

МЕХАНИКА

УДК 532.5.011

DOI 10.17223/19988621/71/2

В.А. Архипов, С.А. Басалаев, К.Г. Перфильева, А.С. Усанина

КОЭФФИЦИЕНТ СОПРОТИВЛЕНИЯ ТВЕРДОЙ СФЕРЫ
В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ¹

Представлены результаты экспериментального исследования гравитационного осаждения одиночных твердых сферических частиц в неизотермических условиях (при неравенстве температуры частицы и несущей среды) в вязкой жидкости в области чисел Рейнольдса $Re < 1$. Проанализировано влияние неравенства температуры частицы и несущей среды на коэффициент сопротивления твердой сферы. Проведено сравнение экспериментальных данных по охлаждению и нагреву частицы на стационарную скорость ее осаждения. Получены эмпирические зависимости для коэффициента сопротивления одиночной твердой сферы в неизотермических условиях.

Ключевые слова: твердая сфера, гравитационное осаждение, охлажденная частица, нагретая частица, коэффициент гидродинамического сопротивления, разность температур, экспериментальное исследование.

Вопрос о закономерностях движения одиночной частицы дисперсной фазы (твердой частицы, капли или пузырька) относится к фундаментальным задачам классической гидродинамики и механики двухфазных потоков и представляет интерес, например, при моделировании процессов в тепло- и массообменных аппаратах химической технологии, при оценивании последствий катастрофических явлений техногенного или природного характера, в вопросах образования атмосферных осадков и т.д. Закономерности движения частицы дисперсной фазы в первую очередь определяются силой динамического сопротивления. Корректное определение коэффициента сопротивления несущей среды движению частицы играет ключевую роль при создании адекватных моделей многофазных, в том числе двухфазных, течений.

Стандартная кривая сопротивления для одиночной твердой сферы, движущейся при числах Рейнольдса $Re < 1$, получена в изотермических условиях (при равенстве температуры несущей среды и частицы дисперсной фазы) и описывается формулой Стокса [1]

$$C_D = \frac{24}{Re}. \quad (1)$$

Однако в ряде технологических процессов температура частицы может быть ниже или выше температуры среды (например, тушение пожаров с применением авиации, плазмохимический синтез керамических порошков, процессы охлаж-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания №. 0721-2020-0036.

дения частиц в аппаратах химической технологии и т.д.) [2–8]. В этом случае зависимость (1) не может быть использована для расчета скорости движения частицы ввиду изменения физических свойств несущей среды в пограничном слое частицы.

В большинстве публикаций, посвященных исследованию характеристик движения частицы дисперсной фазы в неизотермических условиях, динамика частицы исследуется преимущественно теоретически [9–20]. В частности, в работе [13] на основе аналитического решения уравнений Навье – Стокса для задачи об обтекании равномерно нагретой сферической частицы газовым потоком при малых числах Рейнольдса показано, что коэффициент сопротивления частицы линейно возрастает с ростом разницы температуры частицы и внешней среды за счет изменения плотности и вязкости обтекающего потока.

Авторами работ [11, 14] показано, что при увеличении температуры частицы кривая для коэффициента сопротивления изначально достигает максимума, а затем начинает резко уменьшаться до нуля. При этом коэффициент сопротивления не только уменьшается до нуля, но и принимает отрицательное значение.

О.Г. Фридлендер [15], рассмотрев задачу по обтеканию нагретой частицы потоком газа с минимальным влиянием температурных напряжений при малых числах Кнудсена и Рейнольдса, обнаружил, что учет температурных напряжений в уравнениях Навье – Стокса приводит к незначительному изменению силы сопротивления за счет равномерного нагрева сферической частицы и выбора оптимального значения неравномерности температуры по поверхности частицы.

