

УДК 533.17; 519.62
DOI 10.17223/19988621/63/8

**А.А. Глазунов, А.М. Кагенов, К.В. Костюшин, И.В. Еремин,
К.Л. Алигасанова, В.А. Котоногов**

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОДИНОЧНОЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ С ПРЕГРАДАМИ¹

Представлены результаты математического моделирования взаимодействия сверхзвуковой одиночной струи с преградами. Исследовано взаимодействие сверхзвуковой струи с числом Маха на срезе сопла $M = 4$ с преградами. В параметрических расчетах варьировался угол наклона плоской поверхности и форма криволинейной поверхности. Получено, что с увеличением угла наклона плоской преграды увеличивается максимум давления и наблюдается переход автоколебательного режима к стационарному.

Ключевые слова: математическое моделирование, газовая динамика, метод Годунова, сверхзвуковая струя, OpenFOAM.

В настоящее время практический интерес представляет изучение сверхзвукового взаимодействия струй ($M > 3$ на срезе сопла) с преградами для задач старта и посадки космических аппаратов. Взаимодействию струй с преградами посвящен ряд экспериментальных и теоретических работ. Большой цикл расчетно-экспериментальных работ проведен в Институте теоретической и прикладной механики СО РАН [1–5]. Экспериментальные работы проводились на специально созданной вертикальной струйной установке. Установка оснащена современными приборами и датчиками регистрации, которые в реальном времени накапливают информацию и позволяют следить за протекающим экспериментом. Для визуализации эксперимента используются прибор Тейлера ИАБ-451 и камера со сверхчувствительной матрицей. В широком диапазоне рассмотрены степени нерасчетности и числа Маха на срезе сопла. Результаты экспериментального исследования натекания сверхзвуковых нерасчетных струй на плоскую преграду, установленную перпендикулярно оси струи в непосредственной близости за срезом сопла представлены в работе [6]. В данной работе приведены эмпирические формулы для приближенного построения эпюр давления на преграде с указанными границами применимости. Подобные исследования приведены в работе [7]. В ней рассмотрены три струи со степенью нерасчетности 1,2, 2 и 4 и три случая расположения преграды: перпендикулярно оси струи и расположенного по центру оси клина с углом основания 60 и 45°. Работа [8] дополняет предыдущее исследование. В ней анализируются углы наклонных преград, которые варьировались от 90 до 30°. Показано, что давление на наклонных преградах может реализовываться выше значения давления, чем на перпендикулярно расположенной преграде. Особенностей нестационарного обтекания безграничной преграды недорасширенной струей проведено в экспериментальном исследовании [9]. Рассмотрены различные автоколебательные режимы взаимодействия струй с преградой и их особенности.

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Томской области в рамках научного проекта № 19–41–703005.

Результаты численного исследования стационарных режимов взаимодействия сверхзвуковой осесимметричной струи вязкого и нетеплопроводного газа с плоской преградой, расположенной перпендикулярно оси струи приведены в [10]. Решение задачи в окрестности дозвуковой области потока около преграды получено с помощью метода С.К. Годунова. Для расчета сверхзвукового участка струи и сверхзвуковой части потока применен метод сквозного счета. На примере недорасширенной и перерасширенной струи проведено сравнение численных результатов с экспериментальными данными [6]. Влияние геометрических и газодинамических параметров на структуру течения и параметры автоколебаний в сверхзвуковых перерасширенных струях, взаимодействующих с нормально расположенной плоской ограниченной преградой, экспериментально и теоретически исследовано также в работе [11]. Установлено, что на процесс взаимодействия существенное влияние оказывает число Маха на срезе сопла и его полуугол раствора. В исследовании работы [12] представлено нестационарное взаимодействие осесимметричной сверхзвуковой струи с плоской расположенной по центру оси преградой. Эксперимент обработан методом PIV, а расчетная часть основана на компьютерной программе WIND. В WIND реализовано решение осредненных уравнений Навье – Стокса по Рейнольдсу совместно с моделью турбулентности Вилкокка, Лаундера и Менгера. Здесь проведено сравнение результатов расчетов, полученных с применением различных моделей турбулентности, с экспериментальными данными. Показано, что полученные результаты с использованием модели турбулентности Менгера SST, по сравнению с другими моделями турбулентности, дают лучшее совпадение с экспериментальными данными. Численное исследование с применением составных компактных схем высокого порядка при решении задачи взаимодействия сверхзвуковой струи с поверхностью рассмотрено в работе [13]. Математическая модель состоит из осредненных уравнений Навье – Стокса по Рейнольдсу для турбулентного режима течения вязкого газа с дифференциальной двухпараметрической моделью турбулентности. В качестве тестового расчета приведены результаты моделирования взаимодействия осесимметричной струи с плоской преградой. Число Маха на срезе сопла составляло $M = 2$, расстояние от среза сопла до преграды соответствовало $4d_a$, для двух степеней нерасчетности $n = 0.639$ и 1.565 . Цикл работ расчетно-экспериментального исследования взаимодействия одиночных и многоблочных сверхзвуковых турбулентных струй с преградой проведен в работах [14–17]. Данные исследования посвящены изучению процессов, протекающих при старте изделий ракетно-космической техники. Показаны различные особенности физических процессов, сопровождающиеся истечением струй продуктов сгорания ракетных топлив. Математическая модель состоит из трехмерных осредненных уравнений Навье – Стокса по Рейнольдсу совместно с моделью турбулентности Менгера SST. Моделирование выполнялось на пакете прикладных программ ЛОГОС. В монографиях [18, 19] обобщен опыт разработки методов и алгоритмов решения задач механики жидкости и газа, численного решения осредненных по Рейнольдсу и по Фавру уравнений Навье – Стокса на неструктурированных сетках на основе метода конечных объемов и моделирования турбулентных струйных течений на основе статистических моделей. Даются рекомендации по программированию. Приводятся результаты расчетов турбулентных течений и теплообмена в инженерных, технических и технологических приложениях.

Слабо изучено натекание сверхзвуковых струй на поверхности сложной геометрии при числах Маха на срезе сопел $M = 4–5$. Поэтому целью настоящей рабо-

ты является математическое моделирование и параметрические исследования натекания сверхзвуковой струи на преграды (плоскую и неровную) для $M = 4$ на срезе сопла.

