

УДК 536.75

В.С. КИРЧАНОВ

КВАНТОВЫЙ ЗАТУХАЮЩИЙ ОСЦИЛЛЯТОР ФОКА С ЛИНЕЙНОЙ ДИССИПАЦИЕЙ И УРАВНЕНИЕ ЛИНБЛАДА

Ключевые слова: осциллятор Фока, уравнение Линблада.

Квантовый затухающий гармонический осциллятор давно используется для описания открытых квантовых систем, в которых происходит диссипация энергии. Основным уравнением для открытых систем служит квантовое уравнение Линблада [1] в различных формах, которое является обобщением уравнения Лиувилля – Неймана, справедливым для замкнутых квантовых систем. Примеры различных резервуаров в виде двухуровневых систем, квантовой оптики, квантовое броуновское движение и др. приведены в монографии [2]. Уравнение Линблада [2, 3] существует в двух основных формах: для статистического оператора в представлении Шредингера и сопряжённого уравнения Линблада для гейзенберговских операторов системы.

Работа посвящена решению сопряжённого уравнения Линблада для квантового затухающего гармонического осциллятора в представлении Фока. Такое уравнение можно использовать при рассмотрении затухания электромагнитного поля в случае распространения фотонов в прозрачных средах с диссипацией, которую традиционно не учитывают (см., например, обзор [4]).

Мы будем использовать следующее модифицированное динамическое квантовое сопряженное основное уравнение Линблада для операторов системы, которое является обобщением уравнения (3.314) [2]:

$$\frac{\partial \hat{D}(t)}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H} + \hat{W}, \hat{D}] - \frac{\alpha}{2\hbar^2} (N+1) \{ \hat{b}^+ [\hat{b}, \hat{D}] + [\hat{D}, \hat{b}^+] \hat{b} \} - \frac{\alpha}{2\hbar^2} N \{ \hat{b} [\hat{b}^+, \hat{D}] + [\hat{D}, \hat{b}] \hat{b}^+ \}, \quad (1)$$

где $\hat{H} = \frac{1}{2} \hbar \omega (\hat{b}^+ \hat{b} + \hat{b} \hat{b}^+) = \frac{1}{2} \hbar \omega \{ \hat{b}^+, \hat{b} \}_+$ – гамильтониан осциллятора с частотой ω в абстрактном гильбертовом пространстве [4]; $\hat{W} = -i\hbar \frac{c}{2} (\hat{b}^{+2} - \hat{b}^2)$ – оператор «энергии диссипации» [5] соответствует оператору

$\frac{1}{2} c (\hat{p}\hat{q} + \hat{q}\hat{p})$; \hat{b}^+ – оператор рождения фотона моды; \hat{b} – оператор уничтожения фотона моды;

$[\hat{b}\hat{b}^+] = \hat{b}\hat{b}^+ - \hat{b}^+\hat{b} = 1$ – коммутатор; $N = [\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1]^{-1}$ – среднее число квантов моды с частотой теплового резервуара ω ; $\alpha \hbar^{-2}$ – коэффициент затухания моды.

Последние два слагаемых формулы (1) в фигурных скобках – это сопряженный генератор Линблада в абстрактном гильбертовом пространстве (осциллятор в представлении Фока).

Подставляя последовательно операторы $\hat{D} = (\hat{b}; \hat{b}^+, \hat{b}^2; \hat{b}^{+2}; \{ \hat{b}^+, \hat{b} \}_+)$ в уравнение (1), получаем уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{b}}{\partial t} &= - \left(i\omega + \frac{\alpha}{2\hbar^2} \right) \hat{b} - \frac{\gamma}{2} \hat{b}^+, \\ \frac{\partial \hat{b}^+}{\partial t} &= \left(i\omega - \frac{\alpha}{2\hbar^2} \right) \hat{b}^+ - \frac{\gamma}{2} \hat{b}. \end{aligned} \quad (2)$$

Применяя преобразование Лапласа к системе (2), получаем систему алгебраических уравнений для изображений, которую решаем методом определителей Крамера. Используя формулу (4) таблицы обратного преобразования Лапласа [6, с. 207], получаем решения системы (2) в виде

$$\begin{aligned} \hat{b}(t) &= e^{-\frac{\alpha}{2\hbar^2} t} \left\{ \hat{b}_0 \left[\cos \Omega t - \left(\frac{\alpha}{2\hbar^2} + i\omega \right) \frac{\sin \Omega t}{\Omega} \right] - \hat{b}_0^+ \frac{\gamma \sin \Omega t}{2\Omega} \right\}, \\ \hat{b}^+(t) &= e^{-\frac{\alpha}{2\hbar^2} t} \left\{ \hat{b}_0^+ \left[\cos \Omega t + \left(-\frac{\alpha}{2\hbar^2} + i\omega \right) \frac{\sin \Omega t}{\Omega} \right] - \hat{b}_0 \frac{\gamma \sin \Omega t}{2\Omega} \right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

При начальном условии $t = 0$ гейзенберговские и шредингеровские операторы совпадают.

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
«Известия высших учебных заведений. Физика»
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>