

УДК 532

DOI 10.17223/19988621/64/6

Т.В. Васенина, А.А. Глазунов

**АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ
ТЕЧЕНИЯ В МГД-КАНАЛАХ¹**

Приведены результаты аналитических исследований стационарного однофазного квазиодномерного течения в тракте магнитогидродинамического генератора (МГДГ) холловского типа. Показано, что в зависимости от условий работы генератора возможно образование двух различных режимов переходных процессов: с образованием ударной волны и без нее. Доказывается, что стационарные решения задачи могут быть неединственными, поэтому в качестве подходящего численного метода решения задач о течении в МГД-каналах в общем случае следует рассматривать метод установления.

Ключевые слова: МГД-генератор, аналитические исследования, нестационарный газодинамический процесс, ударная волна.

Как показано в работах [1, 2] и статьях [3–5], возможны различные режимы движения плазмы в каналах МГД-генераторов фарадеевского и диагонального типов. При некоторых режимах работы в канале и разгонном сопле могут возникать ударные волны, области дозвукового и сверхзвукового течений [6]. Хорошо известно, что удачный выбор численного метода решений задач в значительной мере определяется нашими знаниями о характере этого решения. Поэтому представляют интерес предварительные аналитические исследования решения. Кроме того, эти решения могут использоваться в качестве тестов при обосновании адекватности численных расчетов при решении исходной дифференциальной задачи. В данной статье приведены результаты исследований холловских МГДГ, работающих при малых токах нагрузки. Полученные результаты справедливы также для фарадеевских каналов с секционированными электродами, работающих в режиме короткого замыкания.

Постановка задачи

Для упрощения исследований рассматривается стационарное однофазное (либо двухфазное равновесное) квазиодномерное магнитогидродинамическое течение в тракте холловского МГДГ. На рис. 1 показана модельная схема магнитной газодинамической установки, включающая в себя разгонное сопло, электродный участок и диффузор. Предполагается, что в МГД-канале индукция $\mathbf{B}$ имеет только одну составляющую. До начала переходных процессов в канале генератора реализуется сверхзвуковое течение.

Уравнения сохранения массы, количества движения и энергии, описывающие такое течение имеют вид

$$S\rho u = G = \text{const}, \quad (1)$$

¹ Данное научное исследование (№ 8.2.12.2018) выполнено при поддержке Программы повышения конкурентоспособности ТГУ.

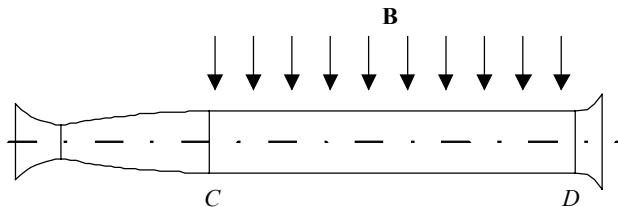


Рис. 1. Модельная схема МГД-генератора
Fig. 1. Schematic diagram of a MHD generator

$$S\rho u \frac{du}{dx} + S \frac{dP}{dx} = -S\sigma u B_z^2 + \beta J B_z, \quad (2)$$

$$S\rho u \frac{d}{dx} \left(\frac{u^2}{2} + c_p T \right) = -\beta u B_z J + \frac{1+\beta}{\sigma} \frac{J^2}{S}, \quad (3)$$

где G – расход газовой фазы, S – площадь поперечного сечения канала, $\rho, u, P, T, \beta, J, c_p, B_z, x$ – плотность, скорость, давление, температура, параметр Холла, холловский ток, удельная теплоемкость газа при $P = \text{const}$, магнитная индукция, линейная переменная вдоль канала соответственно.

Система (1) – (3) замыкается уравнением состояния

$$\frac{P}{\rho} = RT; \quad (4)$$

зависимостями для проводимости

$$\sigma = \sigma(P, T); \quad (5)$$

параметра Холла

$$\beta = \beta(P, T), \quad (6)$$

а также уравнением для холловского тока $J = \frac{\sigma}{1+\beta^2} (\beta u B_z + E_x)$, где E_x – напряженность электрического поля.

Для дальнейших упрощений оценим члены, стоящие в правой части уравнения (2). С этой целью запишем обобщенный закон Ома для холловского тока в виде

$$-\beta u B_z + \frac{(1+\beta^2)}{\sigma} \frac{J}{S} = \frac{dV}{dx}, \quad (7)$$

где введены полный холловский ток $J = j_x S(x)$ и потенциал $V = -\int_0^x E_x dx$. Заме-

тим, что в холловском генераторе для плотности тока существенна только переменная вдоль канала.