Физико-математическая постановка задачи и метод решения

Рассматривается задача сверхзвукового натекания струи на плоскую (горизонтальную и наклонную) и неровную преграды. При натекании сверхзвуковой струи на плоскую преграду образуется сложная ударно-волновая структура. На рис. 1 приведена схема структуры набегающей одиночной недорасширенной струи на перпендикулярно расположенную поверхность [20]. Здесь AA – выходное сечение сопла; AB – граница струи; AL – характеристики; OT – висячий скачок; TB – отраженный скачок; TD – контактный разрыв; TT – центральный скачок; T – тройная конфигурация ударных волн; C – критическая точка (точка торможения потока); 1 – продолжение течения из сопла; 2 – течение расширения; 3 – околоосевая область течения свободного расширения; 4 – кольцевая область между фронтами разветвленных ударных волн; $5, 6$ – течение в струе за центральным скачком; 7 – область основного периферийного потока.

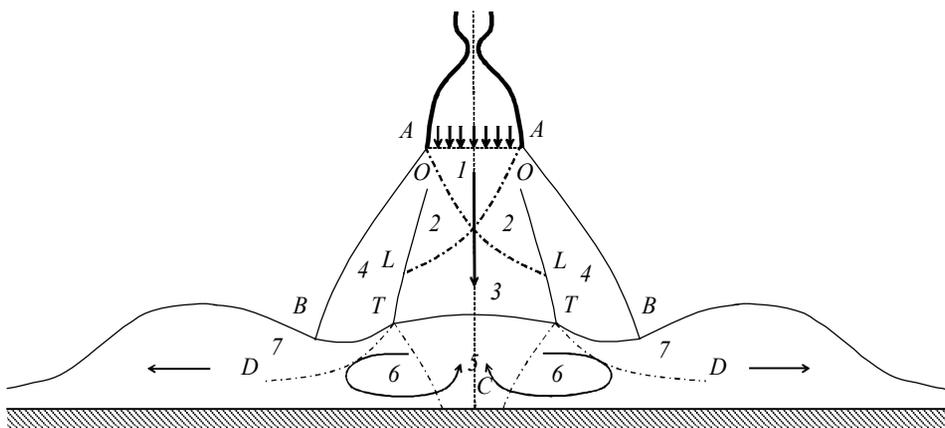


Рис. 1. Схема конфигурации взаимодействия сверхзвуковой струи с плоской горизонтальной поверхностью

Fig. 1. Schematic diagram of the interaction of a supersonic jet with a flat horizontal obstacle

Система скачков уплотнения перед центральным скачком TT совпадает с течением в свободной струе при тех же параметрах в выходном сечении сопла. Через фронт скачка TT будет проходить относительно малая часть суммарного расхода газа через поперечное сечение струи. Эта часть газового потока, растекаясь по поверхности преграды, образует тонкий слой между поверхностью преграды и контактным разрывом TD , сходящим с контура центрального скачка (область 6). При этом основная масса газа в струе движется по периферии, проходя через систему разветвленных скачков. За последним скачком эта масса газа поступает в область, которая называется основным периферийным потоком (область 7). Характер движения газа в этой области оказывает решающее влияние на распределение давления по поверхности преграды.

В ряде экспериментальных и теоретических работ [14 – 17] показано два возможных режима взаимодействия струй с преградами: автоколебательный и стационарный. При автоколебательном режиме наблюдается нестационарное взаимодействие струй с преградами, в критической точке C образуется минимум давления, а максимум находится на периферии. Такой режим характерен, когда преграда приходится на область убывания чисел Маха и возрастания давления в струе. Стационарный режим взаимодействия струи с преградой, как правило, реализуется, когда преграда расположена в зоне возрастания чисел Маха и убывания давления в струе, а в критической точке наблюдается максимум давления.

Для математического описания физической постановки задачи, использовалась система уравнений Навье – Стокса, осредненная по Фавру [21 – 23] в декартовой системе координат x_1, x_2, x_3 :

- Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\rho u_j] = 0, \quad (1)$$

где ρ – плотность, кг/м³; t – время, с; u_j – скорость, м/с; x_j – координата, м.

- Уравнение движения:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} [\rho u_i u_j + p \delta_{ij} - \tau_{ji}] = 0, \quad (2)$$

где $i = 1, 2, 3$; p – давление, Па; δ_{ij} – символ Кронекера.

- Тензор вязких напряжений имеет следующий вид:

$$\tau_{ij} = 2\mu \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right],$$

где μ – коэффициент динамической вязкости, Па·с.

- Уравнение энергии:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_j} [\rho u_j E + u_j p + q_j - u_i \tau_{ij}] = 0, \quad (3)$$

где E – полная внутренняя энергия, Дж; q_j – тепловой поток, Дж/(м²·с).

Система (1) – (3) замыкается уравнением состояния совершенного газа:

$$p = \rho RT,$$

где T – температура, К; R – удельная газовая постоянная, Дж/(кг·К).

Для разрешения системы уравнений вязкого газа использовалась модель турбулентности SST [24].

Расчеты выполнялись аналогично работе [15] от критического сечения сопла. На рис. 2 представлен вид расчетной области и приведены обозначения границ для постановки граничных условий.

На границах $\Gamma 1$ задаются следующие граничные условия: полное давление и температура: $p = p_{\text{total}}$, $T = T_{\text{total}}$, кинетическая энергия турбулентности и диссипация кинетической энергии турбулентности: $k = k_0$, $\omega = \omega_0$, компонента скорости 2 равна скорости звука: $u_1 = 0$, $u_2 = a$, $u_3 = 0$. Для границ $\Gamma 2$ и $\Gamma 5$ использу-

ются следующие условия: для давления условия непроницаемости: $\text{grad}(p) = 0$; для скорости условия прилипания (все компоненты вектора скорости равны нулю) $u_1 = 0, u_2 = 0, u_3 = 0$; для температуры (стенки сопла полагаются теплоизолированными) $\text{grad}(T) = 0$. Для кинетической энергии турбулентности и удельной диссипации кинетической энергии турбулентности используются пристеночные функции KqRWallfunction и OmegaWallFunction. Граничные условия для Г3 имеют следующий вид: $p = p_a, T = T_a, u_j = 0$. Для Г4 используются комбинированные граничные условия: $p = p_a, T = T_a, u_j = 0$. где p_a – давление окружающей среды, T_a – температура окружающей среды. Как только, возмущения достигают границ Г4, используются мягкие граничные условия: $\partial/\partial n = 0$.

