

ОСОБЕННОСТИ СТРУКТУРЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ СТАРШЕКЛАССНИКОВ ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОФИЛЯ ОБУЧЕНИЯ

Е.В. Емельянова

Восточно-Сибирская государственная академия образования (Иркутск, Россия)

Аннотация. Представлены результаты исследования особенностей структуры математических способностей у старшеклассников информационного профиля обучения. Автор опирается на четырехкомпонентную структуру математических способностей В.А. Крутецкого: получение математической информации (формализованное восприятие задачи); переработка математической информации (процессуальный компонент); хранение математической информации (математическая память); общий синтетический компонент (математическая направленность ума). В своей работе автор использовал модифицированную методику выявления описанных структурных компонентов, ранее предложенную В.А. Крутецким. Анализ результатов сравнения математических способностей у школьников-программистов и школьников-непрограммистов (из математического профиля) показал, что у программистов-старшеклассников более развиты такие компоненты, как процессуальный и общий синтетический. В условиях применения компьютерных технологий старшеклассники успешнее решают задачи, предполагающие опору на наглядные представления и схемы, так как в процессе программирования у учащихся усиливается дискретное восприятие мира, возрастают визуальные репрезентации, что в свою очередь способствует развитию параметров процессуального компонента: гибкости и высокой степени свернутости математического мышления, стремления к изяществу решений задач и обобщения математического материала.

Ключевые слова: математические способности; одаренность; информационные технологии; программирование; структура математических способностей; когнитивные процессы.

Современная образовательная практика системы школьного образования нацелена на создание условий для развития каждого ребенка с учетом его индивидуальных особенностей. В связи с этим особый интерес вызывают исследования по выявлению качественного своеобразия структуры математических способностей школьников в зависимости от профиля обучения, например, в условиях применения информационных технологий, в частности программирования математических задач на компьютере.

Программирование как практическая деятельность человека радикально влияет на его сознание, так как имеет специфическую природу оперирования формальными понятиями и объектами: позволяет про-

граммисту формализовать и моделировать изучаемые процессы, прогнозировать результаты. Это позволяет ему видеть картину изучаемых явлений в процессе развития, т.е. в динамике. Так, О.Г. Левина считает, что «выразительные возможности языка программирования, дополнительные возможности, которые используют программисты: структурирование, классификация, проектирование обрабатываемых данных и их представление, влияют на особенности восприятия и переработки кодируемой с помощью компьютера информации» [1. С. 21]. Действительно, с одной стороны, работа программиста требует высокого уровня абстрагирования и логического мышления, а с другой стороны, развивает способность наглядно представлять абстрактные математические соотношения и зависимости. Так, например, одним из первых этапов решения задачи на компьютере является вопрос, как и в виде чего представить структуру данных, т.е. схематично изобразить строение и типологию исходных, промежуточных и выходных данных. От этого выбора напрямую зависят последующие этапы разработки программы, в частности, выбор алгоритмов решения. Известный программист Н. Вирт считает, что «в конечном счете программы представляют собой конкретные основанные на реальном представлении и строении данных воплощения абстрактных алгоритмов» [2. С. 8]. Процесс программирования задачи, таким образом, способствует развитию наглядно-образного мышления, так как направлен на постоянное использование эвристических приемов с целью поиска оптимальных решений новых проблем, открытия новых знаний. Восприятие и осмысление одной и той же информации с помощью компьютера является более разносторонним, по мнению Г.Л. Смолян и К.Б. Шошникова: «...наряду с ее символическим представлением в памяти человека сохраняются также зрительные, слуховые, тактильные и другие репрезентации. За счет этого одни и те же элементы информации оказываются зафиксированными в различных контекстах» [3. С. 42].

Специфической особенностью процесса обучения школьников с помощью компьютера также является широкое использование сопутствующей гуманитарной технологии, которая заключается в способствовании самовыражению обучающихся и самореализации их интеллектуальных качеств. На это указывает А.А. Семенова, изучая особенности самосознания личности у интеллектуально одаренных подростков [4. С. 203]. В этой связи представляют особый интерес исследования по выявлению качественного своеобразия структуры математических способностей школьников в зависимости от профиля обучения, связанного с программированием математических задач на компьютере.

