

и иметь вектор степеней $((k+1)^2, 2^{m+k})$ тогда и только тогда, когда

$$\forall i \in \{1, \dots, k\} (l_i > 1 \Rightarrow \forall j \in \{2, \dots, l_i\} \exists p (1 \leq p \leq k \ \& \ (l_p = j - 1 \vee l_p = l_i - j))) .$$

Минимальное вершинное 1-расширение из теоремы 2 строится следующим образом: к дереву T добавляется вершина, соединяется ребрами со всеми листьями и с корневой вершиной.

Среди 67 сверхстройных деревьев с числом вершин до 10 и имеющих минимально возможное число дополнительных ребер $k+1$ только 3 не подпадают под теорему 2. В частности, все сверхстройные деревья с числом вершин до 7 имеют минимальное вершинное 1-расширение вида, указанного в теореме 2. Самые малые по числу вершин сверхстройные деревья, которые имеют минимальные вершинные 1-расширения, отличные от вида из теоремы 2, — это 8-вершинные сверхстройные деревья $(1, 1, 5)$ и $(2, 2, 3)$. Всего 13 сверхстройных деревьев с числом вершин до 10 не подпадают под действие теоремы 2.

Удалось описать одно семейство сверхстройных деревьев, у которых есть минимальное вершинное 1-расширение вида $(k+1, k, 3, 2^{m+k-1})$.

Теорема 3. Пусть сверхстройное дерево T является объединением k ($k > 2$) цепей с длинами не более 2, среди которых есть хотя бы одна цепь длины 1 и хотя бы одна цепь длины 2. Тогда граф G^* , полученный из дерева T добавлением вершины и соединением ее со всеми листьями и любой вершиной степени 2, является минимальным вершинным 1-расширением дерева T .

Непосредственной проверкой можно убедиться, что графы из теоремы 3 подпадают под действие теоремы 2 и, таким образом, имеют по крайней мере два минимальных вершинных 1-расширения. Оказывается, что имеет место более сильное утверждение.

Теорема 4. Пусть сверхстройное дерево T является объединением k ($k > 3$) цепей с длинами не более 2, среди которых есть хотя бы одна цепь длины 1 и хотя бы одна цепь длины 2. Тогда дерево T имеет в точности два неизоморфных минимальных вершинных 1-расширения, которые строятся по схемам из теорем 2 и 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hayes J. P. A graph model for fault-tolerant computing system // IEEE Trans. Comput. 1976. V. C25. No. 9. P. 875–884.
2. Абросимов М. Б. Минимальные вершинные расширения графов // Новые информационные технологии в исследовании дискретных структур. Томск, 2000. С. 59–64.

УДК 681.3.012+681.3-192

ПРИМЕНЕНИЕ НЕНАДЁЖНЫХ ТЕСТОВ ДЛЯ САМОДИАГНОСТИКИ МОДУЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ПРИ КРАТНЫХ ОТКАЗАХ

Димитриев Ю. К., Задорожный А. Ф.

Исследуется возможность децентрализованной диагностики модульных вычислительных систем в условиях кратных отказов. Модули с точки зрения диагностики являются неделимыми единицами системы. Их функциональные характеристики позволяют им в одиночку осуществить полную проверку других (соседних) модулей и

оценить их исправность. Состояние вычислительной системы (ВС) определяется сопоставлением результатов тестирования, полученных разными модулями (самодиагностика ВС). Кратность неисправностей есть предельно допустимое число неисправных модулей, при котором ещё существует возможность определения состояния ВС.

Используется известная графовая модель диагностирования систем при отказах кратности не более t , предложенная в работе [1]. Диагностической моделью ВС является орграф $G = (V, E)$, в котором множество вершин $V = \{1, 2, \dots, N\}$ представляет модули ВС, а множество $E = \{(i, j) : i, j \in V\}$ дуг — тесты над ними. Для вершин $i, j \in V$ дуга (i, j) существует, если и только если модуль i может проверить модуль j . Вершины графа имеют отметки x , значения которых определяют состояние модулей: $x(i) = 0$ при исправности и $x(i) = 1$ при неисправности модуля i . Результаты тестов над модулями соответствуют весам дуг графа. Совокупность вершин, имеющих единичные значения меток x , составляет образ F_k , $F_k \subset V$, неисправностей системы, а совокупность значений весов $a(i, j)$, $(i, j) \in E$, графа образует его синдром S_k .

При заданной кратности неисправностей t допустимое множество $F(t)$ неисправных состояний системы составляют все возможные сочетания по k модулей, где $k = 1, 2, \dots, t$. Каждый образ неисправностей мощности k может порождать 2^k синдромов. В терминах описанной модели определение состояния ВС заключается в идентификации вершин графа, образующих множество F_k , по заданному синдрому S_k .

