

УДК 160.1
10.17223/1998863X/44/2

В.А. Ладов

КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ИЕРАРХИЧЕСКОГО ПОДХОДА РАССЕЛА–ТАРСКОГО К РЕШЕНИЮ ПРОБЛЕМЫ ПАРАДОКСОВ¹

Рассматривается проблема теоретико-множественных и семантических парадоксов. Ортодоксальным способом решения проблемы парадоксов считается иерархический подход, разработанный в первой половине XX в. Б. Расселом и А. Тарским. Однако в конце XX – начале XXI в. в исследовательской литературе стали появляться отдельные публикации, которые критиковали иерархический подход в тех или иных аспектах. Автор данной статьи ставит перед собой цель аккумулировать и систематизировать всю сумму критических аргументов в адрес иерархического подхода, которые были представлены в различных работах логиками и философами в последние десятилетия. Такое исследование позволяет показать все многообразие критических замечаний в адрес иерархического подхода и его уязвимость в различных аспектах. Автор делает вывод о том, что иерархический подход нельзя считать приемлемым способом решения проблемы парадоксов.

Ключевые слова: парадокс, иерархический подход, Рассел, Тарский, теория типов, язык, метаязык, самореферентность.

Введение

Иерархический подход к решению проблемы теоретико-множественных и семантических парадоксов оформился в рамках традиции аналитической философии в первой половине XX в. Сначала усилиями Б. Рассела [1] была разработана логическая теория типов, которая разрешала парадоксы на уровне выявления корректных форм мышления (логико-математических понятий и способов рассуждений), а затем А. Тарский [2] сформулировал концепцию иерархии метаязыков, которая разрешала парадоксы на уровне выявления корректных способов языковой репрезентации мышления. Главный методологический прием, который используется в иерархическом подходе к решению проблемы парадоксов, состоит в запрете на явление самореферентности (self-reference). Теория типов Рассела расценивает как логически некорректные такие понятия и способы рассуждения, формирование которых опирается на явление самореферентности. Концепция метаязыков Тарского запрещает смешивать объектный язык и метаязык, который сам становится объектным языком для метаязыка следующего уровня. Явление самореферентности в языке возможно только при смешении объектного языка и метаязыка, что в концепции Тарского признается семантически некорректным.

Иерархический подход стал ортодоксальным в логике и философии второй половины XX в. Энциклопедические философские издания в разделах, касающихся логических парадоксов, до сих пор указывают иерархический

¹ Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-18-00057).

подход Рассела–Тарского как общепринятый, ясный и приемлемый способ решения парадоксов.

Однако в исследовательской литературе по логике, эпистемологии и философии математики как на протяжении второй половины XX в., так и в самые последние годы периодически появлялись работы, критикующие иерархический подход в тех или иных аспектах. Тем не менее эти критические исследования были все же спорадическими и слишком разрозненными, чтобы нанести весомый урон авторитету иерархического подхода к решению проблемы парадоксов.

Автор данной статьи ставит перед собой цель аккумулировать в единое целое различные критические аргументы в адрес иерархического подхода, которые были высказаны в исследовательской литературе, чтобы продемонстрировать весомость всего многообразия критических оценок, показать уязвимость иерархического подхода в различных аспектах и, соответственно, поставить под сомнение адекватность данного подхода к решению проблемы парадоксов.

Решение проблемы парадоксов с точки зрения иерархического подхода

В работе «Математическая логика, основанная на теории типов» Б. Рассел рассмотрел следующие парадоксы: парадокс класса всех классов, которые не являются собственными элементами (впоследствии в логической литературе данный парадокс получил название парадокса Рассела); парадокс Бурали–Форти о наибольшем ординале; парадокс отношений; парадокс Лжеца; парадокс Берри; парадокс наименьшего неопределимого ординала; парадокс Ришара.

Рассел утверждал, что все парадоксы подобны между собой по тому основанию, которое и порождает парадоксальный характер данного вида рассуждений. Рассел называет основанием парадоксов явление самореферентности:

«У всех указанных выше противоречий (которые суть лишь выборка из бесконечного числа) есть общая характеристика, которую мы можем описать как самореферентность или рефлексивность» [1. С. 18].

Соответственно, решение парадоксов он видит в запрете на самореферентность, на котором и строится теория типов как основание новой логики, свободной от парадоксов.

Парадокс Рассела содержит самореферентность, поскольку проблемным оказывается специфический класс, который содержит себя самого. Соответственно, преодоление парадокса состоит в запрете на образование такого класса.

Парадокс отношения содержит самореферентность, поскольку здесь ставится вопрос об отношении специфического отношения к себе самому. Соответственно, преодоление парадокса состоит в том, что данный вопрос объявляется бессмысленным.

Парадокс Бурали–Форти содержит самореферентность, поскольку проблемным оказывается ординал множества всех ординалов, который должен сам оказаться внутри этого множества. Соответственно, преодоление парадокса состоит в объявлении бессмысленности понятия наибольшего ординала.

Парадокс Лжеца содержит самореферентность, поскольку формулируется в виде высказывания, которое говорит о себе самом. Соответственно, преодоление парадокса состоит в запрете на продуцирование такого высказывания, логический субъект которого представляет собой само это высказывание.

