

\* \*  
\*

УДК 621.371: 519.633

DOI: 10.17223/00213411/64/1/43

А.В. МОГИЛЬНИКОВ, Ю.П. АКУЛИНИЧЕВ

**ПРЕДЕЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО  
УРАВНЕНИЯ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ \***

Анализируется метод численного решения волнового параболического уравнения на прямоугольной координатной сетке, когда для вычисления значений поля в неоднородной среде на очередном шаге по дальности используется метод дискретного преобразования Фурье (ДПФ) с расщеплением. Была поставлена задача выявить предельные возможности самого метода ДПФ, поэтому исследования проводились для случая распространения радиоволн в свободном пространстве. Рассматривались два вопроса: каково минимальное значение среднеквадратической ошибки (СКО) расчета поля и какими при этом должны быть значения коэффициентов преобразования гармоник ряда Фурье и значения коэффициентов искусственного поглощающего слоя (ПС) в зависимости от параметров вычислительной схемы. Показано, что зависимость СКО от расстояния до источника всегда имеет максимальное значение. Формы оптимальных ПС отличаются от традиционно применяемых, в первую очередь, наличием существенной мнимой составляющей.

*Ключевые слова:* распространение радиоволн, среда распространения, электромагнитное поле, параболическое уравнение, дискретное преобразование Фурье.

**Введение**

В настоящее время эффективность любой радиотехнической системы (РТС) в существенной степени зависит от условий распространения радиоволн (РРВ) в неоднородной среде. Поэтому развитие методов прогноза ожидаемых характеристик поля и соответствующей эффективности РТС является одной из актуальных задач в областях радиолокации, радионавигации и беспроводной связи.

В данной статье не рассматриваются довольно простые, но недостаточно точные [1] эмпирические модели прогнозирования, такие, как модели Longley-Rice [2] и Hata-Davidson [3], рекомендация МСЭ-R P.1546 и др. Более перспективны детерминированные модели, позволяющие имитировать процессы РРВ практически в любом диапазоне радиоволн на конкретной трассе и учитывать рефракцию и дифракцию, отражения от препятствий на трассе и изменения коэффициента преломления среды в пространстве. Естественно, такие модели сложнее эмпирических и на их применение требуется значительно больше вычислительных затрат. Однако с развитием техники эта проблема постепенно теряет актуальность [4].

Наиболее популярной математической детерминированной моделью РРВ является параболическое уравнение (ПУ). Впервые оно было введено в работах Леонтовича и Фока по решению задач РРВ над сферической поверхностью Земли [5, 6]. Широкое распространение использования ПУ началось после того, как Nardin и Tarrert импортировали преобразование Фурье с расщеплением из алгоритмов, применяемых при подводных акустических исследованиях [7], а Claerbout разработал конечно-разностную схему для геофизических приложений [8]. С тех пор способы применения ПУ в качестве модели атмосферного РРВ регулярно совершенствуются [4, 9] и используются на практике, например в приложениях прогнозирования радиолокационного покрытия [10]. Скалярное ПУ также широко применяется в сферах гидроакустики, оптики, сейсмологии [11] и др.

Если волна является монохроматической, т.е. зависимость от времени имеет вид  $\exp(-i\omega t)$ , то распространяющееся в декартовом пространстве  $xOz$  электромагнитное поле заданной поляризации  $\psi(x, z)$  можно описать двумерным скалярным уравнением Гельмгольца. Если при этом поле распространяется преимущественно в направлении оси  $Ox_+$ , то в поперечном направлении  $Oz$  оно изменяется значительно медленнее, чем вдоль трассы, поэтому удобно использовать представление  $\psi(x, z) = u(x, z) \exp(ikx)$ , где  $u(x, z)$  – медленно изменяющаяся в пространстве комплексная оги-

\* Работа выполнена в рамках проекта по госзаданию Минобрнауки № FEWM-2020-0039.

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала  
**«Известия высших учебных заведений. Физика»**  
осуществляется на платформе  
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU  
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>