

ПСИХОЛОГИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 159.9.072

ВЫБОР СТРАТЕГИЙ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ СТУДЕНТАМИ РАЗНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

Т.А. Ваулина, О.М. Краснорядцева, Э.А. Щеглова

Томский государственный университет (Томск, Россия)

Исследование выполнено при финансовой поддержке РГНФ в рамках научного проекта № 14-06-00712 «Кросскультурное исследование уровня развития математической креативности у студентов вузов разных категорий и профилей подготовки»

Аннотация. Рассматриваются результаты исследования когнитивных действий при решении математических задач студентами, обучающимися по разным направлениям подготовки. Представлено краткое описание выделяемых стратегий решения математических задач. Обсуждаются результаты проведенного исследования, показавшие, что существуют приоритеты в выборе студентами разных направлений определенных стратегий решения математических задач, традиционно используемых для выявления математической креативности. Обосновывается целесообразность введения в образовательные программы профессиональной подготовки студентов психолого-образовательных технологий, направленных на актуализацию ресурсов самореализации как процесса и результата развития когнитивного потенциала.

Ключевые слова: стратегии решения математических задач; математическая креативность; беглость; гибкость; оригинальность.

Введение

Процесс решения математических задач традиционно продолжает оставаться достаточно привлекательным предметом исследования для когнитивной психологии. Особое место занимают в этом исследовательском поле проблемы выявления специфики тех изменений, которые приводят к успешному решению математической задачи и объективации самого процесса решения. Так, зарубежные исследователи показывают, что умение решать математические задачи коррелирует с общими достижениями в математике, а развитие навыков решения математических задач соотносится с достижениями в школе и за ее пределами [1]. В связи с осознанием важности наличия навыков решения математических задач в США на национальном уровне произошли существенные изменения в

восприятию математики как учебного предмета [2]. Правительство страны поддерживает исследования, посвященные изучению математического мышления учащихся (Fuchs&Fuchs, 2002; Marjorie Montague, 1993; Krawec, 2014), причем существенную роль имеют исследования, посвященные особенностям решения мыслительных задач студентами, испытывающими затруднения в обучении, а также студентами с низким уровнем достижений в учебе [2, 3]. В Израиле также государственной поддержкой пользуются исследования, посвященные изучению математического мышления одаренных школьников и студентов [4, 5]. Создание условий для развития математических способностей у детей и подростков является сегодня одной из приоритетных задач, поставленных перед российской системой образования (Указ Президента РФ от 7 мая 2012 г., предусматривающий разработку Концепции развития математического образования в Российской Федерации).

Обращаясь к проблеме изучения механизмов решения мыслительных задач, В.Ф. Спиридонов [6] описывает используемый им метод изучения критериев принятия решения в перцептивных задачах, основанный на классификации алгебраических текстовых задач, различных по своей структурной сложности, и модифицированном методе «Да-Нет» (Rehder, 1999). Р. Лейкин в качестве инструмента оценки относительной (математической) креативности предлагает использовать задания с несколькими решениями (ЗНР), позволяющие зафиксировать стратегии, которые использует учащийся при решении математических задач [4, 5].

В нашей предыдущей работе [7] были выделены и описаны стратегии решения математических задач, используемые российскими студентами при решении задач с несколькими вариантами решений, а также показано, как использование определенных стратегий решения математических задач может выступать показателем проявления математической креативности [7]. Под стратегиями решения математических задач понимаются осознанные способы построения и применения системы актуально и потенциально доступных средств (способов) решения математической задачи. К актуально доступным средствам решения относят способы и алгоритмы решения задачи, которые изучаются в рамках образовательной программы, к потенциально доступным средствам – существующие способы решения математической задачи, но не рассматриваемые в учебном процессе [7].

В данной работе мы предприняли попытку подойти к изучению когнитивных действий при решении математических задач студентами, обучающимися по разным направлениям подготовки в вузе. В рамках проводимого нами исследования решались две взаимосвязанные задачи:

1. Изучить специфику стратегий решения математических задач, применяемых студентами разных направлений подготовки.
2. Исследовать влияние разных видов задач, имеющих несколько решений, на выбор студентами определенных стратегий решения.