Парадокс Берри содержит самореферентность, поскольку в нем обсуждается число, которое обладает свойством S1, а также свойством S2, представляющим собой такое описание свойства S1, которое противоречит самому этому свойству. В данном случае преодоление парадокса состоит в запрете смешения свойства и его описания, представленного как свойство, в одном объекте.

Парадокс наименьшего неопределимого ординала содержит самореферентность по той же самой причине, что и парадокс Берри, а именно в нем обсуждается ординал, который обладает свойством S1, а также свойством S2, представляющим собой описание свойства S1.

В парадоксе Ришара имеет место ситуация, аналогичная той, что зафиксирована в парадоксе Берри и парадоксе наименьшего неопределимого ординала.

А. Тарский анализирует только парадокс Лжеца, причем в сугубо лингвистическом аспекте, рассматривая данный парадокс даже не на уровне высказываний, которые можно было бы трактовать и как лингвистические, и как логические структуры, а на уровне предложений языка, что однозначно, в представлении Тарского, характеризует парадокс Лжеца как семантический (лингвистический) парадокс. Вот как выглядит формулировка парадокса Лжеца у Тарского:

«Мы дадим очень простую формулировку этой антиномии благодаря Я. Лукасевичу.

Для большей ясности мы будем использовать символ ‘с’ как печатную аббревиатуру выражения ‘предложение, напечатанное на этой странице, в строке 5 сверху’. Рассмотрим теперь следующее предложение:

с не является истинным предложением

(данное предложение в исходном тексте напечатано на прочитываемой странице именно на 5-й строке сверху. – В.Л.).

Принимая во внимание значение символа ‘с’, мы можем эмпирически установить:

(α) ‘с не является истинным предложением’ тождественно с.

Для взятого в кавычки имени предложения с мы вводим разъяснение типа 2) (речь идет о представленном выше в статье А. Тарского разъяснении употребления предиката истины посредством формулировки предложений эквивалентности. – В.Л.):

(β) ‘с не является истинным предложением’ является истинным предложением тогда и только тогда, когда с не является истинным предложением.

Посылки (α) и (β), взятые вместе, тут же дают противоречие:

с является истинным предложением тогда и только тогда, когда с не является истинным предложением» [2. Р. 157–158].

Причину парадокса Лжеца А. Тарский также видит в явлении самореферентности, которое в лингвистической сфере имеет место в тех языках, где

есть возможность формулировать предложения о самих этих языках. Такие языки Тарский называет универсальными языками, указывая на то, что именно в них возникают противоречия:

«... семантические антиномии... доказывают, что любой универсальный язык, в котором соблюдаются обычные законы логики, должен быть непоследовательным» [2. Р. 164–165].

Соответственно, способ разрешения противоречивых ситуаций, подобных парадоксу Лжеца, Тарский видит в установлении запрета на универсальный язык. Концепция иерархии метаязыков не допускает явления самореферентности как раз в контексте запрета на универсальный язык. Данная концепция утверждает необходимость «размыкания» языков, недопущения ситуации, при которой язык замыкается на себе и начинает говорить о самом себе.

Критические аргументы в адрес иерархического подхода к решению проблемы парадоксов

Критику в адрес иерархического подхода, высказанную в исследовательской литературе по парадоксам разными авторами, в разное время и в различных контекстах, можно систематизировать и представить в виде упорядоченной классификации типов критических аргументов. Ниже представлена попытка такой классификации.

«Реванш-проблемы» иерархического подхода

Во-первых, иерархический подход к решению парадоксов порождает так называемые «реванш-проблемы». В литературе по парадоксам «реванш-проблемами» (*revenge problems*) называют ситуации, при которых те или иные предлагаемые решения парадоксов сами оказываются парадоксальными (См., напр.: [3]), т.е. сами попадают в те же логические ловушки, которые пытаются преодолеть.

П. Вайс [4] вскоре после появления теории типов опубликовал в журнале «Mind» статью, в которой указывал на проблематичность расселовской концепции. Теория типов Рассела устанавливает запрет на универсалистский дискурс в целом. Нельзя говорить обо всем сразу, всегда следует помнить, что какое бы то ни было высказывание может касаться только ограниченной предметной области. Следовательно, и истинностная оценка этого высказывания также не может быть универсальной, она всегда должна релятивизироваться относительно того определенного круга предметов, который охватывается в высказывании. Но как быть с самой формулировкой теории типов? Относится ли она сама только к определенному типу высказываний, охватывающих определенную, ограниченную предметную область, или все же представляет собой пример высказывания того самого универсального характера, запрет на которые она как раз и пытается установить? Если верно первое, то данная теория не охватывает собой все возможные типы высказываний и, значит, допускает существование высказываний таких типов, которые будут руководствоваться иными принципами, отличными от принципа теории типов. Таким образом, данная теория в самом своем утверждении должна допустить собственное отрицание. Если же верно второе, то форма утверждения данной теории вступает в противоречие с ее содержанием: тезис об отсут-

ствии универсальных высказываний формулируется в высказывании, претендующем на статус универсального. В итоге теория типов сама оказывается в логическом тупике.