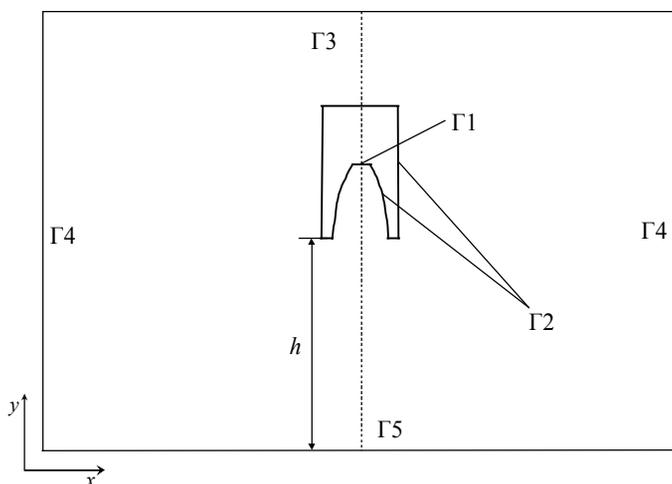


Рис. 2. Расчетная область и обозначения ГУ: Г1 – критическое сечение сопла; Г3, Г4 – внешние границы расчетной области; Г2, Г5 – твердые непроницаемые поверхности

Fig. 2. Computational domain and boundary conditions: Г1 – nozzle throat; Г3, Г4 – external boundaries of the domain; Г2, Г5 – solid impermeable boundaries

Для реализации физико-математической модели и проведения параметрических численных исследований применялось свободное программное обеспечение OpenFOAM Extended [25]. Использовался решатель dbnsTurbFoam, модифицированный авторами работы. Модификация позволяет использовать метод С.К. Годунова для определения потоков через грани ячеек из точного решения задачи Римана [26, 27]. Для интегрирования по пространству использовалась схема второго порядка точности TVD с ограничителем Venkatakrishnan [28]. Дискретизация по времени производилась четырех шаговым методом Рунге – Кутты второго порядка аппроксимации. Все численные исследования выполнены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютера Национального исследовательского Томского государственного университета «СКИФ Cyberia».

Результаты численных исследований

Экспериментальная работа [6] посвящена исследованию натекания сверхзвуковой струи на плоскую преграду, установленную перпендикулярно оси струи в непосредственной близости за срезом сопла. Численное решение задачи [10] в окрестности дозвуковой области потока около преграды получено с помощью метода установления с использованием схемы С.К. Годунова для невязкого идеального газа. В данной работе с использованием разработанного решателя на примере натекания недорасширенной сверхзвуковых струй на преграду проведено сравнение тестовых расчетов с экспериментальными и численными данными [6, 10].

В расчетах использовалось коническое сопло с углом раствора $\theta = 7^\circ 15'$ и числом Маха на срезе $M = 2.52$. Степень нерасчетности составляла $n = 0.46$. Расстояние от среза сопла до преграды равно $1.84 R_a$ радиуса среза сопла. На рис. 3 представлено сравнение результатов расчетов с использованием решателей sonicFoam и dbnsTurbFoam с данными авторов [6, 10]. Видно, что получено хорошее совпадение для распределений давления на преграде. При этом решение модифицированного решателя dbnsTurbFoam дает близкое распределение давления с расчетами [10] для невязкого газа. Результаты расчетов по решателю sonicFoam имеют значительное отклонение от [10] в периферийной области струи.

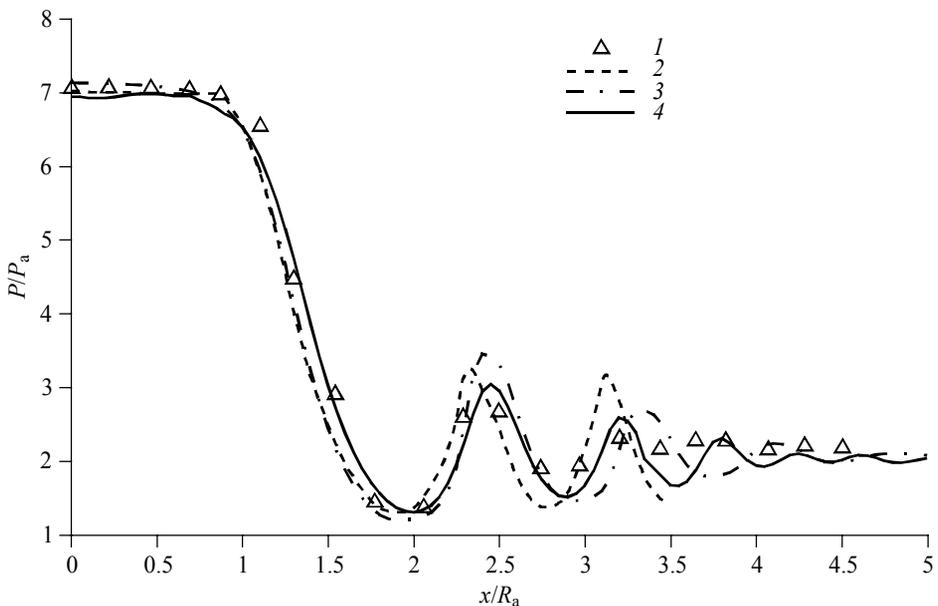


Рис. 3. Сравнение распределения давления на преграде с экспериментальными и численными данными [6, 10] при $n = 0.46$: 1 – эксперимент; 2 – расчет авторов [10]; 3 – sonicFoam; 4 – dbnsTurbFoam

Fig. 3. Comparison of the pressure distribution on the obstacle with experimental and numerical data from [6, 10] for $n = 0.46$: 1, experiment; 2, calculations from [10]; 3, sonicFoam; and 4, dbnsTurbFoam

Проведены тестовые расчеты и сравнение с работой [14] для двух режимов взаимодействия струи с преградой – автоколебательного и стационарного. Рабочее тело – сухой воздух, полное давление – 105 атм, полная температура 300 К, число Маха на срезе сопла $M = 4$. Размер расчетной области составлял: длина – 10000 мм, ширина – 10000 мм, высота – 5000 мм. Для проведения расчетов строилась гексаэдральная расчетная сетка. Расчетная сетка обеспечивала 20 ячеек на радиус среза сопла. Общее число ячеек – 4 млн.

Результаты сравнения расчетов по решателю dbnsTurbFoam с экспериментальными данными [14] представлены на рис. 4 (стационарный) и 5 (автоколебательный).