Выборка исследования

Исследование проводилось среди студентов первых курсов различных факультетов Томского государственного университета. Первый курс был выбран в качестве исследовательской выборки, поскольку все испытуемые на момент проведения исследования имели достаточно актуализированные компетенции в области решения математических задач (все сдали ЕГЭ по математике всего полгода назад). Всего в исследовании приняли участие 288 респондентов. В соответствии с профилями подготовки респонденты были распределены по трем целевым группам. В первую группу (физико-математическое направление подготовки, $n = 94$) вошли студенты факультета прикладной математики и кибернетики и физико-технического факультета, во вторую группу (экономическое направление подготовки, $n = 102$) – студенты экономического факультета, в третью группу (гуманитарное направление подготовки, $n = 92$) – студенты факультета журналистики и института искусств и культуры.

Методы исследования

Для изучения особенностей стратегий решения студентами математических задач применялась модель оценивания креативности с использованием задач с множественными способами решений (ЗНР), разработанная R. Leikin (2009) [4, 5]. Эта модель включает операциональные определения и соответствующую схему расчетов для оценивания креативности, основанную на трех элементах: беглость, гибкость и оригинальность, предложенных Torrance (1974).

Используемые в исследовании задачи различались темой, к которой относится задача в школьной программе по математике, сложностью, традиционностью задачи и традиционностью решений. Студентам было предложено решить как минимум тремя способами арифметическую задачу, систему линейных уравнений и текстовую алгебраическую задачу. Все задания относятся к типовым задачам, включенным в школьную программу по математике, и имеют множество различных способов решения, основанных на математических правилах, математическом представлении и математическом моделировании. Причем каждая из задач имеет нестандартные решения, основанные на понимании ее структуры.

В процессе качественного анализа работ респондентов для каждой задачи был определен спектр различных способов решений, которые, исходя из сходства и различия используемых математических представлений, были сгруппированы в соответствующие категории. Решения к одной и той же задаче считались разными, если они были основаны на разной репрезентации некоторых математических кон-

цептов, задействованных в задаче; на различных свойствах (определениях или теоремах) математических объектов в пределах определенной области или различных свойствах математических объектов в разных областях. На основании полученных данных были определены коллективные (совокупность решений, предложенных группой) и индивидуальные пространства решений (все решения задачи, предложенные решающим). Кроме того, по каждой задаче для каждого респондента в соответствии с индивидуальными и коллективными пространствами решений были вычислены такие показатели, как *правильность, беглость, гибкость, оригинальность и креативность*.

Основные стратегии решения математических задач были определены на расширенной выборке испытуемых [7]. Основаниями для классификации стратегий решения математических задач послужили количество предложенных способов решения задачи, их эффективность (нахождение правильного решения), количество используемых математических подходов (идей, представлений, алгоритмов, инструментов).

Количественный анализ и статистическая обработка эмпирических данных проводились с помощью программы IBM SPSS Statistics.

Результаты исследования

Классификация стратегий решения математических задач.

Детальный анализ письменных работ респондентов и вышеобозначенных показателей позволил выделить четыре преобладающие стратегии решения математических задач.

Первая стратегия («элементарная») характеризуется 1 или 2 способами решения задачи, основанными на элементарном (самом популярном) традиционном математическом алгоритме. При этом второй способ представляет собой незначительную модификацию первого. Примерами такой стратегии являются вертикальное умножение, когда множители меняют местами, или при решении системы 2-линейных уравнений поочередное выражение каждой переменной и ее подстановка в другое уравнение. Как правило, алгоритмические задачи решаются правильно, но попытка решения текстовой задачи, требующей аналитического подхода, основанного на понимании ее структуры, в большинстве случаев оказывается неуспешной (верный ответ может быть получен в результате использования метода подбора) либо попытка решения вовсе отсутствует.

В случае применения данной стратегии решения отмечаются низкие показатели беглости, гибкости и оригинальности и, соответственно, очень низкий уровень креативности (практически ее отсутствие).