Подставляя (7) в правую часть (3) и интегрируя результат с учетом (1) от начала электродной зоны до сечения с координатой x , получим

$$JV + G \left(\frac{u^2}{2} + c_p T \right) = G \left(\frac{u^2}{2} + c_p T \right) \Big|_C^x. \quad (8)$$

Здесь JV – энергия, отдаваемая МГД-каналом в нагрузку, индекс «C» относится к параметрам на входе в МГД-канал.

Величину $\eta = \frac{JV}{G\left(\frac{u^2}{2} + c_p T\right)_C} \cdot 100\%$ можно рассматривать как коэффициент

полезного действия участка МГД-канала, который для холлового МГДГ не превышает нескольких процентов. Отсюда следует, что мы не совершим большой ошибки, если в уравнении (8) пренебрежем членом JV по сравнению с

$G\left(\frac{u^2}{2} + c_p T\right)_C$. В результате получим

$$\left(\frac{u^2}{2} + c_p T\right) = const. \quad (9)$$

Заметим, что при работе холлового МГДГ с отключенной нагрузкой, когда ток $J = 0$, уравнение (9) является точным интегралом (3).

В разгонном сопле Лавала в уравнениях (2) и (3) отсутствуют правые части. Поэтому в областях непрерывности решения в разгонном сопле должны выполняться обычные соотношения:

$$\begin{aligned} Spu &= G, \\ \rho u du + dP &= 0, \\ \frac{u^2}{2} + c_p T &= c_p T_0, \\ \frac{P}{\rho} &= RT, \end{aligned} \quad (10)$$

где индекс «0» относится к параметрам торможения, в то время как на разрывах должны сохраняться комплексы:

$$\begin{aligned} \rho_1 u_1 &= \rho_2 u_2, \\ \rho_1 u_1^2 + P_1 &= \rho_2 u_2^2 + P_2, \\ \frac{u_1^2}{2} + c_p T_1 &= \frac{u_2^2}{2} + c_p T_2, \end{aligned} \quad (11)$$

где индекс «1» относится к параметрам перед скачком, а индекс «2» – после скачка.

Введем безразмерную скорость $\lambda = u/a_*$, где a_* – критическая скорость звука. Из (10) имеем известное соотношение между площадями сечений потока и величинами λ в этих сечениях

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\lambda_2 \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_2^2\right)^{\frac{1}{k-1}}}{\lambda_1 \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_1^2\right)^{\frac{1}{k-1}}}, \quad (12)$$

которое при $\lambda_2 = 1$; $S_2 = S_*$, S_* – площадь критического сечения сопла, принимает вид

$$\frac{S_1}{S_*} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \left[\lambda_1 \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_1^2 \right)^{\frac{1}{k-1}} \right]^{-1}, \quad (13)$$

где k – показатель адиабаты.

Соотношения (2), (3) имеют место в областях непрерывности решения. На ударной волне из (11) для величин λ имеем связь

$$\lambda_1 \lambda_2 = 1. \quad (14)$$

В области магнитогидродинамического течения будем предполагать, что площадь S поперечного сечения канала не зависит от координаты x . В этом случае закон сохранения массы (1) принимает вид

$$\rho u = \rho_C u_C, \quad (15)$$

откуда можно выразить ρ как функцию параметра λ

$$\rho = \rho_C \frac{\lambda_C}{\lambda}. \quad (16)$$

Для температуры T имеем известное соотношение

$$T = T_0 \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right). \quad (17)$$

Подставляя в уравнение состояния (4) плотность ρ и температуру T из (15) и (17), найдем связь между величиной λ и давлением:

$$P = \frac{k+1}{2k} \rho_C \lambda_C \frac{a_*^2}{\lambda} \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right). \quad (18)$$

Соотношения (17), (18) вместе с (5) и (6) позволяют выразить через функции от λ также проводимость и параметр Холла. Вводя величины проводимости σ_C и параметр Холла β_C на входе в МГД-канал, приведем выражения (5) и (6) для σ и β к виду

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_C \bar{\sigma}(\lambda), \\ \beta &= \beta_C \bar{\beta}(\lambda). \end{aligned} \quad (19)$$

Подставляя величины ρu , P , σ и β из (15), (18), (19) в (2), получим дифференциальное уравнение для λ

$$(\lambda^2 - 1) \frac{d\lambda}{d\xi} = -A \lambda^2 [\bar{\sigma}(\lambda) \lambda - \Lambda \bar{\beta}(\lambda)], \quad (20)$$

в котором $A = \frac{2k}{k+1} \frac{\sigma_C B_z^2 L}{\rho_C u_C}$, $\Lambda = \frac{\beta_C J}{S \sigma_C B_z a_*}$ – безразмерные параметры; $\xi = \frac{x}{L}$ – безразмерная координата.