Из сравнения стационарного режима $h = 590$ мм взаимодействия струи с преградой (рис. 4) видно хорошее совпадение по распределению давления на преграде. На автоколебательном режима $h = 308$ мм (рис. 5) проведен дополнительный расчет для невязкого газа. Видно, что результат расчета для невязкого газа дает лучшее совпадение с экспериментальным данным [14], чем расчет для вязкого газа. Уровень давления на преграде для модели вязкого газа выше 12 ати. При этом перемещения диска Маха относительно вертикальной оси на автоколебательном режиме происходят с меньшей амплитудой, чем для невязкого газа. Такое различие обуславливается влиянием модели турбулентности, вследствие чего реализуются различные конфигурации ударных волн в области торможения струи (рис. 6). Результаты исследования для автоколебательного режима коррелируют с результатами работы [15], полученными с использованием программного пакета ЛОГОС и моделью турбулентности SST.

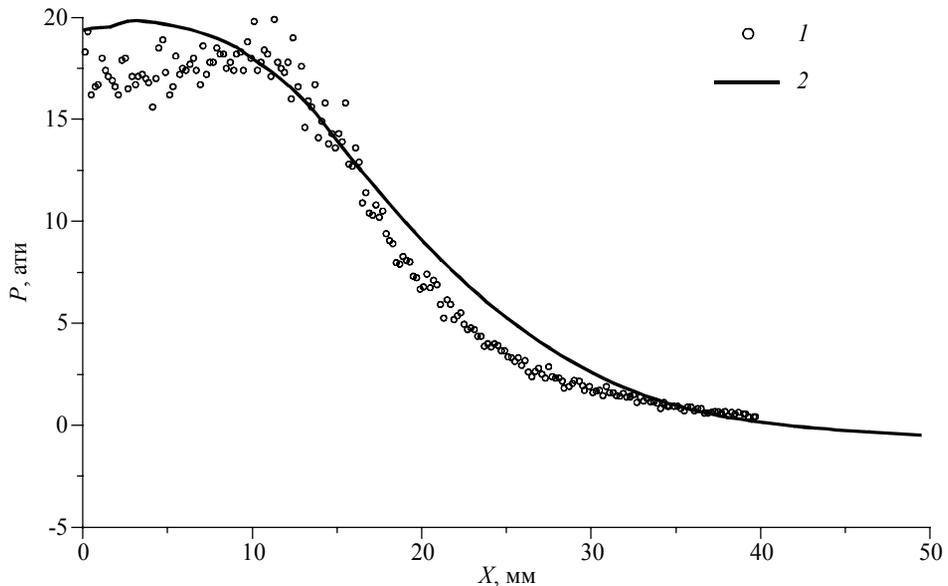


Рис. 4. Сравнение распределения давления вдоль преграды с экспериментальными данными [14], $h = 590$ мм: 1 – экспериментальные данные; 2 – dbnsTurbFoam

Fig. 4. Comparison of the pressure distribution along the obstacle with experimental data from [14] for $h = 590$ mm: 1, experimental data and 2, dbnsTurbFoam

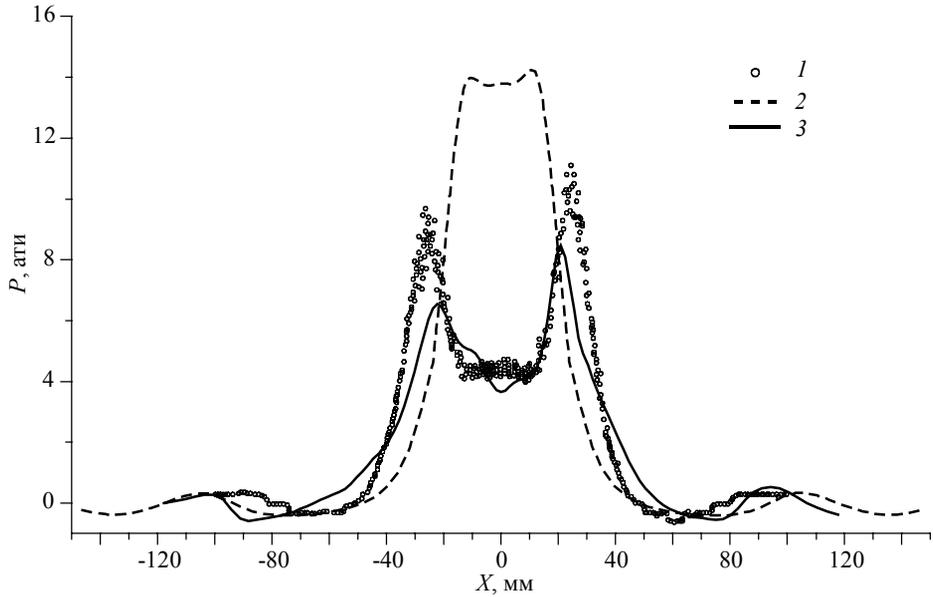


Рис. 5. Сравнение распределения давления вдоль преграды с экспериментальными данными [14], $h = 308$ мм: 1 – экспериментальные данные; 2 – невязкий газ (dbnsFoam); 3 – вязкий газ (dbnsTurbFoam)

Fig. 5. Comparison of the pressure distribution along the obstacle with experimental data from [14] for $h = 308$ mm: 1, experimental data; 2, inviscid gas (dbnsFoam); and 3, viscous gas (dbnsTurbFoam)

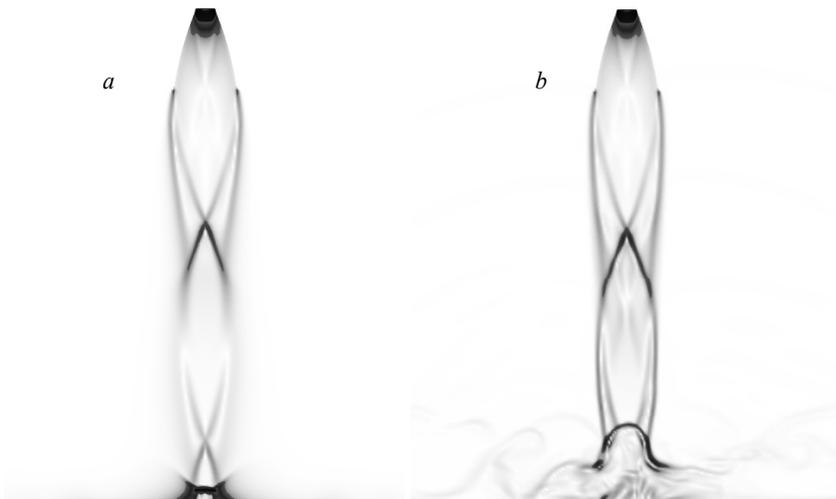


Рис 6. Градиент плотности, $h = 308$ мм:
a – вязкий газ (dbnsTurbFoam); *b* – невязкий газ (dbnsFoam)

Fig. 6. Density gradient, $h = 308$ mm:
 (a) viscous gas (dbnsTurbFoam) and (b) inviscid gas (dbnsFoam)

Проведено исследование взаимодействия сверхзвуковой струи с числом Маха на срезе сопла $M = 4$ с преградами. В параметрических расчетах для варианта с расстоянием от среза сопла до плоской преграды $h = 308$ мм варьировался угол наклона плоской поверхности от 5 до 20° , и форма криволинейной поверхности. Схема построения образующей дуги криволинейной поверхности приведена на рис. 7. Проводилась прямая d под углом α к горизонтальной поверхности на расстоянии h от среза сопла относительно точки B . Затем определялись точки пересечения A и C с внешними границами расчетной области и по трем точкам ABC строилась дуга e . Длина l в расчетах принималась равной 10000 мм.