Цель нашего исследования заключалась в выявлении особенностей структуры математических способностей старшеклассников информационного профиля обучения. Нас также интересовала возрастная

динамика развития структуры математических способностей за период обучения в основной и старшей школе. Была выдвинута следующая гипотеза: существуют особенности развития структуры математических способностей у школьников, выраженные в неоднородности тенденций к развитию; применение информационных технологий влияет на положительную динамику в развитии всех компонентов математических способностей, особенно общего синтетического компонента (математическая направленность ума), за счет гармоничного сочетания двух составляющих: словесно-логической и наглядно-образной.

Основным в исследовании математических способностей является вопрос о сущности этого сложного психологического образования. Проблемы, которые подлежат изучению: специфичность математических способностей; структурность математических способностей; типология различий в математических способностях. Данная классификация проблем хорошо согласуется с моделью характеристик человека по Б.Г. Ананьеву: 1) субъект деятельности – операциональные механизмы (структурность способностей); 2) индивид – функциональные механизмы (специфичность способностей); 3) личность – мотивационные механизмы (типология различий в способностях) [5. С. 15].

В отечественной психологии большой вклад в изучение структуры способностей внесли многие исследователи. Так, В.Д. Шадриков в структуре способностей выделяет два важных компонента: функциональный и операциональный. Последний рассматривается через призму деятельности, является приспособлением к требованиям действительности [6. С. 38]. В.Н. Дружинин представляет трехкомпонентную структуру общих способностей: интеллект (способность решать задачи на основе имеющихся знаний), обучаемость (способность приобретать знания) и креативность (способность преобразовывать знания с участием воображения и фантазии) [7. С. 12]. М.А. Холодная в своей концепции интеллекта как формы организации ментального опыта расширяет структуру общих способностей до четырех компонентов: обучаемость, креативность, познавательные стили и конвергентные способности, при этом под конвергентными способностями подразумеваются следующие составляющие: вербальный интеллект, невербальный интеллект, комбинаторные свойства интеллекта, процессуальные свойства интеллекта [8. С. 13].

На наш взгляд, следует заострить внимание на процессуальных свойствах интеллекта, так как они включают в себя процессы переработки информации, а также операции (анализ, синтез, обобщение, сравнение, абстракция, конкретизация, систематизация, классификация), приемы (знания и умения) и стратегии интеллектуальной деятельности. При изучении вопроса, каким образом современные техноло-

гии обучения школьников влияют на специфику формирования специальных способностей, в частности математических, обратимся к исследованиям, осуществляемым в рамках когнитивного подхода. Согласно Г.В. Залевскому «когнитивные процессы, или когниции, – это, скорее всего, те процессы, которые информацию накапливают, сохраняют, обрабатывают, трансформируют, вызывают, затем используют и т.д. Психические активности или функции, как: восприятие, представление, воспоминание, мышление, решение проблем и действие понимаются как возможные шаги в процессе переработки информации» [9. С. 37].

Изучая математические способности, В.А. Крутецкий выделил в их структуре четыре основных компонента: «...а) получение математической информации (формализованное восприятие задачи); б) переработка или, другими словами, процессуальный компонент (логичность рассуждений, обобщение математического материала, свернутость математического мышления, гибкость мыслительных процессов, стремление к изяществу решения); в) хранение математической информации, т.е. математическая память и г) общий синтетический компонент (математическая направленность ума, определяющая типологию математических способностей)» [10. С. 375]. Для сравнения приведем структуру математических способностей, предложенную А.Н. Колмогоровым. Знаменитый математик считал, что математические способности состоят из трех основных компонентов: «...логических рассуждений, алгоритмических вычислительных способностей и геометрического воображения» [11. С. 227]. Мы в своей работе придерживались структуры математических способностей, разработанной В.А. Крутецким, который разработал ее с точки зрения получения, переработки и хранения математической информации, что сближает автора с представителями когнитивного подхода в психологии. Особо следует отметить, что ученый связывает такой структурный компонент, как математическая направленность ума, не с мотивационными механизмами личности, а со степенью развития двух составляющих: словесно-логическим и наглядно-образным подкомпонентами [10. С. 345].

