

УДК 531.1

DOI: 10.17223/00213411/64/4/115

В.В. ОБУХОВ^{1,2}

РЕШЕНИЯ ВАКУУМНЫХ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА В ШТЕККЕЛЕВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ТИПА (1.1) *

Проинтегрированы вакуумные уравнения Максвелла для случая, когда уравнения Гамильтона – Якоби для заряженной пробной частицы допускают полное разделение переменных типа (1.1). Используются результаты осуществлённой ранее классификации штеккелевых метрик и электромагнитных потенциалов внешнего электромагнитного поля.

Ключевые слова: уравнение Гамильтона – Якоби, разделение переменных, векторы и тензоры Киллинга, интегралы движения.

Введение

В работах [1–4] осуществлена классификация штеккелевых пространств, в которых допускает полное разделение переменных уравнение Гамильтона – Якоби для заряженной пробной частицы, движущейся во внешнем электромагнитном поле. Под классификацией понимается перечисление всех классов эквивалентности для метрик и физических полей относительно группы допустимых (т.е. не нарушающих условия полного разделения переменных) преобразований координат и потенциалов. Получены все неэквивалентные наборы электромагнитных потенциалов внешнего электромагнитного поля и метрик штеккелевых пространств типа (N, N_0) .

Теория штеккелевых пространств построена в [5–7]. В работе [8] теория была обобщена на случай комплексных привилегированных систем координат. Отличительной особенностью штеккелева пространства является существование в нём полного набора геометрических объектов – взаимно коммутирующих и удовлетворяющих некоторым дополнительным условиям векторных и тензорных полей Киллинга, что позволяет осуществить полное разделение переменных в классических и квантовых уравнениях движения пробных частиц. Она даёт возможность использовать полученные результаты для осуществления аналогичной классификации для уравнения Клейна – Гордона – Фока и Дирака – Фока [9, 10]. Отметим, что метрики штеккелевых пространств типа (1.1) исследовались в ряде работ. Так, ещё в работах [11, 12] были проклассифицированы все системы координат плоского пространства-времени и электромагнитные поля, допускающие полное разделение переменных типа (1.1) в уравнениях Гамильтона – Якоби и Клейна – Гордона – Фока. Авторы работ [13, 14] проклассифицировали все вакуумные и электровакуумные решения уравнений Эйнштейна – Максвелла, полученные при условии полного разделения переменных в уравнении Гамильтона – Якоби. В ряде задач теории гравитации все материальные поля можно рассматривать как внешние на фоне сильного гравитационного поля. В частности, имеет физический смысл задача нахождения решений вакуумных уравнений Максвелла. В [1] эта задача решена для пространств типа (1.0). В настоящей работе рассматриваются вакуумные уравнения Максвелла в штеккелевых пространствах типа (1.1), в которых допускает полное разделение переменных уравнение Гамильтона – Якоби для заряженной пробной частицы. Используются электромагнитные потенциалы и метрики, полученные в [4].

1. Уравнение Гамильтона – Якоби

Приведём необходимые в дальнейшем сведения и результаты, полученные в работе [4]. Рассмотрим пространство-время V_4 с координатной системой $\{u^i\}$ ($i, j = 0, \dots, 3$) и метрическим тензором, имеющим компоненты g_{ij} , g^{ij} .

* Работа поддержана Министерством науки и высшего образования Российской Федерации, проект FEWF-2020-0003.

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
«Известия высших учебных заведений. Физика»
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>