Неустановившееся термофоретическое движение первоначально нагретой (охлажденной) относительно газа и остывающей (нагревающейся) сферической частицы теоретически рассмотрено в работе А.Ю. Бориса [16]. Определено, что при учете температурных напряжений существенно изменяется значение термофоретической силы, действующей на частицу в начале движения, что приводит к значительному повышению скорости движения частицы в отличие от случая стационарного термофореза. Для охлажденной частицы при учете температурных напряжений термофоретическая сила направлена противоположно направлению силы при установившемся термофорезе.

Учет и влияние «пленочной» температуры рассмотрены в работах [4, 6, 7] для одномерной модели движения частицы в тепловой плазме. Выявлено, что в зависимости от конкретных значений температур и размеров частицы метод приближения «пленочной» температуры приводит к погрешности расчета коэффициента сопротивления до 50 %.

Численное исследование динамики нагретых несферических частиц рассмотрено в работе [17]. Авторы обнаружили, что в отличие от случая движения сферической частицы при моделировании движения несферической частицы следует учитывать термофоретическую силу.

Стоит также отметить целый цикл работ Н.В. Малая с соавторами [10, 18–20]. Авторами выполнено теоретическое описание процесса обтекания равномерно и неравномерно нагретой сферической (жидкой и твердой) частицы в вязкой неизотермической газообразной среде в приближении Стокса. В формулу для расчета силы сопротивления сферической частицы при произвольных перепадах температуры вокруг ее поверхности авторы вводят поправочные коэффициенты, учитывающие зависимость вязкости и плотности газообразной среды от температуры.

Среди экспериментальных исследований можно выделить работы [9, 21–23], в которых исследуется влияние смешанной конвекции на силу сопротивления оди-

ночной сферической левитирующей частицы, нагреваемой лазерным лучом в электродинамической камере, при малых числах Рейнольдса. Авторы предлагают при определении силы сопротивления нагретой частицы учитывать «плеченочную» температуру и силы, возникающие в результате свободной конвекции:

Из анализа существующих литературных данных по динамике движения частицы в неизотермических условиях очевидно, что ряд вопросов остаются нерешенными. В частности, для уточнения выражения для коэффициента сопротивления одиночной сферической частицы в неизотермических условиях необходимы дополнительные экспериментальные исследования. В настоящей работе представлены результаты экспериментального исследования закономерностей гравитационного осаждения одиночной твердой сферы в неизотермических условиях (при нагреве и охлаждении частицы) в вязкой жидкости в области чисел Рейнольдса $Re = 10^{-3} - 1$.

Описание экспериментальной установки и методики

Исследование проводилось на установке, состоящей из вертикально установленной прозрачной кюветы с жидкостью и системы визуализации процесса осаждения частицы. Кювета, выполненная в виде прямоугольной призмы размером $300 \times 300 \times 900$ мм (объемом 81 л), изготовлена из оптического стекла толщиной 15 мм. Система визуализации включала высокоскоростную видеокамеру «Citius C100». Видеоосъемка проводилась с пространственным разрешением 576×1024 пикселей с темпом 300 кадров в секунду и временем экспозиции 0.5–2.0 мс. Для контроля расстояния, пройденного частицами, использовалась масштабная линейка с ценой деления 1 мм, отградуированная с учетом оптического искажения стенками кюветы.

Для получения условий неизотермичности в экспериментах варьировалась температура частицы; температура жидкости оставалась неизменной и составляла $T_l = 298$ К. В экспериментах рассматривалось осаждение нагретых ($T = 373, 473$ и 573 К) и охлажденных частиц ($T = 82, 250$ К). Также проводились эксперименты для эталонных частиц, температура которых равнялась температуре жидкости $T = 298$ К.

В качестве жидкости использовались глицерин и полиметилсилоксановые жидкости марки ПМС-10000 и ПМС-30000. В экспериментах исследовалось гравитационное осаждение стальных шариков марки 95X18.

Плотность используемых жидкостей ρ_l измерялась ареометром с относительной погрешностью $\delta \rho_l = 0.1$ %.

