1) пусть $t_1, t_2, \ldots, t_k$ – количества часов, соответствующие отчетным периодам,

$T = t_1 + t_2 + \ldots + t_k$;

2) общая активность *Active* может быть представлена дискретной случайной величиной со следующим рядом распределения:

$Active_i$	$Active_1$	$Active_2$	...	$Active_k$
p_i	t_1/T	t_2/T	...	t_k/T

3) в качестве значения активности за весь период обучения можно взять математическое ожидание выше определенной случайной величины:

$Active_{\text{общ}} = M(Active) = (t_1 Active_1 + t_2 Active_2 + \ldots + t_k Active_k)/T$.

Аналогично можно получить формулу для общей пассивности:

$Passive_{\text{общ}} = M(Passive) = (t_1 Passive_1 + t_2 Passive_2 + \ldots + t_k Passive_k)/T$.

Если внимательно посмотреть текст этого параграфа, то можно несколько раз встретить оборот «отношение к предмету». Действительно, показатели активности и пассивности выражают более общий показатель отношения учащегося к изучаемому предмету. Моделирование этого показателя было бы более корректным, нежели моделирование активности и пассивности независимо друг от друга. Некорректность независимого моделирования активности и пассивности следует из того, что за отчетный период учащийся бывает одновременно активен и пассивен, что нельзя распознать, моделируя *Active* и *Passive* отдельно (ведь один из этих показателей обязательно равен нулю). Поэтому целесообразно ввести новую случайную величину *Treat,* значения которой располагаются на интервале $(-100\%, 100\%)$. За каждый i-й отчетный период значение этой величины определяется по формуле

$$Treat_i = \begin{cases} Active_i, & \text{если} \quad Active_i > 0, \\ -Passive_i, & \text{если} \quad Passive_i > 0. \end{cases}$$

Тогда общее отношение к предмету может быть выражено формулой

$Treat_{\text{общ}} = M(Treat) = (t_1\, Treat_1 + t_2\, Treat_2 + \ldots + t_k\, Treat_k)/T$.

Исследование рейтинга Саблина

В заключении статьи приведем пример использования имитационного моделирования показателей рейтинга для исследования рейтинга Саблина [5]. Рейтинг по Саблину формируется следующим образом.

1) Преподаватель из имеющихся показателей выбирает наиболее значимые.

2) Преподаватель для каждого показателя задает минимальный $B_{\text{мин}}$, нормальный $B_{\text{норм}}$ и максимальный $B_{\text{макс}}$ баллы. Смысл нормального

балла состоит в том, что если учащийся набирает количество баллов, меньшее нормального, то его работа по данному показателю оценивается неудовлетворительной.

3) Для выбранных трех баллов преподаватель указывает три соответствующих значения рейтинга. Это делается при соблюдении следующих условий:

а) рейтинг, соответствующий нормальному баллу, равнялся единице;

б) остальные рейтинги должны быть подобраны так, чтобы учащийся, не выполнивший норму по любому значимому показателю, имел бы общий рейтинг, равный произведению рейтингов по всем показателям, меньший единицы. Эта задача наиболее сложная при составлении рейтинга Саблина.

4) На плоскости (ось Ох – балл, ось Оу – рейтинг) указываются три точки, координаты которых представляют собой соответствующие друг другу балл и рейтинг (см. 2 и 3).

5) Подбирается функция рейтинга, график которой проходил бы через указанные три точки на плоскости. Такой функцией в рейтинге Саблина является функция

$$r(i) = a_1(i) \cdot \ln(b + a_2(i) \ + a_3(i) \ ,$$

где $r(i)$ – рейтинг для i-го показателя; b – балл, набранный учащимся по i-му показателю; $a_1(i)$, $a_2(i)$, $a_3(i)$ – числовые коэффициенты, позволяющие трем указанным точкам принадлежать графику функции $r(i)$.

6) По набранному учащимся баллу при помощи функции из 5 находится рейтинг для каждого показателя.

Общий рейтинг находится как произведение найденных в 6 рейтингов по всем показателям.