Для дальнейших исследований важно знать знак правой части уравнения (20). Сначала заметим, что для всякого участка МГД-канала, работающего в генераторном режиме, из уравнений (3) следует неравенство

$$\left(-\beta u B_z + \frac{1 + \beta^2}{\sigma S} J \right) J < 0.$$

Его решение для $u > 0$ возможно только при

$$0 < J < \frac{\beta u B_z}{1 + \beta^2} \sigma S. \quad (21)$$

Воспользовавшись (21), оценим правую часть уравнения (2):

$$\left(S \sigma u B_z^2 + \beta J B_z \right) \geq \frac{S \sigma u B_z^2}{1 + \beta^2} > 0.$$

Из него следует, что при работе участка МГД-канала в генераторном режиме правая часть (20) меньше нуля, и, таким образом, сверхзвуковой поток на таком участке замедляется, в то время как дозвуковой – ускоряется.

Режимы непрерывного торможения сверхзвукового потока

Проинтегрируем уравнение (20) от начала электродной зоны МГД-канала до выхода из нее. Полагая $\lambda|_{\xi=0} = \lambda_C$, $\lambda|_{\xi=1} = \lambda_D$, получим выражение для вычисления величины параметра A , при котором на выходе достигается значение $\lambda = \lambda_D$:

$$A = \int_{\lambda_D}^{\lambda_C} \frac{(\lambda^2 - 1) d\lambda}{\lambda^2 [\bar{\sigma} \lambda - \Lambda \beta]}. \quad (22)$$

Интегрируя при этом значении A (20) от входа в электродную зону до произвольной точки внутри канала, получим связь между безразмерной координатой ξ и значением λ в этой точке:

$$\xi = \frac{1}{A} \int_{\lambda}^{\lambda_D} \frac{(\lambda^2 - 1) d\lambda}{\lambda^2 [\bar{\sigma} \lambda - \Lambda \beta]}. \quad (23)$$

На рис. 2 приведены результаты расчетов торможения сверхзвукового потока по формуле (23) для случая режима разомкнутой цепи нагрузки ($\Lambda = 0$), при котором интеграл (23) является точным решением системы исходных уравнений (1) – (3).

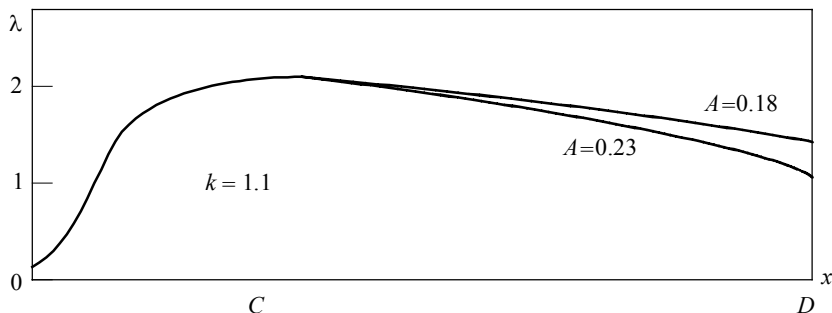


Рис. 2. Зависимость λ от x и от A

Fig. 2. Dependence of λ on x and A

Аппроксимация безразмерной проводимости $\bar{\sigma}$ бралась в виде формулы Саха[1], которая с помощью (17), (18) приводилась к виду

$$\bar{\sigma} = \left[\frac{\lambda^2}{\lambda_c^2} \left(\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_c^2} \right) \right]^{\frac{1}{4}} \exp \left\{ -C \left[\left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{-1} - \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_c^2 \right)^{-1} \right] \right\}. \quad (24)$$

Расчеты проводились для значения параметров $\lambda_c = 2.1$; $k = 1.1$; $C = 5$.

Из рис. 2 видно, что с ростом величины параметра взаимодействия A торможение потока усиливается, и при $A = 0.23$ в конце электродной зоны скорость потока становится звуковой.

Влияние параметра нагрузки Λ можно проследить на рис. 3. На этом рисунке сравниваются два решения при $A = 0.18$. Сплошной линией изображено решение при $\Lambda = 0$, штриховой – решение при $\Lambda = 0.2$. Безразмерный параметр Холла $\bar{\beta}$ [1] аппроксимировался с помощью формулы

$$\bar{\beta} = \frac{P_C}{P} \left(\frac{T}{T_C} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\lambda}{\lambda_c} \left(\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_c^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (25)$$