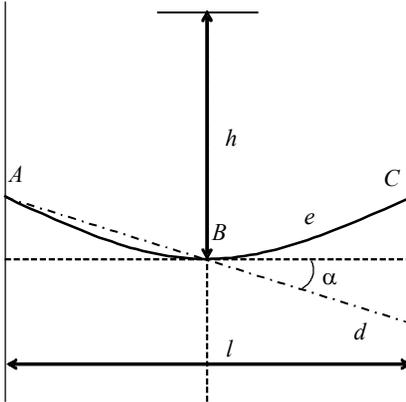


Рис. 7. Схема образующей криволинейной поверхности
 Fig. 7. Scheme of the generatrix of a curved surface

Плоская горизонтальная преграда приходится на начало третьей «бочки» струи и область возрастания чисел Маха. Сравнение результатов расчетов для проведенных параметрических исследований показано на рис. 8 и 9, где для иллюстрации ударно-волновой структуры изображен градиент плотности. Изменение угла наклона плоской преграды от 0 до 20° не приводит к существенному изменению ударно-волновой структуры струй. Значительное различие в ударно-волновой структуре по сравнению с горизонтальной плоской преградой наблюдается для криволинейной поверхности с углом 10° (рис. 9, *b*), где на конце второй «бочки» наблюдается форма центрального скачка, отличного от других вариантов расчета.

Плоская горизонтальная преграда приходится на начало третьей «бочки» струи и область возрастания чисел Маха. Сравнение результатов расчетов для проведенных параметрических исследований показано на рис. 8 и 9, где для иллюстрации ударно-волновой структуры изображен градиент плотности. Изменение угла наклона плоской преграды от 0 до 20° не приводит к существенному изменению ударно-волновой структуры струй. Значительное различие в ударно-волновой структуре по сравнению с горизонтальной плоской преградой наблюдается для криволинейной поверхности с углом 10° (рис. 9, *b*), где на конце второй «бочки» наблюдается форма центрального скачка, отличного от других вариантов расчета.

наблюдается для криволинейной поверхности с углом 10° (рис. 9, *b*), где на конце второй «бочки» наблюдается форма центрального скачка, отличного от других вариантов расчета.

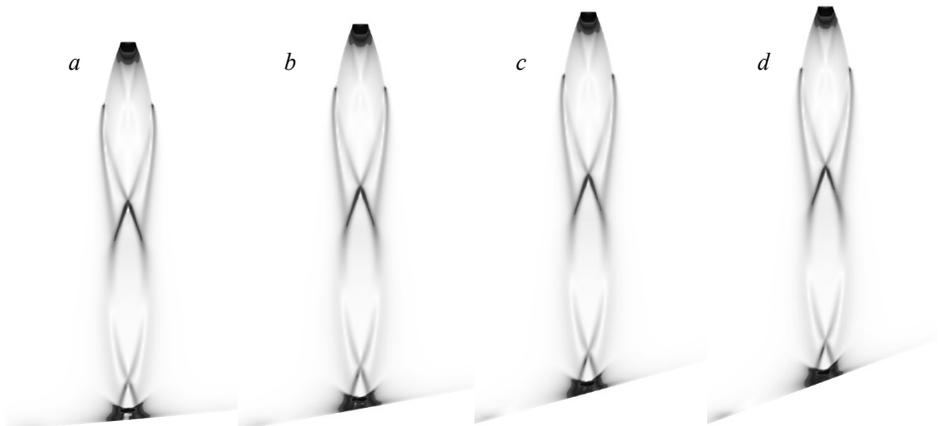


Рис. 8. Градиент плотности, $h = 308$ мм, плоская преграда:
a – угол 5° ; *b* – угол 10° ; *c* – угол 15° ; *d* – угол 20°
 Fig. 8. Density gradient, $h = 308$ mm, a flat obstacle:
 an angle of (a) 5, (b) 10, (c) 15, and (d) 20 degrees

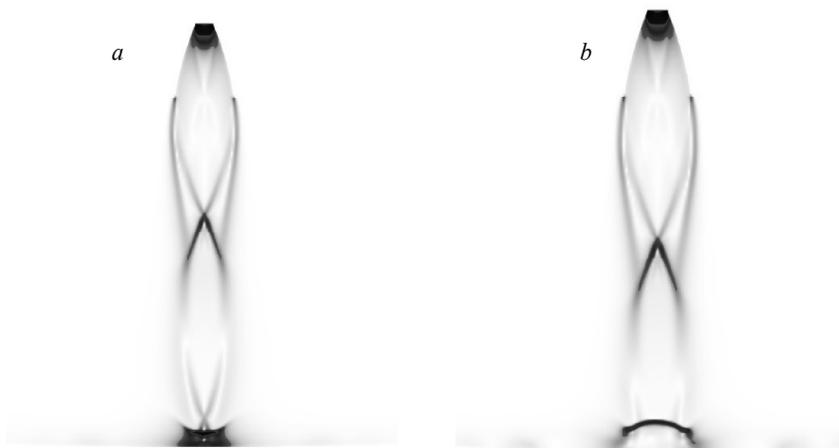


Рис. 9. Градиент плотности, $h = 308$ мм, криволинейная преграда:
a – угол 5° ; *b* – угол 10°

Fig. 9. Density gradient, $h = 308$ mm, a curved obstacle:
 an angle of (a) 5 and (b) 10 degrees

Распределение избыточного давления вдоль преграды для всех вариантов расчета показано на рис. 10 в сечении вдоль оси струи. На автоколебательном режиме взаимодействия струи с преградой, реализуемого для горизонтальной преграды (рис. 5) и для преграды с углом наклона 5° (рис. 10), наблюдаются два максимума давления. При увеличении угла наклона плоской преграды от 10 до 20° , левый максимум давления пропадает, а избыточное давление правого максимума возрастает с 30 до 37 ати. Кроме того, увеличение угла наклона плоской преграды приводит к переходу автоколебательного режима к стационарному.