Для выявления структуры математических способностей нами была составлена методика [12. С. 38], в основу которой вошли отдельные серии математических задач, используемых В.А. Крутецким в [10. С. 186]. Методика по выявлению структуры математических способностей представляет сокращенный вариант заданий (5 серий из 26) по классификации В.А. Крутецкого:

– «Задачи с постепенной трансформацией из конкретного в абстрактный план» на *получение математической информации* (назовем

это перцептивным компонентом А), а также на *хранение математической информации* (будем называть это мнемоническим компонентом В);

– «Эвристические задачи» и «Задачи общематематические и логические» на *переработку математической информации* (процессуальный компонент Б);

– «Задачи с различной степенью наглядности решения» на *определение общего синтетического компонента* (общий синтетический компонент Г).

Всего было составлено 9 тестовых батарей задач, решение каждой задачи во всех сериях оценивалось по дихотомической шкале, затем результат выражался в процентном соотношении по числу правильно решенных заданий в серии. Серия, направленная на изучение общего синтетического компонента, содержала поровну задания на использование словесно-логического и наглядно-образного подходов к решению. Подробно методика описана в монографии [12. С. 38] и статье [13. С. 134] и прошла апробацию на общей выборке более чем из 300 учащихся с различным уровнем математических способностей в возрасте от 11 до 18 лет.

Из общей выборки были выделены 140 учащихся из разных классов (с 5-го по 11-й) с углубленным изучением математики (7 групп по 20 человек в каждой с уровнем $IQ \geq 120$) для изучения возрастной динамики математических способностей. Также из общей выборки были составлены две группы: старшекласников информационного профиля обучения – «программистов» (участников предметных олимпиад по информатике регионального уровня) и старшекласников-«непрограммистов» (школьников математического профиля, не изучающих углубленно основы программирования). Объем выборки по каждой группе составил 21 человек. При этом были соблюдены условия внутренней валидности по половому признаку, возрасту и успеваемости по математике.

На рис. 1 представлена возрастная динамика развития структуры математических способностей за период обучения в основной и старшей школе.

Исследование показало, что все четыре структурных компонента математических способностей претерпевают качественные и количественные изменения: имеют тенденцию к увеличению с возрастом школьников, наиболее равномерное развитие происходит только после 7-го класса. Р-уровень значимости выявленных различий по критерию Крускала – Уоллиса при решении тестовых заданий разными группами составил не более 0,001 при показателях эмпирического значения критерия от 43,8 до 75,8. При этом качественный скачок в уровнях всех четырех компонентов приходится на период обучения школьников в 6-

х и 7-х классах: p -уровень значимости наблюдаемых различий по критерию Стьюдента составил от 0,001 до 0,022 при наблюдаемых градациях эмпирического значения критерия от 5,66 до 2,39.

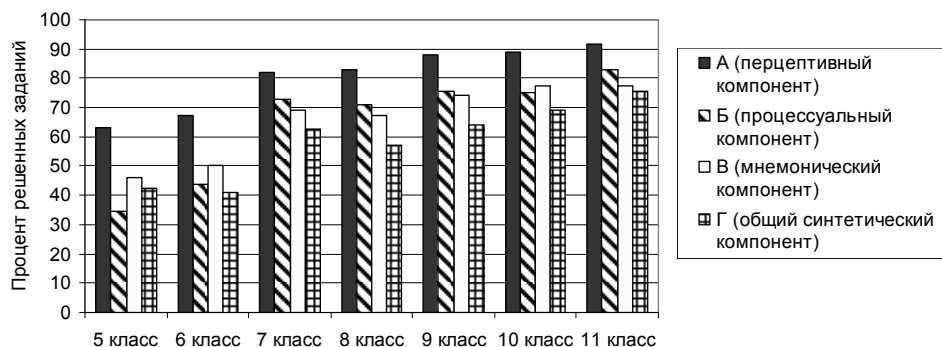


Рис. 1. Возрастная динамика развития структуры математических способностей за период обучения в основной и старшей школе