Американский логик Ф. Фитч, указывает на то, что теория типов Б. Рассела сама может быть построена только на основании предпосылки существования универсальной самореферентной концептуальной разработки, запрет на которую она стремилась установить. Если же такую предпосылку исключать, то теория типов в принципе не реализуема. Ф. Фитч утверждает, что теория типов «...*не может* приписать тип значению слова ‘тип’, хотя она должна это делать, если эта теория касается всех значений. Проще говоря, нет ‘порядка’... который можно приписать пропозиции обо всех пропозициях, поэтому нет порядка, который можно приписать пропозиции, устанавливающей... теорию типов» [5. Р. 71].

В отношении семантической концепции А. Тарского хорошо известна критическая аргументация Х. Патнема, в которой используется метафора так называемого языка красных чернил [6]. Если красными чернилами записываются правила для всех возможных языков, высказывания которых записаны чернилами всех иных известных цветов, то каким цветом будут записываться правила для языка красных чернил, т.е. для самой концепции Тарского? Если красным, то сам этот язык оказывается замкнут на самом себе, т.е. самореферентным. Если же мы должны предположить существование чернил иного, неизвестного нам цвета, то правила языка красных чернил не будут распространяться на этот новый метаязык и высказывания, записанные новым цветом, могут регулироваться иными правилами, отличными от разработанной семантической концепции.

*Ослабление исследовательского потенциала логики, математики
и философии в контексте запрета на самореферентность*

Во-вторых, запрет на самореферентность в мышлении, по мнению определенной группы критиков иерархического подхода, наносит существенный урон исследовательскому потенциалу логики, математики и философии.

Так, А. Андерсон отмечает, что «затруднение такой позиции (имеется в виду полный запрет на самореферентность как способ устранения парадоксов. – *В.Л.*) состоит в том, что некоторые из самых глубоких доказательств в логике включают самореферентность (в том смысле, который необходим для достижения абсолютной ясности...» [7. Р. 8].

С этим мнением соглашается и Ф. Фитч, указывая на то, что теория типов должна быть по крайней мере ограничена:

«Проблема состоит в том, чтобы найти теорию типов, которая бы элиминировала ‘порочные’ виды самореферентности, которые ведут к математическим и семантическим парадоксам, но не те виды, которые представляют важную часть философской логики или требуются для развития теории натуральных чисел» [5. Р. 71–72].

С. Крипке указывает на то, что при формулировке знаменитых теорем К. Геделя определенным образом задействуется самореферентность, и потому ее полное отрицание также наносит урон важным математическим достижениям [8]. Правда, данный вопрос до сих пор является дискуссионным. Ряд

авторов утверждают, что никакой самореферентности в теоремах Геделя нет. Об этом пишет, например, П. Смит:

«Нет ничего подозрительного или парадоксального в Первой теореме Геделя, которая является техническим результатом о формальных аксиоматических системах (результат, который может быть доказан без обращения к ‘самореферентным’ предложениям)» [9. Р. 4].

Но наш отечественный специалист в области философии математики В.В. Целищев подчеркивает, что сам Гедель «впал в первородный грех» [10. С. 53] и заявил о самореферентности в своей первой теореме. В.В. Целищев указывает на следующие слова Геделя:

«Мы, следовательно, имеем предложение, которое говорит о себе, что оно недоказуемо» [11. Р. 148].

Наконец, Ф. Фитч замечает, что самореферентность является важнейшей идеей не только для логики и математики, но и для философии. По мысли этого американского логика, философия как максимально широкое представление об универсуме в целом обязана опираться на идею самореферентности, чтобы достичь необходимой полноты своего знания:

«Характерная черта философии состоит в том, чтобы дотянуться до этого максимального уровня и быть способной использовать самореферентные виды рассуждения, которые возможны на этом уровне» [5. Р. 69].

Случайно парадоксальные формы самореферентности

В-третьих, некоторые мыслители подчеркивают, что парадоксальность определенных форм рассуждений, содержащих самореферентность, не является необходимой, эта парадоксальность эмпирически случайна. Данные формы мысли, содержащие самореферентность, могут к парадоксам приводить, а могут и не приводить, и в таком случае радикализм иерархического подхода Рассела–Тарского, предлагающий полностью запретить самореферентность в мышлении и языке в качестве решения проблемы парадоксов, начинает вызывать сомнение.

Такого рода дискуссии проходят вокруг так называемого «кроссreferенциального Лжеца», в котором имеет место опосредованная самореферентность: агент речи *A* что-то говорит о суждениях *B*, а *B* что-то о суждениях *A*. В результате такого кругового движения суждение *A* оказывается замкнутым на самом себе опосредовано, через *B*. С. Крипке в работе «Очерк теории истины» [8] обсуждает кроссreferенциального Лжеца на примере высказывания Смита: «Все, что Джонс говорит об Уотергейте, истинно» и высказывания Джонса: «Все, что Смит говорит об Уотергейте, ложно». Если допустить, что высказывания Смита о Джонсе и Джонса о Смите также относятся к событиям вокруг Уотергейта, то, исходя из предположения, что высказывание Смита истинно, мы должны сделать вывод, что оно ложно, и наоборот.