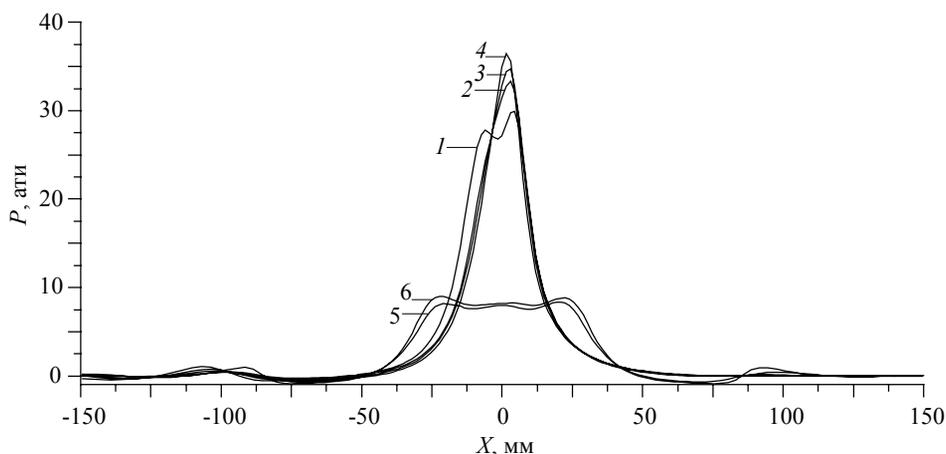


Рис. 10. Распределение давления вдоль преграды, $h = 308$ мм (плоская преграда – кривые 1–4, криволинейная преграда – кривые 5, 6): 1 – 5° ; 2 – 10° ; 3 – 15° ; 4 – 20° ; 5 – 5° ; 6 – 10°
Fig. 10. Pressure distribution along the obstacle, $h = 308$ mm (the flat obstacle – curves 1–4; the curved obstacle – curves 5, 6): (1) 5, (2) 10, (3) 15, (4) 20, (5) 5, and (6) 10 degrees

Распределение давления вдоль преграды для криволинейных поверхностей отличается в сравнении с плоской преградой (рис. 10, кривые 5, 6). В обоих случаях наблюдаются два максимума давления, уровень которых в три раза меньше, чем для расчета с плоской преградой (рис. 5, кривая 3).

Заключение

Проведено математическое моделирование взаимодействия сверхзвуковой одиночной струи с преградами. Модифицирован решатель *dbnsTurbFoam* в OpenFOAM, позволяющий проводить расчеты по схеме С.К. Годунова. Выполнены численные исследования по взаимодействию сверхзвуковых струй с числом Маха на срезе сопла $M = 4$ с преградами. В параметрических расчетах варьировался угол наклона плоской поверхности от 5 до 20° , и форма криволинейной поверхности. Показано, что с увеличением угла наклона плоской преграды увеличивается максимум давления и наблюдается переход автоколебательного режима к стационарному. Распределения давления вдоль преграды для криволинейных поверхностей с углом 5 и 10° и плоской горизонтальной преграды отличаются по характеру и уровню.

ЛИТЕРАТУРА

1. Запрыгаев В.И., Солотчин А.В., Кавун И.Н., Яровский Д.А. Натекание сверхзвуковой недорасширенной струи на преграды различной проницаемости // Прикладная механика и техническая физика. 2011. Т. 52. № 5. С. 60–67.
2. Dyadkin A.A., Sukhorukov V.P., Trashkov G.A., Volkov V.F., Zapryagaev V.I., Kiselev N.P. Flow structure in the base region of re-entry vehicle with supersonic braking plumes impinging with landing surface // 29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences. 7–12 September. St. Petersburg, 2014. Paper no. 2014_0640.
3. Запрыгаев В.И., Киселев Н.П., Кундасев С.Г. Структура течения при взаимодействии сверхзвуковой перерасширенной струи с плоской наклонной преградой // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2016. № 45. С. 32–49. DOI: 10.15593/2223-9982/2016.45.02.
4. Kundasev S.G., Kiselev N.P., Zapryagaev V.I. Experimental investigation of the flow structure of the supersonic jet impinging on an inclined flat obstacle // International Conference on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR 2016). 2016. P. 1–10. DOI: 10.1063/1.4963973.
5. Dyad'kin A.A., Sukhorukov V.P., Rybak S.P., Zapryagaev V.I., Kiselev N.P., Kundasev S.G., Sobolev A.V., Gubanov D.A. Simulation of the reentry vehicle supersonic brake jets interaction with landing surface // 7th European Conference of Aeronautics and Space Sciences (EUCASS). 2017. DOI: 10.13009/EUCASS2017-116.
6. Мельникова М.Ф., Нестеров Ю.Н. Воздействие сверхзвуковой нерасчетной струи на плоскую преграду, перпендикулярную оси струи // Ученые записки ЦАГИ. 1971. Т. 2. № 5. С. 44–58.
7. Lamont P.J., Hunt B.L. The impingement of underexpanded axisymmetric jets on wedges // Journal of Fluid Mechanics. 1976. V. 76. P. 307–336.
8. Lamont P.J., Hunt B.L. The impingement of underexpanded, axisymmetric jets on perpendicular and inclined flat plates // Journal of Fluid Mechanics. 1980. V. 80. P. 471–511.
9. Горшков Г.Ф., Усков В.Н. Особенности автоколебаний, возникающих при обтекании ограниченной преграды сверхзвуковой недорасширенной струей // Прикладная механика и техническая физика. 1999. Т. 40. № 4. С. 143–149.
10. Дубинская Н.В., Иванов М.Я. К расчету взаимодействия сверхзвуковой струи идеального газа с плоской преградой, перпендикулярной ее оси // Ученые записки ЦАГИ. 1975. Т. 6. № 5. С. 38–44.
11. Горшков Г.Ф., Усков В.Н. Автоколебания в сверхзвуковых перерасширенных импактных струях // Прикладная механика и техническая физика. 2002. Т. 43. № 5. С. 49–54.