Коэффициент динамической вязкости жидкостей μ_l определялся по измеренной скорости стационарного осаждения u_p твердой сферической частицы в стоковском режиме ($Re < 1$, $C_D = 24/Re$) по формуле

$$\mu_l = \frac{gd_p^2(\rho_p - \rho_l)}{18u_p},$$

где g – ускорение свободного падения; d_p, ρ_p – диаметр и плотность одиночной сферической частицы; u_p – скорость гравитационного осаждения одиночной сферической частицы. В качестве частиц для определения коэффициента динамической вязкости использовались алюминиевые ($d_p = 3.1$ мм, $\rho_p = 2835$ кг/м³) и стальные ($d_p = 3$ мм, $\rho_p = 7905$ кг/м³) шарики. Скорость u_p вычислялась времяпролетным методом по формуле

$$u_p = \frac{h}{t},$$

где h – расстояние, пройденное частицей за время t .

Параметры используемых жидкостей приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры используемых в экспериментах жидкостей

№	Жидкость	ρ , кг/м ³	μ , Па·с
1	Глицерин	1265	1.4
2	ПМС-10000	970	11
3	ПМС-30000	975	31.5

Диаметр используемых в экспериментах частиц определялся с помощью микрометра с погрешностью 0.01 мм. Эксперименты проведены для трех диаметров D стальных шариков: 15.1, 8.7 и 6.7 мм.

Для определения плотности стальных шариков использовались электронные весы с погрешностью 1 мг. Плотность стальных шариков составляла $\rho = 7753$ кг/м³ и определялась как $\rho = 6M/N\pi D^3$, где M – масса N частиц.

В экспериментах с нагретыми частицами исследуемый стальной шарик помещался в специальный контейнер, размер которого соответствовал диаметру исследуемого шарика. Нагрев стального шарика осуществлялся с помощью встроенного внутри контейнера нагревательного элемента, который накалял рабочую область, в которой расположен стальной шарик.

При проведении экспериментов с охлажденными частицами использовалась холодильная установка, позволяющая остудить стальной шарик до температуры 250 К, и жидкий азот, имеющий температуру 82 К.

Температура T нагретой и охлажденной частицы измерялась с помощью цифрового мультиметра марки APPA-109N.

Для обеспечения полного охлаждения (или нагрева) частицы стальной шарик находился в неизотермических условиях заранее определенный промежуток времени. Время, необходимое для полного охлаждения (нагрева) стального шарика до заданной температуры, рассчитывалось по формуле

$$t_2 = \frac{1}{3} \frac{D^2}{\chi} \frac{\lambda}{\lambda_g},$$

где λ – коэффициент теплопроводности твердой сферы; λ_g – коэффициент теплопроводности внешней среды; $\chi = \lambda/\rho c$ – коэффициент температуропроводности материала твердой сферы; c – удельная теплоемкость твердой сферы. Значения времени полного охлаждения (нагрева) исследуемых стальных шариков приведены в табл. 2.

Таблица 2

Время полного охлаждения и нагрева исследуемых стальных шариков (в минутах)

D , мм	T , К				
	82	250	373	473	573
6.7	7	41.6	29.5	24.1	20.6
8.7	11.7	69.5	49.5	40.3	34.5
15.1	34.9	208	147.8	120.7	103.1

Результаты экспериментального исследования и их анализ

Результаты видеосъемки процесса гравитационного осаждения стального шарика в вязкой жидкости в неизотермических условиях показали, что охлаждение частицы приводит к увеличению коэффициента сопротивления C_D (и, следовательно, к уменьшению стационарной скорости u), а нагрев частицы, наоборот, способствует уменьшению C_D (или увеличению u). Для условий проведенных экспериментов максимальное снижение скорости частицы наблюдалось для стального шарика диаметром $D = 6.7$ мм, охлажденного до температуры $T = 82$ К и движущегося в глицерине, и составляло 31 %. Наибольшее увеличение стационарной скорости в экспериментах обнаружено для нагретого до температуры $T = 473$ К шарика диаметром $D = 8.7$ мм, движущегося в глицерине, и составляло 50 %.