В опоре на анализ Крипке исследователи Д. Бэрвайс и Д. Этчемэнди в своей книге «Лжец. Эссе об истине и циркулярности» [12] подчеркивают, что парадоксальность кроссreferенциального Лжеца оказывается лишь эмпирически случайной. Смит может высказывать огромное число содержательных предложений о том, что Джонс говорит об Уотергейте, подтверждая это тем, что данные предложения истинны, в том числе и продуцируя и общее выска-

зывание с предикатом истины: «Все, что говорит Джонс об Уотергейте, истинно». Ни одно из этих высказываний не будет логически ущербным. И только лишь при том случайном обстоятельстве, если Смит выскажется обо всех высказываниях Джонса об Уотергейте как об истинных, а Джонс, в свою очередь, выскажется обо всех высказываниях Смита об Уотергейте как о ложных, возникнет проблема. Но иерархический подход сразу будет запрещать суждение Смита всеобщего характера. Суждение Смита с точки зрения иерархического подхода должно касаться только тех суждений Джонса, которые не затрагивают данное суждение Смита, поскольку суждение Смита будет относиться к иному логическому типу суждений, нежели суждения Джонса, о которых говорит Смит. Если же Джонс захочет высказаться и о суждении Смита, то это новое суждение Джонса уже будет относиться к иному логическому типу, нежели суждение Смита и т.д.

На возражение, которое высказали Д. Бэрвайс и Д. Этчемэнди, что парадоксальность кроссрeференциального Лжеца оказывается лишь эмпирически случайной, что Смит мог продуцировать сколь угодно много высказываний в адрес того, что говорит об Уотергейте Джонс и что только лишь один единственный случай в данных высказываниях приводил бы к парадоксу, можно было бы ответить аргументом А. Якуба из его книги «Лжец говорит правду. В защиту ревизионной теории истины» [13]. Данный аргумент можно назвать «строгим кроссрeференциальным Лжецом»:

«Предположим, что Смит написал во время t *единственное* предложение: ‘Предложение, которое напишет Джонс во время t_1 , истинно’, а затем, во время t_1 , Джонс написал *только* это предложение ‘Предложение, которое написал Смит во время t , не является истинным’» [13. Р. 31].

Данное рассуждение действительно представляет собой строгий парадокс, в котором нет места какой-либо эмпирической случайности, причем парадоксальность возникает при любой начальной посылке. Если предложение Смита истинно, то Джонс высказал истину о том, что Смит лжет. Следовательно, если предложение Смита истинно, то оно ложно. Если предложение Смита ложно, то Джонс лжет, что Смит лжет, значит, Смит говорит истину. Следовательно, если предложение Смита ложно, то оно истинно. Если предложение Джонса истинно, то предложение Смита, в котором говорится об истинности предложения Джонса, ложно, а значит, предложение Джонса ложно. Следовательно, если предложение Джонса истинно, то оно ложно. Если предложение Джонса ложно, то предложение Смита, в котором говорится об истинности предложения Джонса, истинно, а значит, предложение Джонса истинно. Следовательно, если предложение Джонса ложно, то оно истинно.

Но даже с такими поправками, когда появляется возможность указать на строгую парадоксальность в ситуации, где имеет место явление саморeферентности (в данном случае опосредованной саморeферентности), иерархический подход, заявляющий об отказе от саморeферентности в принципе, не перестает вызывать серьезные сомнения. Дело в том, что можно сформулировать не просто случайно парадоксальные, но и необходимо непарадоксальные суждения, опирающиеся на явление саморeферентности. И здесь мы подходим к четвертому типу критических аргументов по отношению к иерархическому подходу.

Непарадоксальные формы самореферентности

В-четвертых, существуют такие самореферентные формы мысли и языка, которые вообще не приводят к парадоксам ни при каких обстоятельствах.

Прежде всего определенная группа критиков иерархического подхода обращает внимание на то, что к парадоксам приводит, как правило, отрицательная самореферентность, в то время как положительные формы самореферентности оказываются свободными от противоречий. Так, Т. Боландер различает понятия «порочной самореферентности» (*vicious self-reference*, по аналогии с принципом порочного круга в логике: *circulus vitiosus*) и «невинной самореферентности» (*innocuous self-reference*):

«Самореферентность, которая ведет к парадоксам, мы называем *порочной самореферентностью*, а самореферентность, которая этого не делает, мы называем *невинной самореферентностью*» [14. Р. 24].

Д. Билл обсуждает понятие «truth-teller», что можно было бы перевести как «правдолюбец», для описания самореферентного высказывания с положительным предикатом истины [15. Р. 126]. Этот пример показателен тем, что как только мы в формулировке «Лжеца» заменим отрицательный предикат истины на положительный, угроза парадокса сразу же исчезает. На это же обращает внимание и Т. Боландер:

«Можно показать, что самореферентность может быть порочной только тогда, когда она включает отрицание или что-то эквивалентное ему (такое как 'нет')» [14. Р. 24].

Г. фон Вригт вводит термин «существенная отрицательность» для характеристики тех форм рассуждений, включающих отрицание, которые приводят к образованию парадоксов. По этому признаку фон Вригт объединяет известные парадоксы, основанные на явлении самореферентности:

«Можно сказать, что антиномии Греллинга, Рассела и Лжеца устанавливают или демонстрируют 'существенную отрицательность' некоторых понятий» [16. С. 447].

Таким образом, самореферентность, включающая отрицание, как правило, сразу создает опасность логического тупика для мышления, что демонстрируют указанные фон Вригтом парадоксы. Но рассуждения, основанные на явлении самореферентности, в которых отрицание отсутствует, чаще всего никаких проблем для последовательного мышления не создают.