12. Alvi F.S., Ladd J.A., Bower W.W. Experimental and computational investigation of supersonic impinging jets // *AIAA Journal*. 2002. V. 40. No. 4. P. 599–609.
13. Савельев А.Д. Использование составных компактных схем высокого порядка при решении задачи взаимодействия сверхзвуковой струи с поверхностью // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2013. Т. 53. № 10. С. 1746–1759.
14. Кудимов Н.Ф., Сафронов А.В., Третьякова О.Н. Результаты экспериментальных исследований взаимодействия многоблочных сверхзвуковых турбулентных струй с преградой // *Электронный журнал «Труды МАИ»*. 2013. № 69. С. 1–11.
15. Кудимов Н.Ф., Сафронов А.В., Третьякова О.Н. Численное моделирование взаимодействия многоблочных сверхзвуковых турбулентных струй с преградой // *Электронный журнал «Труды МАИ»*. 2013. № 70. С. 1–14.
16. Кудимов Н.Ф., Сафронов А.В., Третьякова О.Н. Прикладные задачи газодинамики и теплообмена в энергетических установках ракетной техники. М.: Изд-во МАИ, 2014. 168 с.
17. Дегтярь В.Г., Меркулов Е.С., Хлыбов В.И., Сафронов А.В. Результаты расчетно-экспериментальных исследований газодинамических процессов при взаимодействии многоблочных струй ракетных двигателей с газоотражателем стартового сооружения // *Космонавтика и ракетостроение*. 2013. Т. 70. № 1. С. 37–45.
18. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Зазимко В.А. Турбулентные струи – статистические модели и моделирование крупных вихрей. М.: Физматлит, 2014. 360 с.
19. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Вычислительные технологии в задачах механики жидкости и газа. М.: Физматлит, 2012. 468 с.
20. Дулов В.Г., Лукьянов Г.А. Газодинамика процессов истечения. Новосибирск: Наука, 1984. 226 с.
21. Wilcox D.C. Turbulence Modeling for CFD. California: DCW Industries, Inc. 1993. 460 p.
22. Глазунов А.А., Еремин И.В., Кагенов А.М., Тырышкин И.М. Применение пакета OpenFOAM для расчетов течений газа в соплах и струях // *Известия высших учебных заведений. Физика*. 2013. Т. 56. № 9-3. С. 66–68.
23. Глазунов А.А., Еремин И.В., Кагенов А.М., Кувишинов Н.Е. Численное исследование взаимодействия продуктов сгорания двигателей космических аппаратов с обтекаемыми поверхностями в условиях Марса // *Известия высших учебных заведений. Физика*. 2014. Т. 57. № 8-2. С. 97–103.
24. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model // *Proceedings of the 4th International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer*, Begell House Inc., West Redding. 2003. P. 625–632.
25. OpenFOAM // Официальный сайт OpenFOAM. URL: <http://openfoam.com> (дата обращения 11.10.2019).
26. Toro E.F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. P. 315–344. DOI 10.1007/b7976–1 10.
27. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
28. Venkatakrishnan V. On the Accuracy of Limiters and Convergence to Steady-State Solutions // *AIAA paper 93–0880*. 1993. P. 1–11. DOI: 10.2514/6.1993-880.

Статья поступила 10.11.2019 г.

Glazunov A.A., Kagenov A.M., Kostyushin K.V., Eremin I.V., Kotonogov V.A., Aligasanova K.L. (2020) MATHEMATICAL MODELING OF THE INTERACTION OF A SINGLE SUPERSONIC JET WITH OBSTACLES. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 63. pp. 87–101

DOI 10.17223/19988621/63/8

Keywords: mathematical modeling, gas dynamics, Godunov method, supersonic jet, OpenFOAM.

The paper presents the results of mathematical modeling of the supersonic single jet interaction with obstacles. The calculations are performed using the developed solver based on Godunov's scheme and the method of linear reconstruction of solution in the OpenFOAM software package. The modified solver is tested on the problem of the supersonic jet interaction with a flat obstacle in the steady-state and self-oscillating modes. The calculated results on jets' structure and pressure distribution on the obstacle under a shock wave are in a good agreement with experimental and theoretical data of other authors. The interaction of the supersonic jet with obstacles is studied at a Mach number of 4 in the nozzle exit section. The angle of inclination of the flat surface and the shape of the curved surface are varied in the parametric studies. It is shown that with an increase in the angle of inclination of the flat obstacle, the maximum pressure increases, and the self-oscillating mode changes to a steady-state one. Pressure distributions along the curved obstacles with an angle of 5 and 10 degrees differ in pattern and level from those along the flat horizontal obstacles.

Financial support. The reported study was funded by RFBR and the Tomsk region according to the research project No. 19-41-703005.

Anatoliy A. GLAZUNOV (Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Russian Federation). E-mail: gla@niipmm.tsu.ru

Anuar M. KAGENOV (Candidate of Physics and Mathematics, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: anuar@ftf.tsu.ru

Kirill V. KOSTYUSHIN (Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: kostushin@niipmm.tsu.ru

Ivan V. EREMIN (Candidate of Physics and Mathematics, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: iveremin@niipmm.tsu.ru

Vasily A. KOTONOGOV (Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: kot@niipmm.tsu.ru

Kristina L. ALIGASANOVA (Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: aligasanova@niipmm.tsu.ru

REFERENCES

1. Zapryagaev V.I., Solotchin A.V., Kavun I.N., Yarovskiy D.A. (2011) Natekanie sverkhzvukovoy nedorasshirennoy strui na pregrady razlichnoy pronitsaemosti [Leakage of a supersonic underexpanded jet on obstacles of various permeability]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika – Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 52. pp. 60–67.
2. Dyadkin A.A., Sukhorukov V.P., Trashkov G.A., Volkov V.F., Zapryagaev V.I., Kiselev N.P. (2014) Flow structure in the base region of re-entry vehicle with supersonic braking plumes impinging with landing surface. *29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences*. Paper no. 2014_0640.
3. Zapryagaev V.I., Kiselev N.P., Kundasev S.G. (2016) Struktura techeniya pri vzaimodeystvii sverkhzvukovoy pererasshirennoy strui s ploskoy naklonnoy pregradoy [Flow structure during the interaction of a supersonic overexpanded jet with a flat inclined obstacle]. *Vestnik PNIPU. Aerokosmicheskaya tekhnika – PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*. 45. pp. 32–49. DOI: 10.15593/2223-9982/2016.45.02.
4. Kundasev S.G., Kiselev N.P., Zapryagaev V.I. (2016) Experimental investigation of the flow structure of the supersonic jet impinging on an inclined flat obstacle. *International Conference on the Methods of Aerophysical Research*. pp. 1–10. DOI: 10.1063/1.4963973.
5. Dyad'kin A.A., Sukhorukov V.P., Rybak S.P., Zapryagaev V.I., Kiselev N.P., Kundasev S.G., Sobolev A.V., Gubanov D.A. (2017) Simulation of the reentry vehicle supersonic brake jets