Анализ экспериментальных данных показал, что нагрев (или охлаждение) частицы не влияет на динамику ее осаждения. На рис. 1 приведены экспериментальные данные для пройденного стальным шариком расстояния s от времени t для нагретой, охлажденной и эталонной твердой сферы. На рис. 1 сплошными линиями показаны аппроксимационные зависимости $s(t)$. Из приведенных графиков следует линейность зависимости $s(t)$ и, следовательно, квазистационарность процесса осаждения.

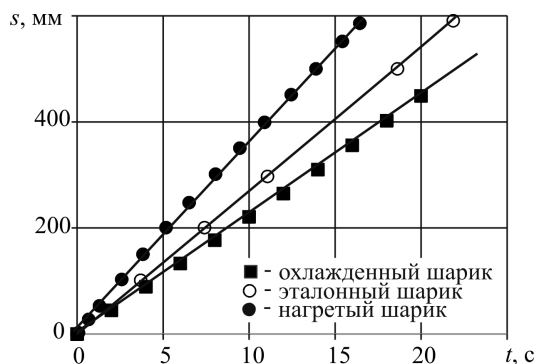


Рис. 1. Зависимость пройденного охлажденным ($T = 82$ К) и нагретым ($T = 573$ К) стальным шариком ($D = 8.7$ мм) расстояния от времени в ПМС-10000

Fig. 1. Time dependence of the distance traveled by a cooled ($T = 82$ K) and a heated ($T = 573$ K) steel ball ($D = 8.7$ mm) in methyl silicone oil (PDMS-10000)

На рис. 2 приведены зависимости стационарной скорости осаждения стального шарика диаметром $D = 8.7$ мм от температуры частицы для трех используемых в экспериментах жидкостей (сплошными линиями на рис. 2 показаны аппроксимационные кривые). Наибольшее отклонение скорости осаждения нагретой (или охлажденной) частицы от скорости эталонной частицы наблюдается для случая движения в жидкости с наименьшим коэффициентом динамической вязкости, а именно в глицерине. Таким образом, скорость и коэффициент сопротивления частицы, движущейся в неизотермических условиях, по аналогии с эталонной частицей определяется величиной числа Рейнольдса

$$Re = \frac{\rho_l u D}{\mu_l},$$

где u – скорость осаждения частицы.

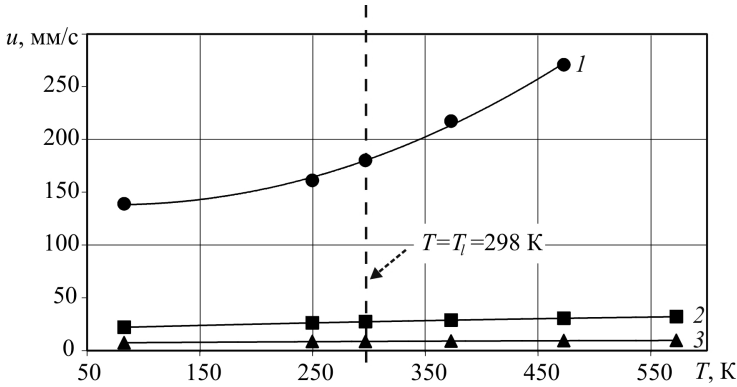


Рис. 2. Зависимость стационарной скорости осаждения стального шарика ($D = 8.7$ мм) от его температуры: 1 – глицерин; 2 – ПМС-10000; 3 – ПМС-30000

Fig. 2. Stationary settling velocity of a steel ball ($D = 8.7$ mm) as a function of its temperature: 1, glycerin; 2, PDMS-10000; and 3, PDMS-30000

Экспериментальное значение коэффициента сопротивления одиночной твердой сферы определялось по формуле, полученной из уравнения движения твердой сферы в стационарном режиме [1]