Вторая стратегия («репродуктивно-вариативная») характеризуется достаточно большим количеством способов решения задачи, каждый из которых соответствует разным математическим подходам, основанным на использовании традиционных математических алго-

ритмов. Например, систему линейных уравнений решают и через выражение переменной и ее подстановку, и совершая различные алгебраические действия с исходными уравнениями, и матричными методами, и т.д. При этом последовательность способов решения задачи часто соответствует увеличению их сложности. Возможно, что не все решения будут правильными или завершенными (но не обязательно). Нестандартные решения алгоритмических задач не используются. Для решения текстовой задачи, требующей понимания ее структуры, применяется один или несколько способов решения с использованием традиционных математических алгоритмов. Например, текстовая задача решается через составление уравнения или системы уравнений (традиционный математический подход для подобных задач). При этом если предлагается несколько вариантов решения задачи, то все они основаны на одном математическом подходе и даже по своей сути чаще всего представляют один способ решения. Отличия могут состоять в том, что записаны однотипные системы уравнений с некоторой модификацией (сокращают множители, переносят члены уравнения в другую его часть и пр.) или варианты решений состоят в том, что одну систему уравнений решают разными способами. Решений текстовой задачи, основанных на понимании и логическом рассуждении, не предлагается.

При использовании этой стратегии решения отмечаются высокие показатели беглости и гибкости, но низкий показатель оригинальности при слабо выраженной креативности.

Третья стратегия («креативно-инсайтная») характеризуется достаточно большим количеством предложенных способов решения, не только основанных на разных традиционных математических подходах, но и представляющих собой нестандартные решения стандартных задач. Здесь возможны следующие варианты. Первоначально студенты демонстрируют способы решения по традиционным математическим алгоритмам, в ходе выполнения которых начинают понимать структуру самой задачи, в результате чего у них «рождается» нестандартное решение (происходит инсайт); например, при решении системы линейных уравнений всевозможными известными из курса математики способами приходит понимание того, что она симметрична. Или понимание особенностей задачи происходит уже на первом этапе решения, тогда нетрадиционный способ решения предлагается первым, а далее приводятся другие, стандартные способы решений, построенные на традиционных математических алгоритмах. Иногда студенты описывают несколько нестандартных способов решения. При данной стратегии обычно все предпринятые попытки решения задачи доводятся до конца (получение правильного ответа). Если какой-то способ, столкнувшись с трудностями, студент прерывает, то после других (удачных) вариантов решения этой задачи вновь к нему возвращается и доводит до логического завершения.

В случае применения данной стратегии решения отмечаются высокие показатели беглости, гибкости, оригинальности, что свидетельствует о выраженной креативности.

Четвертая стратегия («оптимально-инсайтная») характеризуется, как правило, одним нетрадиционным решением (в редких случаях двумя). Предлагаемые решения основаны на понимании структуры задачи и аналитическом подходе к ее решению. Студент, продемонстрировав, по его мнению, оптимальный способ решения, несмотря на инструкцию (решить задачу как минимум тремя способами), отказывается от дальнейших попыток найти другие способы. Например, представив произведение двух трехзначных чисел в виде разности квадратов, других способов решения, в том числе самого элементарного и распространенного – умножение в столбик – не применяет. Обычно все задачи решены правильно. При этом одни студенты подробно описывают логику своего рассуждения, другие же бывают предельно краткими, указывая лишь ключевые моменты решения.

В случае использования этой стратегии решения отмечаются низкие показатели беглости и гибкости при чрезвычайно высоком показателе оригинальности.

Способы и стратегии решения арифметической задачи студентами разных направлений подготовки. Способы и стратегии решений арифметической задачи представлены в табл. 1 и 2. Здесь группа 1 – физико-математическое направление подготовки, группа 2 – экономическое и группа 3 – гуманитарное.

Предложенная арифметическая задача является традиционной для школьного курса математики, не отличается сложностью и имеет достаточно много способов решений, включая решение, основанное на понимании структуры задачи (приведение произведения двух чисел к разности квадратов), которое оценивалось как оригинальное решение.