Таким образом, подтверждается вывод В.А. Крутецкого [10. С. 364] о том, что в среднем возрасте (в нашем случае при переходе учащихся из 6-го в 7-й класс) под влиянием школьного обучения тенденции к формализации восприятия, выделению формальной структуры, обобщению математического материала и качественному изменению других параметров процессуального компонента и математической памяти приобретают у учащихся более широкий характер.

На рис. 2 представлены среднегрупповые профили структуры математических способностей «программистов» и «непрограммистов».

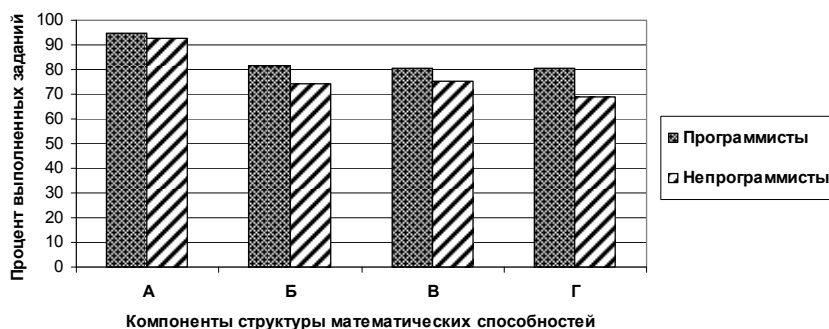


Рис. 2. Среднегрупповые профили структуры математических способностей старшеклассников «программистов» и «непрограммистов» (А – перцептивный, Б – процессуальный, В – мнемонический, Г – общий синтетический компоненты)

Анализ тестов показал, что у школьников-программистов преобладают более высокие показатели по всем структурным составляю-

щим: А, Б, В и Г. При этом достоверно значимые различия согласно критерию Стьюдента наблюдаются у общего синтетического ($t = 3,44$ при $p = 0,001$) и процессуального ($t = 2,003$ при $p = 0,05$) компонентов. Высокий процент решенных заданий на определение общего синтетического компонента программисты получили за успешное решение задач, предполагающих опору как на словесно-логические рассуждения, так и на наглядные представления и схемы. Старшеклассники-непрограммисты имели затруднения при решении обоих типов задач. Этот факт позволяет нам высказать предположение, что хорошо развитое наглядно-образное мышление программистов способствовало увеличению процессуального компонента их математических способностей.

Полученные результаты позволяют заключить, что проведенное исследование подтвердило выдвинутую гипотезу и исходные допущения, а также дает основание для продолжения дальнейшего изучения структуры математических способностей. В условиях применения компьютерных технологий старшеклассники успешнее решают задачи, предполагающие опору на наглядные представления и схемы, так как в процессе программирования у учащихся усиливается дискретное восприятие мира, возрастают визуальные репрезентации, что в свою очередь способствует развитию у них параметров процессуального компонента: гибкости и высокой степени свернутости математического мышления, стремления к изяществу решений задач и обобщения математического материала. Следовательно, использование программирования в условиях школьного обучения позволит продуктивно развивать творческий потенциал, эвристические способности, гибкость мышления и компетенции учащихся, что представляется особенно значимым в свете тех реформ, которым подвержено современное российское образование.