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{gD}{\rho_l u^2} (\rho - \rho_l).$$

Для условий экспериментов проведена оценка изменения температуры частицы за время ее осаждения $t_{\text{осажд}}$ в кювете с жидкостью [24]. Расчет процента максимального изменения (нагрева для охлажденных частиц и охлаждения для нагретых частиц) температуры частицы для трех используемых размеров стальных шариков проведен по формуле $\delta = (k t_{\text{осажд}} / t_2) \cdot 100\%$ (для нагретых частиц $k = 0.98$, для охлажденных частиц $k = 1.02$). Значения δ приведены в таблице 3. Из данных табл. 3 видно, что температура частицы мало отличается от температуры внешней среды, поэтому при расчете коэффициента сопротивления предполагалось, что температура стального шарика в процессе осаждения оставалась постоянной.

Таблица 3

Максимальное изменение температуры частицы в процессе ее осаждения

D , мм	6.7	8.7	15.1
δ , %	3.9	1.6	0.2

Экспериментальные данные по коэффициенту сопротивления C_D в зависимости от безразмерного комплекса $\text{Re} \cdot \bar{T}$ (где $\bar{T} = T / T_l$ – отношение температуры частицы к температуре жидкости) приведены на рис. 3. Экспериментальные данные, полученные при $\bar{T} = 1$, хорошо согласуются с зависимостью Стокса (1) для коэффициента сопротивления.

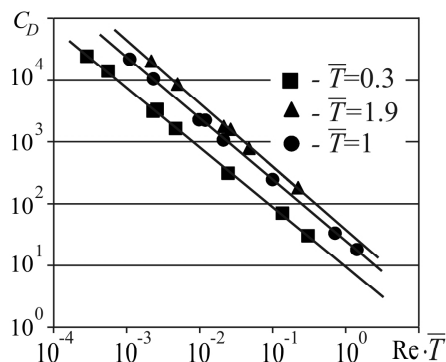


Рис. 3. Зависимость коэффициента сопротивления одиночной твердой сферы от безразмерного комплекса $Re \cdot \bar{T}$ (сплошные линии – аппроксимационные кривые)

Fig. 3. Dependence of the drag coefficient of a single solid sphere on the dimensionless complex $Re \cdot \bar{T}$ (the solid lines are the approximation curves)

Из рис. 3 видно, что вид зависимости коэффициента сопротивления от безразмерного комплекса $Re \cdot \bar{T}$ при нагреве и охлаждении частицы аналогичен выражению Стокса и может быть записан следующим образом:

$$C_D = \frac{a}{Re}, \quad (2)$$

где a – коэффициент, который зависит от отношения температур $\bar{T}$.

На рис. 4 показана зависимость эмпирически полученного коэффициента a в выражении (2) от отношения температуры частицы и жидкости $\bar{T}$ для исследованного диапазона чисел Рейнольдса $Re = 10^{-3} - 1$.

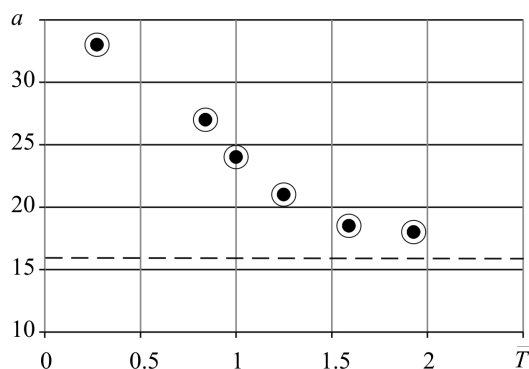


Рис. 4. Зависимость коэффициента a в выражении (2) от $\bar{T}$

Fig. 4. Dependence of the coefficient a in expression (2) on $\bar{T}$

Из рис. 4 видно, что при $\bar{T} \gg 1$ коэффициент асимптотически стремится к значению $a = 16$, поэтому при $T \gg T_l$ зависимость для коэффициента сопротивления твердой частицы в неизотермических условиях будет соответствовать выражению Адамара – Рыбчинского, полученного для сферического пузырька (или капли) $C_D = 16/Re$.