Практически все респонденты из трех целевых групп верно выполнили данное задание. Коллективные пространства решений от 4 до 5, т.е. студентами физико-математического и экономического направлений подготовки были продемонстрированы способы решений задачи из 5 разных групп, а студентами-гуманитариями – из 4. Самым распространенным способом решения у студентов разных направлений подготовки является «вертикальное умножение» (умножение в столбик). Следует отметить, что студенты гуманитарного направления подготовки для нахождения произведения двух чисел использовали преимущественно традиционные способы, оригинальных методов решения предложено не было. Предложили оригинальное решение немногим более четвертой части (27%) студентов физико-математического направления подготовки и 10,5% студентов экономического направления.

Полученные данные (см. табл. 2) показывают, что у студентов физико-математического и экономического направлений подготовки

наиболее распространенной является вторая стратегия («репродуктивно-вариативная»), а у студентов гуманитарного направления – первая («элементарная»), их продемонстрировали более половины респондентов. При этом следует отметить, что студенты-гуманитарии для решения данной задачи использовали только две стратегии («элементарную» и «репродуктивно-вариативную»). Все четыре стратегии решения были продемонстрированы студентами экономического направления подготовки. Неожиданным для нас явился тот факт, что при решении этой задачи никто из студентов физико-математического направления подготовки не использовал четвертую стратегию («оптимально-инсайтную»).

Т а б л и ц а 1

**Способы решений арифметической задачи студентами
разных направлений подготовки**

Задача: Найдите произведение 407×393	Доля студентов, представивших решение, %		
Способы решений	Группа 1	Группа 2	Группа 3
Вертикальное умножение	65%	100%	88%
Разложение множителя(й) на слагаемые	48,6%	60%	16%
Разложение на простые множители	3%	9%	4%
Использование калькулятора	13,5%	3%	8%
Разность квадратов	27%	10,5%	0
Статистики			
Коллективная гибкость	5	5	4
Диапазон индивидуальных пространств решений (<i>беглость</i>)	1 – 4	1 – 4	1 – 3
Среднее количество решений (М)	2,64	2,31	1,57

Т а б л и ц а 2

**Стратегии решений арифметической задачи студентами
разных направлений подготовки**

Стратегии решения арифметической задачи	Группа 1	Группа 2	Группа 3	Итого
Стратегия 1 («элементарная»)	8 8,5%	21 20,6%	56 60,9%	85 29,5%
Стратегия 2 («репродуктивно-вариативная»)	58 61,7%	70 68,6%	36 39,1%	164 56,9%
Стратегия 3 («креативно-инсайтная»)	28 29,8%	8 7,8%	0	36 12,5%
Стратегия 4 («оптимально-инсайтная»)	0	3 3%	0	3 2,9%
Итого	94 100%	102 100%	92 100%	288 100%

Способы и стратегии решения системы уравнений студентами разных направлений подготовки. В табл. 3 и 4 представлены

способы и стратегии решений студентов системы линейных уравнений. Здесь группа 1 – физико-математическое направление подготовки, группа 2 – экономическое и группа 3 – гуманитарное.

Т а б л и ц а 3

**Способы решений системы уравнений студентами
разных направлений подготовки**

Решите систему уравнений: $\begin{cases} 4x+5y = 18 \\ 5x+4y = 18 \end{cases}$	Доля студентов, представивших решение, %		
Способы решений	Группа 1	Группа 2	Группа 3
Выражение переменной	78,7%	78,7%	41,3%
Алгебраические действия с исходными уравнениями	42,6%	40%	30,4%
Введение множителей для алгебраических операций с уравнениями	34%	34%	4,3%
Графический	6,4%	1,7%	4,3%
Матричный	36%	17,3%	0
Подбор	4%	7%	4,3%
Приравнивание	30%	27,6%	34,8%
Симметрия	4,3%	0,8%	0
Статистики			
Коллективная гибкость	8	8	6
Диапазон индивидуальных пространств решений (<i>беглость</i>)	1 – 7	1 – 5	0 – 3
Среднее количество решений (М)	2,96	2,57	1,35

Решение системы линейных уравнений относится к традиционной задаче из школьного курса математики, имеющей несколько традиционных способов решений, а также решение, основанное на понимании ее симметричности. Респондентами для решения системы уравнений было продемонстрировано достаточно большое количество способов из 8 различных групп. Коллективные пространства решений студентов физико-математического и экономического направлений подготовки равны 8, гуманитарного направления – 6. При этом все студенты физико-математического и экономического направлений подготовки предложили один и более способов решения системы уравнений. Их индивидуальные пространства решений составили 1–7 и 1–5 соответственно. Следует отметить, что не все студенты гуманитарного направления подготовки справились с этим заданием, 11% студентов не предложили ни одного способа решения системы уравнений, и никто из решивших данную задачу не предложил более 3 способов решения (индивидуальные пространства решений от 0 до 3).