Литература

1. Левина О.Г. Взаимодействие компьютера и человека как социальное явление // Педагогический вестник. М., 1998. № 2. С. 21–27.
2. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных. Досса : Хамарайан, 1997. 360 с.
3. Смолян Г.Л., Шошников К.Б. Феномен персональной ЭВМ: философско-методологический аспект // Вопросы философии. 1986. № 6. С. 42–55.
4. Семенова А.А. Самосознание личности и его особенности у интеллектуально одаренных подростков // Известия Российского государственного педагогического университета имени А.И. Герцена. Аспирантские тетради: Педагогика и психология, теория и методика обучения. 2007. № 17 (43). Ч. II. С. 203–207.
5. Ананьев Б.Г. О соотношении способностей и одаренности // Проблемы способностей. М., 1962. С. 15–32.

6. *Шадриков В.Д.* О структуре познавательных способностей // Психологический журнал. 1985. № 3. С. 38–47.
7. *Дружинин В.Н.* Психология общих способностей. СПб. : Питер, 1999. 368 с.
8. *Холодная М.А.* Основные направления изучения психологии способностей в Институте психологии РАН // Психологический журнал. М., 2002. Т. 23, № 3. С. 13–22.
9. *Залевский Г.В.* Основы бихевиорально-когнитивной терапии и консультирования : учеб. пособие. Томск : Томский государственный университет, 2006. 50 с.
10. *Крутецкий В.А.* Психология математических способностей школьников. Москва : Институт практической психологии ; Воронеж : НПО МОДЕК, 1998. 416 с.
11. *Колмогоров А.Н.* Математика – наука и профессия. М., 1988. 288 с.
12. *Емельянова Е.В.* Тест структуры математических способностей // Психология детской одаренности и творческих способностей / под ред. Л.И. Ларионовой. Иркутск : ВСГАО, 2009. С. 38–71.
13. *Емельянова Е.В.* Методика диагностики математических способностей школьников и их развитие в условиях обучения информационным технологиям // Ценностные основания психологии и психология ценностей : материалы IV Сибирского психологического форума. Томск, 2011. С. 134–137.

ЕМЕЛЬЯНОВА Елена Владимировна, старший преподаватель кафедры психодиагностики и практической психологии факультета прикладной психологии Восточно-Сибирской государственной академии образования (Иркутск).
E-mail: edu@irk.ru

FEATURES OF STRUCTURE OF MATHEMATICAL ABILITIES OF HIGH SCHOOL STUDENTS, LEARNING INFORMATION PROFILE

Emelianova Elena V., VPO East-Siberian State Academy of Education (Irkutsk, Russian Federation). E-mail: edu@irk.ru

Keywords: mathematical abilities; giftedness; information technology; programming; structure of mathematical abilities; cognitive processes.

Abstract

The modern educational practice of the school system is aimed at creating conditions for the development of each child based on its individual characteristics. In this regard, studies to determine the qualitative uniqueness of the structure of mathematical abilities of students depending on the profile of training are of a particular interest.

The aim of our study was to identify the structural features of the mathematical abilities of advanced high-school students studying computers. We relied on the structure of V.A. Krutetskiy consisting of four components: obtaining mathematical information (perceptual component); processing mathematical information (procedural component); storage mathematical information (mnemonic component); mathematical orientation of the mind (general synthetic component). The following hypothesis was proposed: the use of information technology affects the positive trend in the development of all components of mathematical abilities, and especially on general synthetic component due to the harmonious combination of two sub-components: verbal-logical and visual-figurative.

We used a modified technique, which is a shortened version of tasks classification of V.A. Krutetskiy. The tasks consisted of nine batteries of problems whose solution was as-

sessed by a dichotomous scale, and then the result was expressed as a percentage by a number of correctly solved tasks in the series.

A study conducted on a sample of 140 students from different grades (from 5th to 11th) with advanced curriculum in Mathematics, showed that all four structural components of mathematical abilities tend to increase with the age of students, the most even development takes place only after the 7th grade. There is a qualitative leap for the period of students training in grades 6 and 7.