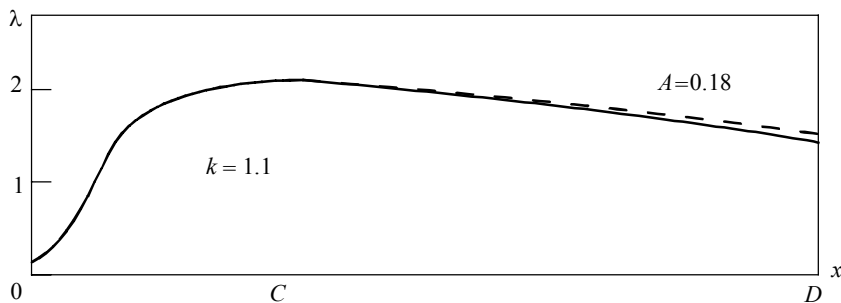


Рис. 3. Зависимость λ от x при $k = 1.1$ и $A = 0.18$

Fig. 3. Dependence of λ on x at $k = 1.1$ and $A = 0.18$

Из рисунка видно, что в холловском канале подключение нагрузки при $\Lambda = 0.2$ приводит к более медленному торможению потока по сравнению с режимом разомкнутой цепи.

Режимы торможения сверхзвукового течения в МГД-канале со скачками уплотнения

По мере увеличения параметра A при некотором его критическом значении $A_* = f(\Lambda)$ на выходе из электродной зоны число Маха становится равным единице. Возникает вопрос, что произойдет со сверхзвуковым потоком плазмы, если продолжать увеличивать параметр A ? С целью выяснения возникающей проблемы запишем уравнение обращения воздействий, являющееся следствием исходных уравнений (1) – (3)

$$(M^2 - 1) \frac{du}{dx} = \frac{u}{S} \frac{dS}{dx} + \frac{j_x E_x}{kP} - \frac{j_x^2}{\sigma P}. \quad (26)$$

Здесь j_x^2 – квадрат модуля плотности тока, $j_x E_x$ – объемная плотность стока энергии, отдаваемой в нагрузку.

Из (26) видно, что для непрерывного торможения плазмы с переходом через скорость звука необходимо, чтобы в точке, в которой $M = 1$, выполнялось соотношение

$$\frac{u}{S} \frac{dS}{dx} + \frac{j_x E_x}{kP} - \frac{j_x^2}{\sigma P} = 0. \quad (27)$$

Однако непрерывное сверхзвуковое решение уже однозначно определено начальными условиями на входе в канал и не содержит никаких свободных параметров для удовлетворения (27). Поэтому непрерывное торможение плазмы с переходом сверхзвукового течения в дозвуковое в общем случае невозможно.

Данная ситуация оказывается разрешимой, если предположить, что при $A > A_*$ торможение происходит в ударной волне. Скорость потока за ударной волной становится дозвуковой, и плазма за скачком в соответствии с (20) ускоряется. При этом решение содержит дополнительный параметр (например, интенсивность ударной волны), который может быть использован для удовлетворения условий на выходе из канала.

Может быть два случая.

Если наружное давление достаточно велико и из канала осуществляется дозвуковое истечение, то на выходе из электродной зоны (сечение D на рис. 1) в предположении дальнейшего адиабатического расширения потока может быть рассчитана величина λ_D . Для этого следует использовать записанное для сечений D и E условие (12), адиабатическое условие для давлений

$$\frac{P_D}{P_E} = \left(\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_D^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_E^2} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (28)$$

и уравнение (18) в точке D .

В том случае, когда истечение из канала сверхзвуковое, переход через скорость звука должен осуществляться одновременно с выполнением (27). Так как при работе в генераторном режиме

$$\frac{j_x E_x}{kP} - \frac{j_x^2}{\sigma P} < 0, \quad (29)$$

то из (26) и (27) следует, что в точке перехода $\frac{dS}{dx} > 0$, а в диффузоре правее этой точки должно выполняться неравенство

$$\frac{dS}{dx} > -\frac{S}{u} \left(\frac{j_x E_x}{kP} - \frac{j_x^2}{\sigma P} \right) > 0. \quad (30)$$

Для данного канала, показанного на рис. 1, непрерывный переход через скорость звука становится возможным, если в конце электродной зоны происходит его расширение, причем так, что в некоторой окрестности слева от точки D сна-

чала выполняется равенство (27), а затем и неравенство (26). Оба условия могут быть удовлетворены выбором профиля указанной окрестности и интенсивности ударной волны, которую следует выбрать так, чтобы в этой окрестности достигалось значение $M = 1$. В дальнейшем для простоты мы будем предполагать, что такая окрестность точки D существует и достаточно мала для того, чтобы граничное условие $M_D = \lambda_D = 1$ можно было брать в точке D .

Заметим, что в реальных МГД-каналах $\frac{dS}{dx} > 0$, а неравенство (26) выполняется в результате непрерывного уменьшения величины тока на выходе из электродной зоны.