В заключении формирования рейтинга общий рейтинг переводится на 100%-балльную шкалу. При этом необходимо на этой шкале указать минимальный (1%), нормальный и максимальный (100%) рейтинги, а затем, используя функцию из 5, предварительно отыскав числовые коэффициенты, найти рейтинг в процентах.

Автор этой статьи поставил задачу выяснить, насколько точен рейтинг Саблина. Для этой цели была разработана компьютерная программа, позволяющая моделировать процесс составления рейтинга. Для сравнения, помимо рейтинга Саблина, был использован механизм рейтинга Саблина с использованием другой функции рейтинга, отличной от функции из 5. В качестве функции была выбрана контрольная функция, график которой представляет собой ломаную линию, соединяющую три указанных точки на плоскости. Сравнение этих двух функций рейтинга привело к следующему результату:

1) среднее отклонение рейтинга Саблина от истинного уровня подготовленности учащегося составило 9,03 балла (на 100% шкале);

2) среднее отклонение рейтинга Саблина с использованием контрольной функции рейтинга от истинного уровня подготовленности учащегося составило 19,74 балла (на 100% шкале).

Выводы

В данной работе автором:

1) предложен статистический способ моделирования показателей рейтинга учащегося, среди которых оценка по КР, оценка по РГР, оценка по теоретическому коллоквиуму, активность, пассивность, отношение к предмету;

2) составлена компьютерная программа, моделирующая процесс составления рейтинга по алгоритму Саблина;

3) выявлена эффективность функции рейтинга Саблина по сравнению с выбранной контрольной функцией.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Rasch G.* Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests. – Copengagen Denmark: Danish Institute for Educational Research, 1968.

2. *Нейман Ю.М., Хлебников В.А.* Введение в теорию моделирования и параметризации педагогических тестов. – М., 2000. – 169 с.

3. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей и её инженерные приложения. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 480 с.

4. *Лежнина Л.В., Шишковский В.И.* Балльная система оценивания как фактор повышения мотивации студентов к учебной деятельности // Вестник ТГПУ. – 2010. – № 10.

5. *Саблин А.И.* О функциях рейтинга студента // Вестник учебно-методического объединения по образованию в области природообустройства и водопользования. – М.: МГУП, 2010. – №2. – С. 217–221.

6. *Саблин А.И.* Об одной методике оценивания контрольных работ // Вестник учебно-методического объединения по образованию в области природообустройства и водопользования – М.: МГУП, 2013. – № 5. – С. 180–182.

7. *Карнаухов В.М.* Компьютерное тестирование с двумя и более попытками для решения одного задания. // Открытое и дистанционное образование. – Томск, 2010. – № 1(37). – С. 58–64.

8. *Карнаухов В.М.* Исследование зависимости числовых характеристик систем тестирования от числа попыток для решения одного задания // Информатизация образования и науки. – 2012. – №4 (12). – Окт. – С. 75–85.

9. *Карнаухов В.М.* Исследование точности метода моментов для оценки латентных параметров тестирования с одной и более попытками // Открытое и дистанционное образование. – Томск, 2012. – № 3(47). – С. 33–39.

10. *Карнаухов В.М.* Исследование метода моментов оценки латентных параметров тестирования // Информатизация образования и науки. – 2013. – №1(17). Янв. – С. 103–112.

11. *Карнаухов В.М.* Дихотомическая модель для систем частичного электронного тестирования // Открытое и дистанционное образование. – Томск, 2013. – №2(50). – С. 29–34.

V.M. Karnaukhov

Moscow State University of Environmental Engineering, Moskow, Russia

MODELLING AND OPTIMIZATION OF THE STUDENT'S RATINGS

Keywords: rating, a statistical method, control, calculation-graphic work, activity, passivity.

Recently higher educational institutions are developing the rating system. Due to the rating can be automated grading, making this assessment more objective, independent from the teacher. Rating system allows to plan and predict for student the quality of their education.