Самым распространенным способом решения данной задачи у всех студентов, независимо от направления подготовки, является выражение переменной из одного уравнения и ее подстановка в другое

уравнение. На втором месте по популярности – алгебраические действия с уравнениями, на третьем – матричные методы (метод Крамера и метод Гаусса) и приравнивание уравнений. Заметим, что матричными методами воспользовались только студенты физико-математического и экономического направлений подготовки, студенты гуманитарии их не использовали. Увидеть, что система уравнений симметрична, также смогли лишь несколько студентов физико-математического и экономического направлений подготовки (4,3 и 0,8% соответственно).

Т а б л и ц а 4

**Стратегии решений системы уравнений студентами
разных направлений подготовки**

Стратегии решения системы уравнений	Группа 1	Группа 2	Группа 3	Итого
Стратегия 1 («элементарная»)	8 8,5%	26 25,5%	46 56,1%	80 28,8%
Стратегия 2 («репродуктивно-вариативная»)	74 78,7%	72 70,6%	28 34,1%	174 62,6%
Стратегия 3 («креативно-инсайтная»)	12 12,8%	3 2,9%	4 4,9%	19 6,8%
Стратегия 4 («оптимально-инсайтная»)	0	1 1%	4 4,9%	5 1,8%
Итого	94 100%	102 100%	82 100%	278 100%

Анализ полученных данных (см. табл. 4) показал, что у студентов физико-математического и экономического направлений подготовки самой распространенной стратегией решения системы уравнений является вторая («репродуктивно-вариативная»), ее продемонстрировали более 70% респондентов. Студенты гуманитарного направления подготовки для решения данной задачи чаще использовали первую («элементарную») и вторую («репродуктивно-вариативную») стратегии (56 и 34% соответственно). Следует отметить, что в данном случае, как и в случае с арифметической задачей, никто из студентов физико-математического направления подготовки не продемонстрировал четвертую стратегию («оптимально-инсайтную»), тогда как несколько человек экономического и гуманитарного направлений подготовки эту стратегию решения использовали.

Способы и стратегии решения текстовой задачи студентами разных направлений подготовки. В табл. 5 и 6 представлены способы и стратегии решений студентов системы линейных уравнений. Здесь группа 1 – физико-математическое направление подготовки, группа 2 – экономическое и группа 3 – гуманитарное.

**Способы решений текстовой задачи студентами
разных направлений подготовки**

Задача «Джем»: Мария изготавливает клубничное варенье для нескольких продовольственных магазинов. Для поставки варенья в магазины она разливает его по большим банкам. Однажды Мария разлила 80 литров варенья поровну по банкам. Она решила освободить 4 банки и переложить варенье из них поровну в другие банки. Мария поняла, что она добавила ровно $\frac{1}{4}$ от предыдущего количества в каждую банку. Сколько банок Мария приготовила в самом начале?

Решения	Доля студентов, представивших решение, %		
	Группа 1	Группа 2	Группа 3
Система уравнений	36,2%	18%	17,4%
Уравнение 1	2%	0	0
Уравнение 2	42,6%	27%	19,6%
Уравнение 3	2%	3%	0
По действиям	4,3%	12%	11%
Доли (проценты)	2%	0	2%
Подбор	2%	8,7%	0
Инсайт	8,5%	8%	4,3%
Статистики			
Коллективная гибкость	8	6	5
Диапазон индивидуальных пространств решений (беглость)	0 – 3	0 – 3	0 – 2
Среднее количество решений (М)	1,06	0,82	0,61