Однако стоит заметить, что провести четкую демаркационную линию, разделяющую парадоксальные формы самореферентности от непарадоксальных по критерию наличия / отсутствия в них отрицания, все же не удастся.

Так, современный российский логик В.О. Лобовиков [17] обращает внимание на то, что формулировка первой теоремы Геделя представляет собой пример отрицательной самореферентности, которая не является парадоксальной. Предложение Геделя, указывающее на то, что в рамках формальной аксиоматической системы существует истинная, но недоказуемая формула, может быть представлено следующим образом:

$$\omega \equiv (s \vdash \omega),$$

где s – формальная арифметическая теория; ω – формула (предложение) в рамках s , такая что она недоказуема в s .

В данной формальной записи предложение Геделя является самореферентным, ибо на вопрос, а какое именно предложение является недоказуемым в s , можно указать на следующее предложение: «Имеется предложение, такое что оно недоказуемо в s », т.е. геделевским предложением оказывается сама ω , указывающая на себя самое. Если самореферентное предложение «Имеется предложение, такое что оно недоказуемо в s » истинно, то оно недоказуемо в s .

Самореферентное предложение Геделя содержит отрицание «не является доказуемым» и, тем не менее, оно непротиворечиво. Отсюда В.О. Лобовиков делает вывод о том, что явление отрицательной самореферентности нельзя считать подлинным основанием логических противоречий, поскольку можно привести по крайней мере один пример (первая теорема Геделя) непротиворечивого предложения, содержащего отрицательную самореферентность [17. С. 54].

Однако, как уже было замечено выше в связи с обсуждением теорем Геделя у С. Крипке, вопрос о том, имеется ли у Геделя самореферентность в принципе, является до сих пор дискуссионным, и поэтому выводы В.О. Лобовикова следует признать только потенциально значимыми.

А вот пример, который в своем исследовании парадоксов приводит американский логик А. Гупта, представляется неоспоримым аргументом в пользу того, что существует отрицательная самореферентность, которая не приводит к парадоксам. А. Гупта указывает, ни много ни мало, на классический логический закон недопущения противоречия как на пример отрицательной непарадоксальной самореферентности:

«Существует множество предложений, которые включают в себя самореферентность, но при этом, очевидно, не являются каким-то образом проблематичными. Например, среди этого множества закон: ‘Ни одно предложение не является истинным и ложным’. Естественнее всего считать, говорит оно о любом предложении, включая самое себя, что ни одно не может быть вместе истинным и ложным. Интуитивно это предложение осмысленно и в самом деле истинно» [18. Р. 1].

Так или иначе, даже оставляя в стороне сложный вопрос о фиксации главной причины образования парадоксов, можно с уверенностью сказать, в противовес иерархическому подходу, что самореферентность как таковая точно не выступает в качестве этой причины, ибо очевидно, что существуют такие примеры самореферентности, которые к парадоксам не приводят в принципе. Иерархический подход Рассела–Тарского оказывается неоправданно радикальным. Вместе с парадоксальными формами самореферентности он запрещает и вполне последовательные самореферентные суждения.

Парадокс без самореферентности

В-пятых, можно сформулировать парадокс, который вообще не содержит самореферентности. Это обстоятельство оказывается еще одним критическим аргументом в адрес иерархического подхода. Защитники иерархического подхода могли бы заявить, что даже если самореферентность как таковая не выступает достаточной причиной возникновения парадоксов, то она является по крайней мере их необходимой причиной. Пусть не всякая самореферентность приводит к парадоксам, но все парадоксы возникают обязательно в са-

моререферентной среде как их необходимом условии, и потому блокировка самореферентности все равно может быть оправдана как купирование общей, необходимой причины образования парадоксов. В данных условиях формулировка парадокса, который бы в принципе не содержал самореферентность, могла бы разрушить и эту последнюю опору иерархического подхода.

Такой парадокс был сформулирован в самом конце XX в. американским логиком С. Ябло. Он представлял собой специфическую модификацию классического парадокса Лжеца. В этой модификации Лжец формулировался вне самореферентной среды. Это позволило Ябло утверждать:

«Почему некоторые предложения парадоксальны, тогда как другие нет? Начиная с Рассела, универсальным ответом был следующий: циркулярность или, точнее, самореферентность. <...> Я заключаю, что самореферентность не является ни необходимым, ни достаточным условием парадокса Лжеца и подобных ему парадоксов» [19. Р. 251–252].

С. Ябло формулирует свой парадокс следующим образом:

«Вообразим бесконечную последовательность предложений S_1, S_2, S_3, \dots каждое из которых утверждает, что любое последующее предложение не является истинным:

(S1) для всех $k > 1$ S_k не является истинным.

(S2) для всех $k > 2$ S_k не является истинным.

(S3) для всех $k > 3$ S_k не является истинным.

Предположим, для образования противоречия, что некоторое S_n истинно. Допустим, S_n говорит, что для всех $k > n$ S_k не является истинным. Следовательно (а) S_{n+1} не является истинным и (б) для всех $k > n+1$, S_k не является истинным. Но (б) есть то, что фактически говорит S_{n+1} , и это противоречит (а), а именно S_{n+1} является истинным! Пусть каждое предложение S_n в данной последовательности не является истинным. Но тогда предложения, следующие за любым данным S_n , не являются истинными, и отсюда S_n истинно!» [Ibid].