При решении ряда практических задач необходимо знать зависимость коэффициента сопротивления от разности температуры частицы и жидкости (внешней среды) $\delta T = \left| 1 - \frac{T}{T_l} \right|$. В качестве примера на рис. 5 приведены экспериментальные

данные для коэффициента сопротивления одиночного нагретого (рис. 5, *a*) и охлажденного (рис. 5, *b*) стального шарика диаметром $D = 8.7$ мм от разности температур δT . Сплошными линиями на рис. 5 показаны аппроксимационные кривые.

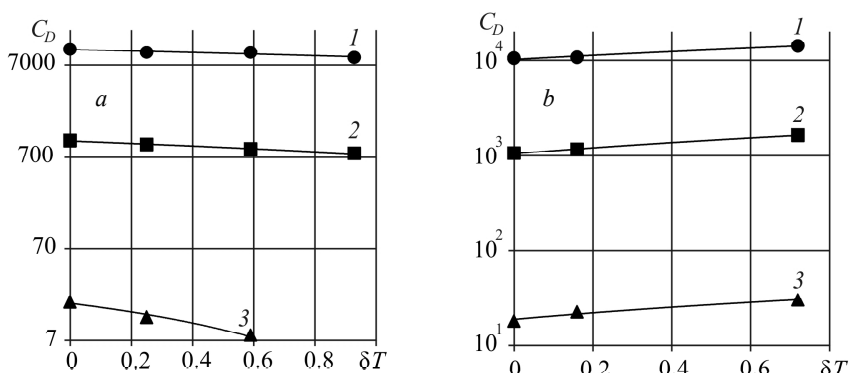


Рис. 5. Коэффициент сопротивления нагретого (*a*) и охлажденного (*b*) стального шарика в зависимости от δT : 1 – ПМС-30000; 2 – ПМС-10000; 3 – глицерин

Fig. 5. Drag coefficient of (*a*) a heated steel ball and (*b*) a cooled steel ball as a function of δT : 1, PDMS-30000; 2, PDMS-10000; and 3, glycerin

Для исследованного диапазона чисел Рейнольдса $Re = 10^{-3} - 1$ в зависимости от разности температур δT получено следующее эмпирическое выражение для коэффициента сопротивления одиночной твердой сферической охлажденной частицы (с коэффициентом детерминации $R^2 = 0.95$):

$$C_D = C_{D0} + 27.6 \frac{\delta T}{Re_0^{0.808}}, \text{ в диапазоне } \delta T = 0 - 0.7,$$

и нагретой частицы (с коэффициентом детерминации $R^2 = 0.98$):

$$C_D = C_{D0} - 18.2 \frac{\delta T}{Re_0^{0.722}}, \text{ в диапазоне } \delta T = 0 - 0.9,$$

где $C_{D0} = 24/Re_0$ – коэффициент сопротивления эталонной твердой сферы (при $T = T_l$); Re_0 – число Рейнольдса для эталонной твердой сферы (при $T = T_l$).

Заключение

Результаты экспериментального исследования процесса гравитационного осаждения твердой сферы в неизотермических условиях позволяют сделать следующие выводы:

- Получены новые экспериментальные данные по закономерностям гравитационного осаждения одиночной охлажденной ($T = 82$ К, 250 К) и нагретой ($T = 373$ К, 473 К, 573 К) сферической твердой частицы в вязкой жидкости в области чисел Рейнольдса $Re = 10^{-3} - 1$.

● Показано, что стационарная скорость гравитационного осаждения одиночной частицы уменьшается при ее охлаждении и возрастает при нагреве частицы.