Rating system is the algorithm, which gives for each student at the end of training a certain score, expressed by a number. By means this ball can be exhibited final evaluation, usually on a five-point scale. To build a rating system, we must

1) to specify the number of indices expressing the student's ratio to learning (usually grades for the current tests, calculation-graphic work for extracurricular execution, theoretical colloquium, indicators of activity of the student in learning: working by board, consultation with teachers, attendance), which formed the rating of the student;

2) to put into correspondence with each indicator three numbers: minimum, normal and maximum levels;

3) to allocate among the indicators the most important, such that if the student does not reach the normal level at the specified index, it does not receive a satisfactory final evaluation;

4) to construct an algorithm, by means which student's rating is formed. on the basis of specified levels.

The last task is the most difficult of the above and many researchers are solving it.

It is known that one of the tools for exploring the many segments of the educational process is statistical modeling. Thanks modeling we can

– to optimize, improve the quality indicators of educational systems,

– to explore the impact of different factors on the qualitative aspects of the educational process.

In this paper the author offers methods of statistical simulation some of the indicators forming the rating: current assessment of control works, assessment of calculation-graphic work, the evaluation of the theoretical colloquium, the activity of the student in the study of the course , attendance.

In addition, we offered the statistical method of selecting a function of the rating, which allows to determine the most effective function. This method is based on the use of mathematical model of Rasch.

To solve the problems we have developed a computer program that simulates the process of ranking by means to the Sablin's algorithm. Through this program we have showed the efficacy of Sablin's rating function in relation to the selected control piecewise linear function.

REFERENCES

1. *Rasch G.* Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests. – Copengagen Denmark: Danish Institute for Educational Research, 1968.

2. *Nejman Ju. M., Hlebnikov V.A.* Vvedenie v teoriju modelirovanija i parametrizacii pedagogicheskih testov. – M., 2000. – 169s.

3. *Ventcel E.S.* Teorija verojatnostej i ee ingenernie prilogenija. – M.: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1988. – 480 s.

4. *Legnina L.V., Shishkovskij V.I.* Bal'naja sistema ocenivanija kak factor povishenija motivacii studentov k uchebnoj dejatelnosti // Vestnik TGPU. – 2010. – №10.

5. *Sablin A.I.* O funkcijah rejtinga studenta. // Vestnik uchebno-metodicheskogo ob'edinenija po obrazovaniju v oblasti prirodoobustrjstva I vodopol'zovanija. – M. MGUP, 2010. – №2. – S.217–221.

6. *Sablin A.I.* Ob odnoj metodike ocenivanija kontrol'nih rabot // Vestnik uchebno-metodicheskogo ob'edinenija po obrazovaniju v oblasti prirodoobustrjstva I vodopol'zovanija. – M. MGUP. – 2013. – №5 C. 180–182.

7. *Karnauhov V.M.* Komp'juternoe testirovanie s dvumja I bole popitkami dlja reshenija odnogo zadanija // Otkritoe I distancionnoe obrazovanie. – Tomsk, 2010. – № 1(37). – S. 58–64.

8. *Karnauhov V.M.* Issledovanie zavisimosti chislovih harakteristik system testirovanija ot chisla popitok dlja reshenija odnogo zadanija // Informatizacija obrazovanija i nauki. – 2011. – №4(12), Okt. – S. 75–85.

9. *Karnauhov V.M.* Issledovanie tochnosti metoda momentov dlja ocenki latentnih parametrov testirovanija s odnoj i bolee popitkami // Otkritoe i distancionnoe obrazovanie. – Tomsk, 2012. – № 3(47). – S. 33–39.

10. *Karnauhov V.M.* Issledovanie metoda momentov ocenki latentnih parametrov testirovanija// Informatizacija obrazovanija i nauki. – 2013. – №1(17), Jan. – S. 103–112.

11. *Karnauhov V.M.* Dihotomicheskaja model' dlja system chastichnogo elektronnogo testirovanija // Otkritoe i distancionnoe obrazovanie. – Tomsk, 2013. – №2(50). – S. 29–34.