Текстовая задача от первых двух задач отличалась большей сложностью и меньшей традиционностью. Ее структурная сложность обусловлена тем, что в задаче присутствуют и количественно определяемые величины, и функциональные связи. Она также имеет несколько решений, некоторые из них основаны на традиционных математических алгоритмах, изучаемых в школьном курсе математики, другие являются нестандартными для математики (без использования переменных), основаны на понимании структуры задачи. С этой задачей справились далеко не все респонденты. Причем среди не решивших задачу есть студенты всех трех направлений подготовки. Несмотря на большое количество способов решения, предложенных респондентами трех целевых групп (коллективные пространства решений для физико-математического направления – 8, экономического – 6 и гуманитарного – 5), каждым респондентом было предложено не более 3 способов, большинство студентов предложили только по одному способу решения. Наиболее распространенными способами решений текстовой задачи во всех трех группах являются система уравнений и уравнение с одной переменной. Заметим, что несколько студентов каждого из трех направлений подготовки продемонстрировали нестандартные решения, основанные на понимании структуры задачи (4,3–8,5%).

**Стратегии решений текстовой задачи студентами
разных направлений подготовки**

Стратегии решения текстовой задачи	Группа 1	Группа 2	Группа 3	Итого
Стратегия 1 («элементарная»)	36 50%	44 62,9%	42 77,8%	122 62,2%
Стратегия 2 («репродуктивно-вариативная»)	6 8,3%	4 5,7%	2 3,7%	12 6,1%
Стратегия 3 («креативно-инсайтная»)	12 16,7%	5 7%	0	17 8,7%
Стратегия 4 («оптимально-инсайтная»)	18 25%	17 24,3%	10 18,5%	45 23%
Итого	72 100%	70 100%	54 100%	196 100%

Полученные в ходе исследования данные (см. табл. 6) показали, что самой распространенной стратегией решения текстовой задачи у студентов всех направлений подготовки является первая («элементарная»). Более половины респондентов использовали именно ее. На втором месте – четвертая стратегия («оптимально-инсайтная»), практически четвертая часть студентов (из тех, кто решил данную задачу) использовали данную стратегию решения. Две другие стратегии («репродуктивно-инсайтная» и «креативно-инсайтная») студенты применяли крайне редко.

Обсуждение результатов и выводы

Проведенное эмпирическое исследование показало, что существуют приоритеты в выборе студентами разных направлений определенных стратегий решения математических задач, традиционно используемых для выявления математической креативности. Так, студенты гуманитарного направления подготовки для решения всех трех задач применяли преимущественно «элементарную» стратегию.

У студентов физико-математического и экономического направлений подготовки преобладающей стратегией решения арифметической задачи и системы линейных уравнений является «репродуктивно-вариативная», при решении текстовой задачи обе группы в качестве доминирующей стратегии демонстрировали «элементарную».

Большую вариативность в выборе стратегий решения математических задач из трех групп продемонстрировали студенты экономического направления, так как ими были использованы все четыре стратегии («элементарная», «репродуктивно-вариативная», «креативно-инсайтная», «оптимально-инсайтная»).

Следует также отметить, что выбор стратегий решения математических задач варьировался в зависимости от вида представленной задачи во всех трех группах студентов.

Таким образом, полученные в рамках исследования результаты свидетельствуют о том, что:

- в выборе студентами стратегий при решении математических задач, предполагающих проявление математической креативности, доминируют «элементарная» и «репродуктивно-вариативная» стратегии;

- выбор студентами той или иной стратегии решения математических задач, имеющих несколько решений, зависит не только от направления подготовки (глубины изучения математики и математической компетентности), но и от вида задач, т.е. от структурной сложности математической задачи. Это значит, что студент, предлагающий оригинальное и креативное решение одной задачи, не обязательно проявит креативность при решении другой (не похожей) задачи.