Исходя из сказанного, будем искать разрывное решение задачи (20) с граничным условием на входе в электродную зону

$$\lambda|_{\xi=0} = \lambda_C \quad (31)$$

и условием

$$\lambda|_{\xi=1} = 1 \quad (32)$$

на выходе из нее.

Положение разрыва ξ_p и его интенсивность определяются из соотношения на разрыве (14): $\lambda_2 = \frac{1}{\lambda_1}$.

Интегрируя (20) в области дозвукового течения от $\xi = 0$ до $\xi = \xi_p$, получим

$$A\xi_p = \int_{\lambda_1}^{\lambda_C} \frac{(\lambda^2 - 1)d\lambda}{\lambda^2 (\bar{\sigma}\lambda - \Lambda\bar{\beta})}. \quad (33)$$

Интеграл (20) в области дозвукового течения за скачком с учетом граничного условия (32) и соотношения (14) имеет вид

$$A(1 - \xi_p) = \int_{1/\lambda_1}^1 \frac{(1 - \lambda^2)d\lambda}{\lambda^2 (\bar{\sigma}\lambda - \Lambda\bar{\beta})}. \quad (34)$$

Исключая из (33) и (34) координату ξ_p , получим связь

$$A = \int_{\lambda_1}^{\lambda_C} \frac{(\lambda^2 - 1)d\lambda}{\lambda^2 (\bar{\sigma}\lambda - \Lambda\bar{\beta})} + \int_{1/\lambda_1}^1 \frac{(1 - \lambda^2)d\lambda}{\lambda^2 (\bar{\sigma}\lambda - \Lambda\bar{\beta})}, \quad (35)$$

позволяющую для заданного λ_1 вычислить значение параметра A и затем с помощью соотношения (30) найти положение разрыва ξ_p .

Прежде чем перейти к расчетам, предварительно заметим, что они в сильной степени зависят от показателя адиабаты k . Причина такой зависимости лежит в экспоненциальной связи безразмерной проводимости $\bar{\sigma}$ и температуры, которая, в свою очередь, согласно (17) зависит от k как от параметра.

В таблице приведены значения безразмерной проводимости $\bar{\sigma}$, рассчитанные по формуле (14) для значений k от 1.1 до 1.4 при $C = 5$ и $\lambda_C = 2.1$.

Значения безразмерной проводимости $\bar{\sigma}$
для $k = 1.1$ и $k = 1.4$ при $C = 5$ и $\lambda_B = 2.1$

k	λ	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.7	1.9	2.1
1.1	$\bar{\sigma}$	1.83	2.04	2.12	2.10	1.99	1.81	1.56	1.29	1.0
1.2	$\bar{\sigma}$	13.94	14.59	13.93	12.23	9.83	7.12	4.53	2.42	1.0
1.3	$\bar{\sigma}$	441.60	435.97	380.90	293.39	194.20	104.87	41.92	10.24	1.0
1.4	$\bar{\sigma}$	$5.7 \cdot 10^5$	$5.3 \cdot 10^5$	$4.2 \cdot 10^5$	$2.8 \cdot 10^5$	$1.5 \cdot 10^5$	$5.5 \cdot 10^4$	$1.1 \cdot 10^4$	$5.8 \cdot 10^2$	1.0

Из таблицы следует, что для $k = 1.1$ и $k = 1.4$ значения $\bar{\sigma}$ отличаются на пять порядков, а сами зависимости носят различный характер.

Продифференцируем интегралы (33) и (35) и исключим величину $d\lambda_1$. В результате получим связь между бесконечно малым изменением положения разрыва $d\xi_p$ и приращением dA в виде

$$dA = -A \frac{F(\lambda_1) - F(1/\lambda_1)}{\xi_p F(\lambda_1) + (1 - \xi_p) F(1/\lambda_1)} d\xi_p, \tag{36}$$

где $F(y) = \bar{\sigma}(y)y - \Lambda \bar{\beta}(y)$.

Знак коэффициента в (33) определяется знаком разности $F(\lambda_1) - F(1/\lambda_1)$.

На рис. 4 и 5 приведены функции $F(\lambda_1)$ и $F(1/\lambda_1)$, рассчитанные для показателей адиабаты $k = 1.1$ и $k = 1.3$. Из этих рисунков видно, что при $k = 1.1$ коэффициент в (33) имеет отрицательный знак, а при $k = 1.3$ – положительный. Таким образом, при $k = 1.1$ координата положения ударной волны с ростом параметра взаимодействия A будет перемещаться в сторону разгонного сопла, а при $k = 1.3$ – в противоположном направлении.