Analysis of the results of the comparison of mathematical abilities in schoolchildren programmers and non-programmers (from the grade with advanced curriculum in Mathematics) showed that general synthetic and procedural components at programmers are more developed. Programmers better perform tasks that can be solved by relying on visual representations and schemes, general mathematical and heuristic tasks. This allows us to conclude that students programmers are characterized by a high level of flexibility of thought and desire for elegance of solving problems, they represent better arithmetic reasoning and show a good level of generalization of a mathematical material.

The study confirmed the hypothesis and assumptions, and provided a basis for the continuation of further study of the mathematical abilities structure.

References

1. Levina O.G. Vzaimodeystvie komp'yutera i cheloveka kak sotsial'noe yavlenie [The interaction of computer and human as a social phenomenon]. *Pedagogicheskiy vestnik*, 1998, no. 2, pp. 21-27.
2. Virt N. *Algoritmy i struktury dannykh* [Algorithms and data structures]. Dossa: Khamarayan, 1997. 360 p.
3. Smolyan G.L., Shoshnikov K.B. Fenomen personal'noy EVM: filosofsko-metodologicheskii aspekt [The phenomenon of a personal computer: the philosophical and methodological aspect]. *Voprosy filosofii*, 1986, no. 6, pp. 42-55.
4. Semenova A.A. Samosoznanie lichnosti i ego osobennosti u intellektual'no oda-rennykh podrostkov [Self-consciousness and its features possessed by the intellectually gifted adolescents]. *Izvestiya Rossiyskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta imeni. Aspirantskie tetradi: Pedagogika i psikhologo-giya, teoriya i metodika obucheniya*, 2007, no. 17 (43), Pt. II, pp. 203-207.
5. Anan'ev B.G. O sootnoshenii sposobnostey i odarennosti [On the relation between abilities and talents]. In: Myasishchev V.N. (ed.) *Problemy sposobnostey* [Problems of abilities]. Moscow: Akademiya Publ., 1962, pp. 15-32.
6. Shadrikov V.D. O strukture poznavatel'nykh sposobnostey [On the structure of cognitive abilities]. *Psikhologicheskii zhurnal*, 1985, no. 3, pp. 38-47.
7. Druzhinin V.N. *Psikhologiya obshchikh sposobnostey* [The psychology of general abilities]. St. Petersburg: Piter Publ., 1999. 368 p.
8. Kholodnaya M.A. Osnovnye napravleniya izucheniya psikhologii sposobnostey v Institute psikhologii RAN [The main directions in the study of psychological faculties at the Institute of Psychology RAS]. *Psikhologicheskii zhurnal*, 2002, vol. 23, no. 3, pp. 13-22.
9. Zalevskiy G.V. *Osnovy bikhevioral'no-kognitivnoy terapii i konsul'tirovaniya* [The fundamentals of behavioral-cognitive therapy and counseling]. Tomsk: Tomsk State University Publ., 2006. 50 p.
10. Krutetskiy V.A. *Psikhologiya matematicheskikh sposobnostey shkol'nikov* [Psychology of mathematical abilities of school students]. Moscow: Institute of Applied Psychology; Voronezh: NPO MODEK Publ., 1998. 416 p.

11. Kolmogorov A.N. *Matematika – nauka i professiya* [Mathematics – the science and profession]. Moscow, 1988. 288 p.
12. Emel'yanova E.V. *Test struktury matematicheskikh sposobnostey* [The test of the structure of mathematical abilities]. In: Larionova L.I. (ed.) *Psikhologiya detskoy odarennosti i tvorcheskikh sposobnostey* [Psychology of children's giftedness and creativity]. Irkutsk: VSGAO Publ., 2009, pp. 38-71.
13. Emel'yanova E.V. [Methods of diagnostics of mathematical abilities of schoolchildren and their development in information technology training]. *Tsennostnye osnovaniya psikhologii i psikhologiya tsennostey: materialy IV Sibirskogo psikhologicheskogo foruma* [The axiological fundamentals of psychology and psychology of values: Proc. of the 4th Siberian psychological forum]. Tomsk, 2011, pp. 134-137. (In Russian).