В ранее проведенных нами исследованиях [8] было выявлено, что факт гуманитарной направленности выбранного студентом профиля обучения однозначно не свидетельствует об уровне развития математических способностей и что уровень развития математических способностей в большей степени определяется не столько профилем обучения, сколько уровнем общего интеллектуального развития. Это согласуется с данными зарубежных исследователей (Sheffield, 2009; Yerushalmy, 2009; Herskovits, Peled & Littler, 2009) об универсальном характере математической креативности как одной из характеристик продвинутого математического мышления и возможности ее развития у всех студентов. В этой связи представляется целесообразным вводить в образовательные программы профессиональной подготовки студентов психолого-образовательные технологии, направленные на актуализацию ресурсов самореализации как процесса и результата развития когнитивного потенциала [9].

Литература

1. Bryant D.P., Bryan B.R., Hammil D.D. Characteristic behaviours of students with LD who have teacher-identified math weakness // *Journal of Learning Disabilities*. 2000. Vol. 33. P. 168–177.
2. Krawec J.L. Problem representation and mathematical problem solving of students of varying math ability // *Journal of Learning Disabilities*. 2014. Vol. 47(2). P. 103–115.
3. Krawec J.L., Huang J., Montague M., Benikia Kressler, Amanda Melia de Alba. The effects of cognitive strategy instruction on knowledge of math problem-solving processes of middle school students with learning disabilities // *Learning Disability Quarterly*. 2012. Vol. 36 (2). P. 80–92.
4. Leikin R., Berman A., Koichu B. Exploring Mathematical Creativity Using Multiple Solution Tasks // *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*. 2007. P. 129–145.
5. Leikin R. & Lev M. Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: What makes the difference? // *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 2013. Vol. 45(2). P. 183–197.

6. Спиридонов В.Ф. Новые методы изучения мыслительных процессов // Психология. Журнал Высшей школы экономики. 2013. Т. 10, № 4.
7. Красноярцева О.М., Щеглова Э.А., Ваулина Т.А. Проявление математической креативности в стратегиях решения задач // Теоретическая и экспериментальная психология. 2014. Т. 7, № 2. С. 98–107.
8. Ваулина Т.А., Щеглова Э.А. Особенности взаимосвязи общего интеллекта и математических способностей у старшеклассников и студентов, обучающихся в разных образовательных средах // Сибирский психологический журнал. 2013. № 49. С. 74.
9. Красноярцева О.М. Актуализация потенциала одаренности подростков с выраженным интересом к математике: возможности психолого-образовательных технологий // Сибирский психологический журнал. 2013. № 48. С. 39–47.

ВАУЛИНА Татьяна Анатольевна, кандидат психологических наук, доцент, доцент кафедры общей и педагогической психологии Томского государственного университета.

E-mail: vaulina@rambler.ru

КРАСНОРЯДЦЕВА Ольга Михайловна, доктор психологических наук, профессор, заведующая кафедрой общей и педагогической психологии Томского государственного университета.

E-mail: krasnoo@mail.ru

ЩЕГЛОВА Элеонора Анатольевна, кандидат психологических наук, доцент, доцент кафедры общей и педагогической психологии Томского государственного университета.

E-mail: shcheglova@sibmail.com

THE CHOICE OF THE STRATEGIES OF MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING BY STUDENTS WHO MAJOR IN DIFFERENT SUBJECT AREAS

Vaulina Tatiana A., Krasnoryadtseva Olga M., Shcheglova Eleonora A. Tomsk State University (Tomsk, Russian Federation).

E-mail: vaulina@rambler.ru; krasnoo@mail.ru; shcheglova@sibmail.com

Keywords: the strategies of mathematical problem solving, mathematical creativity, fluency, flexibility, originality.

Abstract

The article reveals the results of the research of cognitive actions during solving mathematical problems by students who major in different subject areas. It depicts the short description of the strategies of solving mathematical tasks. The sample consists of 220 first year students who study at different departments of Tomsk State University. The choice of the first year students as a research sample is influenced with the fact that these students still have active competences in mathematical problem solving (as they passed the math exam half a year ago). In accordance with the areas of study, the respondents were divided into three target groups. The first group included students of applied mathematics and cybernetics who study at physical engineering department, the second group of students study at the department of economics, the third group of students study at the journalism department and institute of arts and culture. The article describes the evaluation model of mathematical creativity by means of solving multiple solution tasks developed by R. Leikin (2009). This model was used to investigate the peculiarities of strategies of solving mathematical tasks. It includes operational definitions and the evaluation schema to study the mathematical creativity, based on three elements: fluency, flexibility and originality – proposed by Torrance (1974). We defined the range of different ways of the solutions of each task based on the similarities and differences of mathematical conceptualization and arranged them into the group. The solutions of the same task were considered to be different if they were based on: different representation of mathematical concepts used in the task, different properties (definitions and theorems) of mathematical objects in definite field or different properties of mathematical objects in different fields. On the basis of empirical data we were able to identify collective solution space (the set of solutions proposed by the