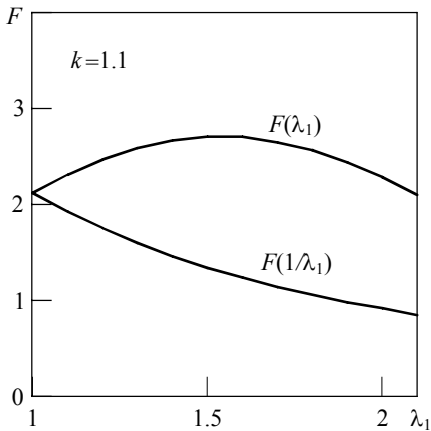


Рис. 4. Графики функций $F(\lambda_1)$ и $F(1/\lambda_1)$ при $k = 1.1$
Fig. 4. Graphs of the function $F(\lambda_1)$ and $F(1/\lambda_1)$ at $k = 1.1$

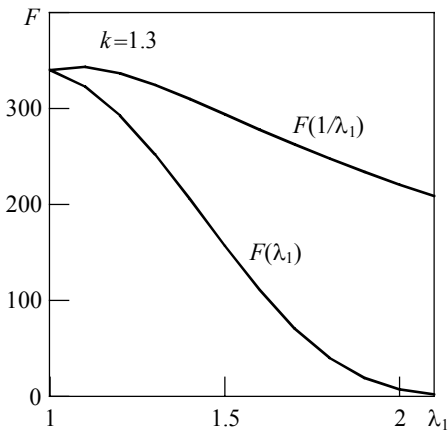


Рис. 5. Графики функций $F(\lambda_1)$ и $F(1/\lambda_1)$ при $k = 1.3$
Fig. 5. Graphs of the function $F(\lambda_1)$ and $F(1/\lambda_1)$ at $k = 1.3$

Координаты положения ударной волны ξ_p в зависимости от величины A для $k = 1.1$ и $\Lambda = 0$ приведены на рис. 6. В этом случае ударная волна с ростом A перемещается в сторону входа в МГД-канал и при $A = 0.5$ располагается на входе в МГД-зону.

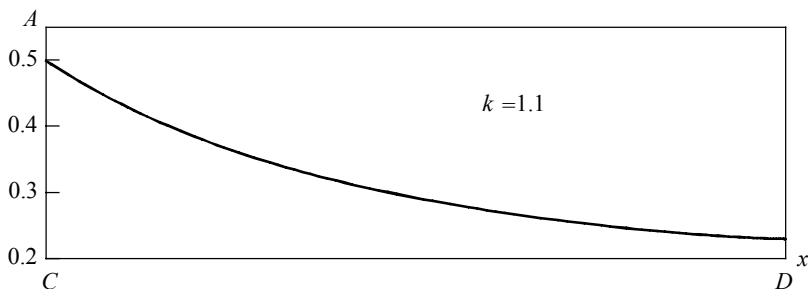


Рис. 6. Положение ударной волны при $k = 1.1$

Fig. 6. Position of the shock wave at $k = 1.1$

Результаты расчетов безразмерной скорости λ при $k = 1.1$ и $\Lambda = 0$ для значений A показаны на рис.7.

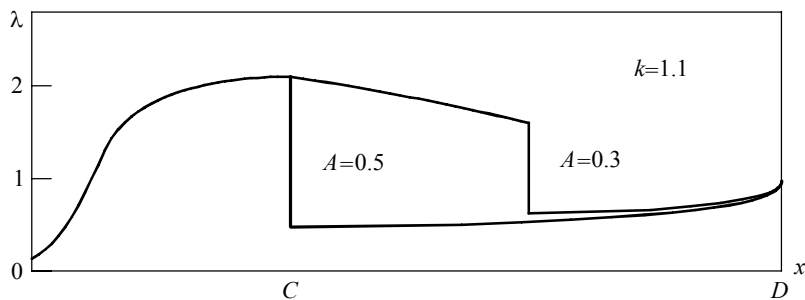
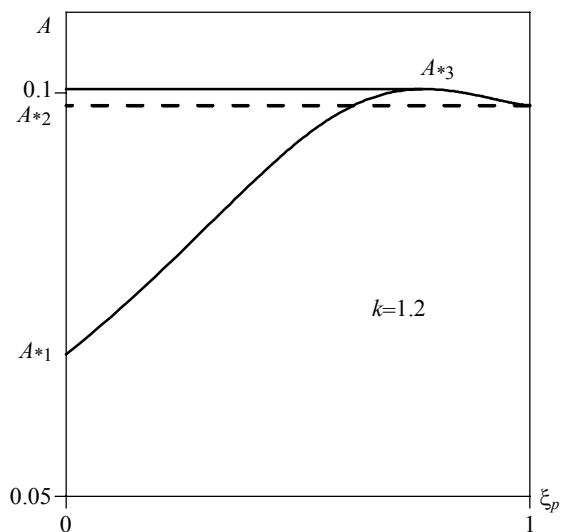
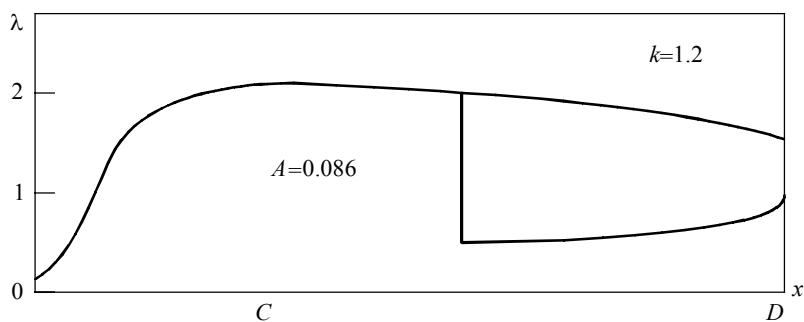
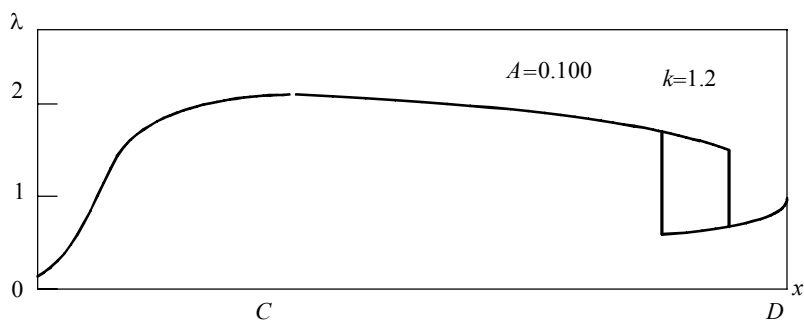