Противоречие при заданных условиях будет возникать уже на втором шаге рассуждения.

1. Принимаем, что S_n , которое само формулируется как «Все последующие предложения не являются истинными», истинно.

2. Следующее за S_n предложение S_{n+1} «Все последующие предложения не являются истинными» по условию 1 не является истинным.

3. Опять же, по условию 1 следующее за S_{n+1} предложение S_{n+2} «Все последующие предложения не являются истинными» не должно быть истинным. Но это именно то, что утверждает предложение S_{n+1} . Следовательно, S_{n+1} истинно и ложно.

Однако если бы противоречие возникало только в качестве следствия принятия посылки, что S_n истинно, и не возникало бы при обратном условии, то мы бы имели дело, скорее, не с парадоксом, а с доказательством от противного ложности принимаемой посылки, а именно ложности, что S_n истинно. Для образования парадокса необходимо показать, что противоречие возникает и при принятии противоположной посылки, а именно что S_n не является истинным. Поэтому Ябло продолжает. Допустим, все предложения вида «Каждое последующее предложение не является истинным», в том числе и S_n , не являются истинными. Но тогда все последующие за S_n предложе-

ния по определению не являются истинными. Но это именно то, что утверждает Sn, следовательно, Sn истинно. Налицо парадокс: с чего бы мы ни начинали, предположив сначала, что некоторое Sn истинно, а затем, что ни одно S не является истинным, мы приходим к противоречию.

Самое важное и оригинальное в рассуждении Ябло то, что Sn оказывается не самореферентным. Оно не ссылается на самое себя. Sn всегда говорит только о последующих предложениях, но не о себе самом.

Необходимо отметить, что в случае с парадоксом Ябло мы имеем ситуацию, которая в чем-то аналогична дискуссиям вокруг теорем Геделя. Не все исследователи соглашались с тем, что Ябло в самом деле удалась совершенно оригинальная формулировка парадокса. Так, австралийский логик Г. Прист [20] настаивает на том, что при более тщательном рассмотрении в парадоксе Ябло все же обнаруживается самореферентность, и данный парадокс в целом оказывается подобным классическому парадоксу Лжеца. Но среди современных философов есть и те, кто поддерживает позицию С. Ябло, например один из известных участников дискуссии реализма / антиреализма в логике и эпистемологии Н. Теннант [21].

Нельзя сказать, что парадокс Ябло, учитывая его дискуссионный характер, является последним убийственным аргументом для иерархического подхода, но сам факт формулировки данного парадокса, бесспорно, оказывается дополнительным фактором, усиливающим сомнение в адекватности того решения проблемы парадоксов, которое было предложено Б. Расселом и А. Тарским.

Иерархический подход с точки зрения здравого смысла

Наконец, в-шестых, некоторые мыслители, критикуя иерархический подход, выбирают опору на здравый смысл, что во многом характерно для аргументационной стилистики аналитической философии в целом. Утверждается, что иерархический подход попросту не согласуется со здравым смыслом. Об этом говорит, например, Р. Мартин:

«Моя позиция на настоящий момент состоит только в том, что вопрос о способности естественных языков выражать свою собственную семантику (т.е. вопрос о семантически замкнутых языках, содержащих самореферентность. – В.Л.) – это важный вопрос, по отношению к которому имеющийся ортодоксальный ответ (т.е. ответ в рамках иерархического подхода. – В.Л.) в поразительной степени контринтуитивен» [22. Р. 272].

Иерархический подход контринтуитивен и слишком тривиален. Р. Мартин продолжает:

«Конечно, отказ от самореферентности делает возможным ввести предикат истины или предикат подтверждения безнаказанно, но это не единственный путь, и, определенно, это не самый естественный и интересный путь» [22. Р. 275].

Критические аргументы Р. Мартина лучше всего проиллюстрировать на примере эпистемологической проблематики. Если эпистемолог в своей концепции продуцирует высказывание о том, какую истинностную оценку следует давать теоретическим высказываниям, то, в соответствии с иерархическим подходом, при критической оценке данной концепции запрещается ставить вопрос об истинности самого этого высказывания в том же смысле, в

каком это высказывание эпистемолога говорит об истинности теоретических высказываний. Очевидно, что данный запрет выглядит по меньшей мере странным с точки зрения здравого смысла, ибо как мы можем всерьез относиться к работе предполагаемого эпистемолога, что-то утверждающего об истинности теоретических высказываний, если даже его собственная концепция, состоящая из такого рода высказываний, уже не подпадает под действие тех тезисов, которые в ней устанавливаются. Разве этот эпистемолог может сказать что-то достоверно истинное о других концепциях, если он не в состоянии высказаться достоверно даже о своей собственной концепции? Решить же данную проблему с помощью методик, которая позволяет просто ее не замечать, – слишком тривиально.