group) and individual solution space (all of the solutions proposed by students). We estimated the indicators of correctness, fluency, flexibility, originality and creativity for each task for every participant in accordance with individual and collective solution spaces. The foundation for classification of strategies of solving mathematical tasks was the number of proposed solutions to the task, their effectiveness (finding the right solutions), the number of used mathematical approaches (ideas, concepts, algorithms, tools). The paper reveals the results of the scientific research that demonstrate the priorities of the students' choices of different trends of the strategies of mathematical problem solving, that are traditionally used for evaluation of mathematical creativity. It is noted that the choice of strategies for solving mathematical problems varies depending on the type of problem presented in all three groups of students. The general conclusions state that: - in the students' selection of strategies for solving mathematical problems involving mathematical creativity dominates "elementary" and "reproductive variability" strategy; - the selection of students of a particular strategy for solving mathematical problems that has multiple solutions, depends not only on the field of study (depth of study of mathematics and mathematical competence), but also on the type of tasks and the structural complexity of mathematical problem.

The introduction of psycho-educational technologies that are focused on the actualization of the resources of self-development as the process and outcome of cognitive potential into educational programs of professional training of students is supported.

References

1. Bryant D.P., Bryan, B.R., Hammil, D.D. Characteristic behaviours of students with LD who have teacher-identified math weakness. *Journal of Learning Disabilities*, 2000, vol. 33, pp. 168-177. DOI: 10.1177/002221940003300205.
2. Krawec J.L. Problem representation and mathematical problem solving of students of varying math ability. *Journal of Learning Disabilities*, 2014, vol. 47(2), pp. 103-115. DOI: 10.1177/0022219412436976.
3. Krawec J.L., Huang J., Montague M., Kressler B., Melia de Alba A. The effects of cognitive strategy instruction on knowledge of math problem-solving processes of middle school students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 2012, vol. 36 (2), pp. 80-92. DOI: 10.1177/0731948712463368.
4. Leikin R. *Exploring Mathematical Creativity Using Multiple Solution Tasks*. In: Leikin R., Berman A., Koichu B. (eds.) *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*. Rotterdam: Sense Publishers., 2009., pp. 129-145.
5. Leikin R., Lev M. Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: What makes the difference? *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 2013, vol. 45(2), pp. 183-197. DOI: 10.1007/s11858-012-0460-8.
6. Spiridonov V.F. New methods of thinking process research. *Psikhologiya. Zhurnal Vysshey shkoly ekonomiki – Psychology. Journal of the Higher School of Economics*, 2013, vol. 10, no. 4, pp. 5-38. (In Russian).
7. Krasnoryadtseva O.M., Shcheglova E.A., Vaulina T.A. Manifestation of mathematical creativity in the strategies of solving mathematical problems. *Teoreticheskaya i eksperimental'naya psikhologiya – Theoretical and experimental psychology*, 2014, vol. 7, no. 2, pp. 98-107. (In Russian).
8. Vaulina T.A., Shcheglova E.A. The peculiarities of interdependence between general intelligence and mathematical abilities of senior high school students and university students who study in different educational settings. *Sibirskiy psikhologicheskii zhurnal – Siberian Journal of Psychology*, 2013, no. 49, p. 74. (In Russian).
9. Krasnoryadtseva O.M. The actualization of the potential of gifted adolescents with a pronounced interest in mathematics: possibility of psycho-educational technologies. *Sibirskiy psikhologicheskii zhurnal – Siberian Journal of Psychology*, 2013, no. 48, pp. 39-47. (In Russian).