Рис. 7. Зависимость λ от A

Fig. 7. Dependence of λ on A

При $k = 1.2$ картина течения в МГД-канале принципиально меняется по сравнению с рассмотренным случаем $k = 1.1$. Ее особенности можно наблюдать на рис. 8, на котором приведена функция $A = A(\xi_p)$. С ростом A возможность существования разрывного решения возникает сначала на входе в канал при $A > A_*$.

Однако, как показывают расчеты, при $A_{*1} < A < A_{*2}$ параллельно с разрывным решением существует также решение с непрерывным торможением потока (рис. 9), а при $A_{*2} < A < A_{*3}$ — два различных разрывных решения (рис. 10). При $A > A_{*3}$ в канале оказывается возможным существование только дозвукового течения плазмы.

Рис. 8. Положение ударной волны при $k = 1.2$ Fig. 8. Position of the shock wave at $k = 1.2$ Рис. 9. Зависимость λ от x при $k = 1.2$ и $A = 0.086$ Fig. 9. Dependence of λ on x at $k = 1.2$ and $A = 0.086$ Рис. 10. Зависимость λ от x при $k = 1.2$ и $A = 0.100$ Fig. 10. Dependence of λ on x at $k = 1.2$ and $A = 0.100$

В случае $k = 1.3$ два решения (непрерывное торможение и течение с ударной волной) существуют при $0.002 < A < 0.032$. При этом ударная волна возникает сначала на входе в канал и затем с ростом A перемещается к его выходу (рис. 11).