Выводы

Те или иные критические аргументы в адрес иерархического подхода Рассела–Тарского к решению проблемы парадоксов, представленные в данной статье, появлялись в исследовательской литературе в разное время, у разных авторов и порою не могли существенно повлиять на изменение оценки данного подхода, который до сих пор во многих источниках по философии логики предстает как наиболее известный, ортодоксальный и приемлемый способ разрешения логико-семантических парадоксов. Однако, будучи собранными вместе, эти аргументы, по мнению автора статьи, достигают своего рода «критической массы», при которой происходит обрушение всей теоретической конструкции. Данные аргументы показывают, что иерархический подход – это слишком искусственный и грубый методологический прием, который неверно диагностирует причины образования парадоксов, вместе с парадоксальными формами рассуждений запрещает непарадоксальные, не позволяет разрешить всех парадоксов и сам оказывается парадоксальным.

Литература

1. Рассел Б. Математическая логика, основанная на теории типов // Логика, онтология, язык. Томск, 2006. С. 16–62.
2. Tarski A. The Concept of Truth in Formalized Languages // Logic, Semantics, Metamathematics. Oxford : Oxford University Press, 1956. P. 152–278.
3. Field H. A Revenge-Immune Solution to the Semantic Paradoxes // Journal of Philosophical Logic. 2003. № 32. P. 139–177.
4. Weiss P. The Theory of Types // Mind. 1928. Vol. 37, № 147. P. 338–348.
5. Fitch F. Self-Reference in Philosophy // Mind. 1946. Vol. 55, № 217. P. 64–73.
6. Патнем Х. Реализм с человеческим лицом // Аналитическая философия: становление и развитие. М. : ДИК, 1998. С. 466–494.
7. Anderson A.P. St. Paul's Epistle to Titus // The Paradox of the Liar. New Haven and London, 1970. P. 1–11.
8. Крунке С. Очерк теории истины // Язык, истина, существование. Томск : Изд-во Том. ун-та, 2002. С. 151–183.
9. Smith P. An Introduction to Godel's Theorem (second edition). Cambridge : Cambridge University Press, 2013.
10. Целищев В.В. Истинность неразрешимых предложений в свете первой теоремы Геделя о неполноте // Вестник Томского государственного университета. 2017. № 421. С. 53–58.
11. Godel K. On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems I // Collected Works of Kurt Godel. Oxford : Oxford University Press, 1986.
12. Barwise J., Etchemendy J. The Liar. An Essay on Truth and Circularity. New York, Oxford : Oxford University Press, 1987.

13. *Yaqub A.* The Liar Speaks the Truth. A Defense of the Revision Theory of Truth. New York, Oxford : Oxford University Press, 1993.
14. *Bolander T.* Essay: Self-reference and Logic // *ФNEWS*. 2002. № 1, April. P. 9–43.
15. *Beall Jc.* A Neglected Deflationist Approach to the Liar // *Analysis*. 2001. Vol. 61 (2), April. P. 126–129.
16. *Вригт Г.Х. фон.* Гетерологический парадокс // *Логико-философские исследования : избранные труды*. М. : Прогресс, 1986.
17. *Лобовиков В.О.* Проблема неполноты формально определенных систем норм позитивного права, первая теорема Геделя о неполноте и юридические фикции как важный компонент юридической техники // *Научный вестник Омской академии МВД России*. 2013. № 2 (49). С. 53–57.
18. *Gupta A.* Truth and Paradox // *Journal of Philosophical Logic*. 1982. № 11. P. 1–60.
19. *Yablo S.* Paradox without Self-reference // *Analysis*. 1993. Vol. 53. P. 251–252.
20. *Priest G.* The Structure of the Paradoxes of Self-Reference // *Mind*. 1994. Vol. 103, № 409. P. 25–34.
21. *Tennant N.* On paradox without self-reference // *Analysis*. 1995. № 55. P. 199–207.
22. *Martin R.* Toward a Solution to the Liar Paradox // *The Philosophical Review*. 1967. Vol. 76, № 3. P. 279–311.

Vsevolod A. Ladov, Tomsk State University (Tomsk, Russian Federation).

E-mail: ladov@yandex.ru

Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science. 2018. 44. pp. 11–24.

DOI: 10.17223/1998863X/44/2

CRITICAL ANALYSIS OF THE HIERARCHICAL APPROACH TO THE SOLUTION OF THE PARADOX PROBLEM

Keywords: paradox; hierarchical approach; Russell; Tarski; theory of types; language; metalanguage; self-reference.

The problem of logical paradoxes is considered in the article. In the first half of the 20th century, a hierarchical approach to solving paradoxes was formulated in the works of Bertrand Russell and Alfred Tarski. From the point of view of this approach the main reason for paradoxes is self-reference. Hence, the hierarchical approach completely prohibits self-reference in thinking and language. This is a solution to the paradox problem in the context of the approach. In the second half of the 20th century, the point of view of the hierarchical approach became generally accepted. Many encyclopedic philosophical writings consider the hierarchical approach as a clear and acceptable way of solving the paradox problem. However, in the research literature on logic, epistemology and the philosophy of mathematics in recent decades there appeared works criticising the hierarchical approach in various aspects. In particular, it was asserted that a) the hierarchical approach generates “revenge problems”; b) the hierarchical approach places undesirable limits for the development of mathematical theories and forces to abandon important results in the field of the philosophy of mathematics; c) the hierarchical approach is too radical for, first, some self-referential statements are paradoxical by accident and, second, some self-referential statements are obviously not paradoxical; d) the hierarchical approach does not cover all paradoxes for paradoxes can be formulated without self-reference; e) the hierarchical approach is absurd from a common sense point of view. Nevertheless, these critical studies were sporadic and unsystematic. Separately, they could not destroy the authority of the hierarchical approach to solving the paradox problem. The author of this article aims to accumulate various critical arguments to the hierarchical approach that were expressed in the research literature in order to demonstrate the importance of the whole variety of critical views, to show the vulnerability of the hierarchical approach in various aspects and to call into question the adequacy of this approach to solving the paradox problem.