- interaction with landing surface. *7th European Conference of Aeronautics and Space Sciences*. DOI: 10.13009/EUCASS2017-116.
6. Mel'nikova M.F., Nesterov Yu.N. (1971) Vozdeystvie sverkhzvukovoy neraschetnoy strui na ploskuyu pregradu, perpendikulyarnuyu osi strui [Effect of a supersonic non-calculated jet on a flat obstacle perpendicular to the axis of the jet]. *Uchenye zapiski TSAGI – TsAGI Science Journal*. pp. 44–58.
 7. Lamont P.J., Hunt B.L. (1976) The impingement of underexpanded axisymmetric jets on wedges. *Journal of Fluid Mechanics*. 76. pp. 307–336. DOI: 10.1017/S0022112076000657.
 8. Lamont P.J., Hunt B.L. (1980) The impingement of underexpanded, axisymmetric jets on perpendicular and inclined flat plates. *Journal of Fluid Mechanics*. 80. pp. 471–511. DOI: 10.1017/S0022112080001255.
 9. Gorshkov G.F., Uskov V.N. (1999) Osobennosti avtokolebaniy, voznikayushchikh pri obtekanii ogranicennoy pregrady sverkhzvukovoy nedorasshirennoy struey [Features of self-oscillations arising during the flow around a limited obstacle by a supersonic underexpanded jet]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika – Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 40. pp. 143–149.
 10. Dubinskaya N.V., Ivanov M.Ya. (1975) K raschetu vzaimodeystviya sverkhzvukovoy strui ideal'nogo gaza s ploskoy pregradoy, perpendikulyarnoy ee osi [On the calculation of the interaction of a supersonic jet of an ideal gas with a flat obstacle perpendicular to its axis]. *Uchenye zapiski TSAGI – TsAGI Science Journal*. 6. pp. 38–44.
 11. Gorshkov G.F., Uskov V.N. (2002) Avtokolebaniya v sverkhzvukovykh pererasshirennykh impaktnykh struyakh [Self-oscillations in supersonic overexpanded impact jets]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika – Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 43. pp. 49–54.
 12. Alvi F.S., Ladd J.A., Bower W.W. (2002) Experimental and computational investigation of supersonic impinging jets. *AIAA Journal*. 40(4). pp. 599–609. DOI: 10.2514/2.1709.
 13. Savel'ev A.D. (2013) Ispol'zovanie sostavnykh kompaktnykh skhem vysokogo poriyadka pri reshenii zadachi vzaimodeystviya sverkhzvukovoy strui s poverkhnost'yu [The use of composite compact high-order schemes in solving the problem of the interaction of a supersonic jet with a surface]. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki – Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 53. pp. 1746–1759.
 14. Kudimov N.F., Safronov A.V., Tretyakova O.N. (2013) Rezul'taty eksperimental'nykh issledovaniy vzaimodeystviya mnogoblochnykh sverkhzvukovykh turbulentnykh struy s pregradoy [The results of experimental studies on the interaction of multiblock supersonic turbulent jets with an obstacle]. *Trudy MAI*. 69. pp. 1–11.
 15. Kudimov N.F., Safronov A.V., Tretyakova O.N. (2013) Chislennoe modelirovanie vzaimodeystviya mnogoblochnykh sverkhzvukovykh turbulentnykh struy s pregradoy [Numerical simulation of the interaction of multiblock supersonic turbulent jets with an obstacle]. *Trudy MAI*. 70. pp. 1–14.
 16. Kudimov N.F., Safronov A.V., Tretyakova O.N. (2014). *Prikladnye zadachi gazodinamiki i teploobmena v energeticheskikh ustanovkakh raketnoy tekhniki* [Applied problems of gas dynamics and heat transfer in power plants of rocket technology]. Moscow: Izdatel'stvo MAI.
 17. Degtyar' V.G., Merkulov E.S., Hlybov V.I., Safronov A.V. (2013) Rezul'taty raschetno-eksperimental'nykh issledovaniy gazodinamicheskikh processov pri vzaimodeystvii mnogoblochnykh struy raketnykh dvigateley s gazootrazhatelem startovogo sooruzheniya [The results of computational and experimental studies of gas – dynamic processes in the interaction of multi-block jets of rocket engines with a gas reflector of a launch facility]. *Kosmonavtika i raketostroenie – Cosmonautics and Rocket Engineering*. 70. pp. 37–45.
 18. Volkov K.N., Emel'yanov V.N., Zazimko V.A. (2014) *Turbulentnye strui – statisticheskie modeli i modelirovanie krupnykh vikhrey* [Turbulent jets – statistical models and modeling of large eddies]. Moscow: Fizmatlit.
 19. Volkov K.N., Emel'yanov V.N. (2012) *Vychislitel'nye tekhnologii v zadachakh mekhaniki zhidkosti i gaza* [Computational technologies in the problems of fluid and gas mechanics]. Moscow: Fizmatlit.

20. Dulov V.G., Luk'yanov G.A. (1984) *Gazodinamika protsessov istecheniya* [Gas dynamics of outflows]. Novosibirsk: Nauka.
21. Wilcox D.C. (1993) *Turbulence Modeling for CFD*. California: DCW Industries.
22. Glazunov A.A., Eremin I.V., Kagenov A.M., Tyryshkin I.M. (2013) Primenenie paketa OpenFOAM dlya raschetov techeniy gaza v soplakh i struyakh [Application of the OpenFOAM software package for calculating gas flows in nozzles and jets]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeni. Fizika*. 56(9-3). pp. 66–68.
23. Glazunov A.A., Eremin I.V., Kagenov A.M., Kuvshinov N.E. (2014) Chislennoe issledovanie vzaimodeystviya produktov sgoraniya dvigateley kosmicheskikh apparatov s obtekaemymi poverkhnostyami v usloviyakh Marsa [Numerical study of the interaction of combustion products of spacecraft engines with streamlined surfaces on Mars]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeni. Fizika*. 57(8-2). pp. 97–103.
24. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. (2003) Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. *Proceedings of the 4th International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer*. pp. 625–632.
25. Official OpenFOAM website. URL: <http://openfoam.com>.
26. Toro E.F. (2009) *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag. DOI: 10.1007/b7976-1 10.
27. Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.Ya., Krayko A.N., Prokopov G.P. (1976) *Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki* [Numerical solution to multidimensional problems of gas dynamics]. Moscow: Nauka.
28. Venkatakrishnan V. (1993) On the accuracy of limiters and convergence to steady-state solutions. *31st AIAA, Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. DOI: 10.2514/6.1993-880.

Received: November 10, 2019