В каждом конкретном случае результат диагностирования зависит от состояния тестирующего и тестируемого модулей. Поэтому диагностическую модель можно описывать четверкой булевских переменных $a_{gg}, a_{gb}, a_{bg}, a_{bb}$, каждая из которых представляет возможное значение исхода тестирования в зависимости от технического состояния модулей: a_{gg} — оба модуля исправны; a_{gb} — тестирующий модуль исправен, а тестируемый неисправен и т. д. При этом исход $a(i, j)$ теста $(i, j) \in E$ равен нулю, если модуль i считает исправным модуль j , и единице в противном случае. Получаемая тестирующим модулем оценка состояния тестируемого модуля достоверна, когда тестирующий модуль исправен, и ненадёжна, т. е. может не соответствовать фактическому состоянию тестируемого модуля, в противном случае. В этих терминах исходы тестирования, соответствующие известной модели ПМЧ [1], можно описать четверкой $(0, 1, \alpha, \alpha)$. Знак α означает возможность произвольного исхода теста, выполняемого неисправным модулем.

Исходы ненадёжного теста могут быть детерминированными или случайными (недетерминированными). В литературе рассматриваются модели, отличающиеся разными условиями детерминированности исхода ненадёжного теста (см., например, [2]). Исход *недетерминированного* ненадёжного теста в литературе описывается как величина, не имеющая числового значения.

Введем в качестве численной меры полноты и корректности теста, выполняемого неисправным модулем, пару значений $p(0)$ и $p(1)$, соответствующих вероятности получения результата теста $a(i, j) = 0$ и $a(i, j) = 1$ соответственно; $p(0) + p(1) = 1$.

По соотношению между $p(0)$ и $p(1)$ ($p(0) = p(1)$, $p(0) > p(1)$ или $p(0) < p(1)$) и по тому, зависит ли это соотношение от состояния тестируемого модуля, ненадёжные тесты разделены на девять классов. В предложенной авторами классификации известная ПМЧ-модель соответствует классу 1: для ненадёжного теста $p(0) = p(1)$ независимо от технического состояния тестируемого модуля.

В данной работе обсуждаются свойства классов ненадёжных тестов. Обосновано выделение класса 9 как наиболее простого в реализации. В этом классе $p(0) < p(1)$ для ненадёжного теста независимо от технического состояния тестируемого модуля.

В работе проведено сравнение эффективности систем диагностирования с ненадёжными тестами классов 1 и 9. Эффективность использования ненадёжных тестов указанных классов изучена методом имитационно-статистического моделирования на примере описанного в работе [3] децентрализованного алгоритма самодиагностирования «СЧЁТ». Для класса 9 выбрано $p(1) = 0,75$ при любом техническом состоянии тестируемого модуля.

Суть алгоритма «СЧЁТ» состоит в последовательном построении подсистем, в которых все модули по результатам взаимного тестирования считают друг друга исправными. Показано, что если число модулей в подсистеме превышает заданное значение кратности неисправностей t , то эта подсистема содержит действительно исправные модули. Предложены правила, позволяющие идентифицировать исправные модули такой подсистемы. Эти модули используются как диагностическое ядро для определения технического состояния остальных модулей.

В ходе моделирования собирались данные для определения характеристик эффективности алгоритма самодиагностирования, которые связаны с процессом формирования подсистем, выделения диагностического ядра и определения технического состояния системы в целом. Полученные при моделировании результаты показали, что применение ненадёжных тестов класса 9 позволяет существенно улучшить эффективность рассматриваемого алгоритма самодиагностирования.

Таким образом, на примере показана зависимость функций распределения для синдромов, совместных с допустимыми образами неисправностей, от надёжных свойств применяемых тестов. Это позволяет адаптировать к ним функционально полный алгоритм самодиагностирования (т. е. алгоритм, разрабатываемый без учёта указанных функций распределения), улучшая эффективность самодиагностирования системы. С другой стороны, проведённые исследования позволяют поставить новую задачу в области диагностирования систем с кратными отказами — задачу разработки теста с заданными характеристиками надёжности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Preparata F. P., Metze G. Chien R. J. On connection assignment problem of diagnosable systems // IEEE Trans. El. Comput. 1967. V. EC-16. No. 12. P. 848–854.
2. Радойчевски В. Ц., Шалаев А. Я. Параллельная диагностируемость модульных систем при децентрализованной дешифрации синдрома // Электронное моделирование. 1992. Т. 14. № 1. С. 57–63.
3. Димитриев Ю. К. Самодиагностика модульных вычислительных систем. Новосибирск: ВО «Наука», 1993. 293 с.

УДК 519.17

ОБ ОДНОМ СЕМЕЙСТВЕ ТОЧНЫХ 2-РАСШИРЕНИЙ ТУРНИРОВ

А. А. Долгов

Граф H называется *точным (вершинным) k -расширением* графа G , если граф G изоморфен каждому подграфу H , получающемуся путем удаления любых его k вершин и всех связанных с ними дуг (ребер). Основные определения в работе используются в соответствии с [1].

Циркулянт называется n -вершинный граф G , такой, что, если его вершинам приписать метки от 0 до $n - 1$, то из вершины i в вершину j будет идти дуга тогда и только тогда, когда $(i - j) \bmod n \in S$, где S — это некоторое подмножество множе-