References

1. Russell, B. (2006) *Matematicheskaya logika, osnovannaya na teorii tipov* [Mathematical logic as based on the theory of types]. Translated from English by V.A. Surovtsev. In: Surovtsev, V.A. (ed.) *Logika, ontologiya, yazyk* [Logic, Ontology, Language]. Tomsk: Tomsk State University. pp. 16–62.
2. Tarski, A. (1956) The concept of truth in formalized languages. In: Tarski A. (ed.) *Logic, Semantics, Metamathematics*. Oxford: Oxford University Press. pp. 152–278.
3. Field, H. (2003). A Revenge-Immune Solution to the Semantic Paradoxes. *Journal of Philosophical Logic*. 32. pp. 139–177. DOI: 10.1023/A:1023027808400

4. Weiss, P. (1928). The Theory of Types. *Mind*. 37(147). pp. 338–348. DOI: 10.1093/mind/XXXVII.147.338
5. Fitch, F. (1946) Self-Reference in Philosophy. *Mind*. 55(217). pp. 64–73. DOI: 10.1093/mind/LV.219.64
6. Putnam, H. (1998) Realizm s chelovecheskim litsom [Realism with a human face]. In: Gryaznov, A.F. (ed.) *Analiticheskaya filozofiya: stanovlenie i razvitie* [Analytical Philosophy: The establishment and development]. Translated from English and German. Moscow: Dom intellektual'noy knigi. pp. 466–494.
7. Anderson, A.P. (1970) St. Paul's Epistle to Titus. In: Martin, R.L. (ed.) *The Paradox of the Liar*. New Haven and London. pp. 1–11.
8. Kripke, S.A. (2002) Oчерк teorii istiny [Outline of a theory of truth]. Translated from English by V.A. Surovtsev. In: Surovtsev, V.A. (ed.) *Yazyk, istina, sushchestvovanie* [Language, Truth and Existence]. Tomsk: Tomsk State University. pp. 151–183.
9. Smith, P. (2013) *An Introduction to Gödel's Theorem (second edition)*. Cambridge: Cambridge University Press.
10. Tselishchev, V.V. (2017) The truth of undecidable sentences in the perspective of Gödel's first incompleteness theorem. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta – Tomsk State University Journal*. 421. pp. 53–58. (In Russian). DOI: 10.17223/15617793/421/7
11. Gödel, K. (1986) On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems. In: Feferman, S. (ed.) *Collected Works of Kurt Gödel*. Oxford: Oxford University Press.
12. Barwise, J. & Etchemendy, J. (1987) *The Liar. An Essay on Truth and Circularity*. New York, Oxford: Oxford University Press.
13. Yaqub, A. (1993) *The Liar Speaks the Truth. A Defense of the Revision Theory of Truth*. New York, Oxford: Oxford University Press.
14. Bolander, T. (2002) Self-Reference and Logic. *Phi News*. 1. pp. 9–43.
15. Beall, Jc. (2001) A Neglected Deflationist Approach to the Liar. *Analysis*. 61(2). pp. 126–129. DOI: 10.1111/1467-8284.00281
16. Wright, G.H. von. (1986) Geterologicheskiy paradoks [The Heterological Paradox]. Translated from English by G.I. Galanter. In: Ruzavin, G.I. & Smirnov, V.A. (eds.) *Logiko-filosofskie issledovaniya: Izbrannyye trudy* [Logical and Philosophical Studies: Selected Works]. Moscow: Progress. pp. 449–482.
17. Lobovikov, V.O. (2013) Problema nepolnoty formal'no opredelennykh sistem norm pozitivnogo prava, pervaya teorema Gedelya o nepolnote i yuridicheskiye fiktzii kak vazhnyy komponent yuridicheskoy tekhniki [The problem of incomplete formally defined systems of positive law, the first of Gödel's theorems of incompleteness and legal fiction as an important component of legal technique]. *Nauchnyy vestnik Omskoy akademii MVD Rossii – Scientific Bulletin of the Omsk Academy of the MIA of Russia*. 2(49). pp. 53–57.
18. Gupta, A. (1982) Truth and Paradox. *Journal of Philosophical Logic*. 11. pp. 1–60. DOI: 10.1007/BF00302338
19. Yablo, S. (1993) Paradox without Self-reference. *Analysis*. 53. pp. 251–252. DOI: 10.1093/analysis/53.4.251
20. Priest, G. (1994) The Structure of the Paradoxes of Self-Reference. *Mind*. 103(409). pp. 25–34. DOI: 10.1093/mind/103.409.25
21. Tennant, N. (1995) On paradox without self-reference. *Analysis*. 55. pp. 199–207. DOI: 10.1093/analysis/55.3.199
22. Martin, R. (1967) Toward a Solution to the Liar Paradox. *The Philosophical Review*. 76(3). pp. 279–311.