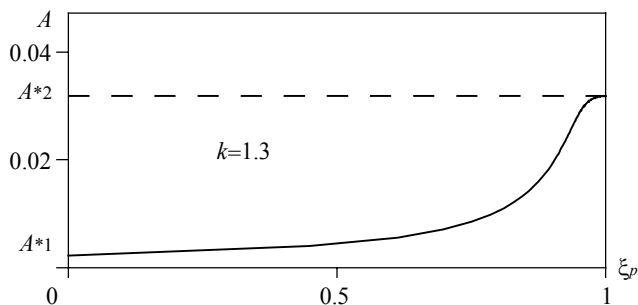


Рис. 11. Положение ударной волны при $k = 1.3$

Fig. 11. Position of the shock wave at $k = 1.3$

Выводы

Таким образом, в общем случае в МГД-канале могут осуществляться как гладкие течения, так и течения с разрывом параметров. Эти течения могут включать дозвуковые области с заранее неизвестными границами. Так как стационарные решения задачи могут быть неединственными, то в реальных ситуациях осуществимость того или иного решения может зависеть от процесса физического установления и, следовательно, от начальных условий. Поэтому в качестве подходящего численного метода решения задач о течении в МГД-каналах в общем случае следует рассматривать метод установления [7], позволяющий моделировать нестационарные физические процессы, учитывать начальные условия задачи, а в случае использования консервативных разностных схем рассчитывать течения с ударными волнами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ватажин А.Б., Любимов Г.А., Резирер С.А. Магнитогидродинамические течения в каналах. М.: Наука, 1970. 672 с.
2. Роза Р. Магнитогидродинамическое преобразование энергии. М.: Мир, 1970. 288 с.
3. Виноградова Г.Н., Панченко В.П. Численное исследование нестационарных процессов в фарадеевском МГД-генераторе // ТВТ. 1981. Т. 19. № 1. С. 164–171.
4. Виноградова Г.Н., Губарев А.В., Панченко В.П. О работе МГД-генератора диагонального типа на нерасчетных режимах // ТВТ. 1987. Т. 25. № 2. С. 383–388.
5. Иванов В.А. Расчет двухфазного течения при сильном МГД-взаимодействии в одномерном монодисперсном приближении // ТВТ. 1991. Т. 29. № 2. С. 393–395.
6. Солоненко В.А. Исследование течения в крупномасштабном импульсном сверхзвуковом МГД-генераторе // Изв. вузов. Физика. 2006. Т. 49. № 6. Приложение. С. 5–12.
7. Костюшин К.В., Шувариов В.А. Сравнение схем типа «MUSCL» для расчета течений идеального газа в соплах Лавала // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2018. № 54. С. 79–87. DOI 10.17223/19988621/54/7.

Vasenina T.V., Glazunov A.A. (2020) ANALYTICAL STUDIES OF THE LIMITING FLOW REGIMES IN MHD CHANNELS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 64. pp. 78–90

DOI 10.17223/19988621/64/6

Keywords: MHD generator, analytical studies, unsteady gas-dynamic process, shock wave.

This paper presents the analytical study results for a steady single-phase quasi-one-dimensional flow in a gas-dynamic path of the magnetohydrodynamic (MHD) generator of the Hall-type plasma. It is shown that, depending on generator working conditions, two different regimes of transition are possible: with and without shock wave formation. The parametric studies are carried out in a regime with compression shock waves. The calculated results are highly dependent on the heat capacity ratio, k . For $k = 1.1$, with an increase in the dimensionless interaction parameter A , the shock wave position shifts from the origin of the electrode zone to a diffuser. For $k = 1.2$, at the same value of A , either shock-wave-free recompression or shock-wave recompression can occur. For $k = 1.3$, two different shock-wave recompressions are possible.

Since the solution to a steady-state problem may be non-unique, the false transient method is generally considered as an appropriate numerical method for solving the problems of the flow in MHD channels. This method allows one to simulate unstable physical processes accounting for initial conditions of the problem and also to calculate the flows with shock waves when conservative difference schemes are used.

Financial support. This study was supported by Tomsk State University Competitiveness Improvement Program (grant No. 8.2.12.2018).

Tatyana V. VASENINA (Candidate of Physics and Mathematics, Scientific Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: tvv@niipmm.tsu.ru

Anatoliy A. GLAZUNOV (Doctor of Physics and Mathematics, Prof., Scientific Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: gla@niipmm.tsu.ru

REFERENCES

1. Vatazhin A.B., Lyubimov G.A., Regirer S.A. (1970) *Magnitogidrodinamicheskie techeniya v kanalah* [Magnetohydrodynamic flows in channels]. Moscow: Nauka.
2. Rosa R.J. (1968) *Magnetohydrodynamic Energy Conversion*. London: McGraw-Hill.
3. Vinogradova G.N., Panchenko V.P. (1981) Numerical study of unsteady processes in a Faraday MHD generator. *High Temperature*. 19(1). pp. 127–133.
4. Vinogradova G.N., Gubarev A.V., Panchenko V.P. (1987) Operation of a diagonal-type MHD generator outside the design range. *High Temperature*. 25(2). pp. 294–299.
5. Ivanov V.A. (1991) Raschet dvukhfaznogo techeniya pri sil'nom MGD-vzaimodeystvii v odnomernom monodispersnom priblizhenii [Calculation of a two-phase flow with a strong MHD interaction in a one-dimensional monodispersed approximation]. *TVT – High temperature*. 29(2). pp. 393–395.
6. Solonenko V.A. (2006) Issledovanie techeniya v krupnomasshtabnom impul'snom sverkhzvukovom MGD-generatore [Study of the flow in a large-scale pulsed supersonic MHD generator]. *Izvestiya vuzov. Fizika. Prilozhenie*. 49(6). pp. 5–12.
7. Kostyushin K.V., Shuvarikov V.A. (2018) Sravnenie skhem tipa «MUSCL» dlya rascheta techeniy ideal'nogo gaza v soplakh Lavalya [Comparison of the MUSCL-type schemes for a gas flow calculation in de Laval nozzles]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika. – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 54. pp. 79–87. DOI: 10.17223/19988621/54/7.

Received: December 9, 2019