● В исследованном диапазоне чисел Рейнольдса $Re = 10^{-3}$ –1 обнаружено, что коэффициент сопротивления одиночной твердой сферической частицы описывается зависимостью вида $C_D = a/Re$, где a – эмпирический коэффициент, зависящий от отношения температуры частицы и жидкости (внешней среды) $\bar{T}$. Методом регрессионного анализа получены значения коэффициента a для условий проведенных экспериментов и обнаружено, что при $\bar{T} \gg 1$ величина коэффициента асимптотически стремится к значению $a = 16$.

● Для исследованных жидкостей (глицерин, ПМС-10000, ПМС-30000), широко используемых в различных лабораторных исследованиях, в диапазоне чисел Рейнольдса $Re = 10^{-3}$ –1 получены эмпирические выражения для коэффициентов сопротивления одиночной твердой сферической охлажденной и нагретой частицы в зависимости от разности температуры частицы и жидкости (внешней среды).

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987.
2. Асовский В.П. Особенности тушения лесных пожаров вертолетами с использованием подвесных водосливных устройств // Научный вестник МГТУ ГА: Аэромеханика и прочность. 2009. № 138. С. 142–149.
3. Пискунов М.В., Стрижак П.А. Рост площади поверхности отделившихся фрагментов жидкости при высокотемпературном дроблении неоднородной капли воды // Письма в ЖТФ. 2017. Т. 43. № 12. С. 34–41. DOI: 10.21883/PJTF.2017.12.44706.16709.
4. Pfender E., Lee Y.C. Particle dynamics and particle heat and mass transfer in thermal plasmas. Part 1. The motion of a single particle without thermal effects // Plasma Chemistry and Plasma Processing. 1985. V. 5. No. 3. P. 211–237.
5. Eisenklam P., Arunachalam S.A. The drag resistance of burning drops // Combustion and Flame. 1966. V. 10. No. 2. P. 171–181. DOI: 10.1016/0010-2180(66)90065-4.
6. Бороненко М.П., Гуляев И.П., Серегин А.Е. Модель движения и нагрева частиц в плазменной струе // Вестник Югорского государственного университета. 2012. № 2 (25). С. 7–15.
7. Гуляев И.П., Солоненко О.П. Моделирование поведения полых частиц ZrO_2 в плазменной струе с учетом их термического расширения // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20. № 6. С. 789–802.
8. Трапезников С.Ю., Лушкин К.А. Исследование коэффициента гидравлического сопротивления при неизотермическом движении высоковязкой нефти по трубопроводу // Сетевое издание «Нефтегазовое дело». 2011. № 2. С. 304–312.
9. Bar-Ziv E., Zhao B., Mograbi E., Katoshevski D., Ziskind G. Experimental validation of the Stokes law at nonisothermal conditions // Physics of Fluids. 2002. V. 14. No. 6. P. 2015–2018. DOI: 10.1063/1.1476305
10. Малай Н.В., Глушак А.В., Лиманская А.В. Решение краевой задачи медленного обтекания сферы вязким неизотермическим газом // Изв. вузов. Математика. 2016. № 12. С. 54–65.
11. Александров В.Ю., Фридлендер О.Г. Медленные течения газа и эффект отрицательного сопротивления сильно нагретой сферической частицы // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2008. № 3. С. 168–177.
12. Завершинский И.П., Коган Е.Я. Влияние гетерогенных процессов на поверхности, обтекаемой потоками неравновесных газов на гидродинамическое сопротивление // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 25. Вып. 5. С. 76–79.
13. Kassoy D.R., Adamson T.C., Messiter A.F. Compressible low Reynolds number flow around a sphere // The Physics of Fluids. 1966. V. 9. No. 4. P. 671–681. DOI: 10.1063/1.1761732.
14. Галкин В.С., Коган М.Н., Фридлендер О.Г. Обтекание сильно нагретой сферы потоком газа при малых числах Рейнольдса // Прикладная математика и механика. 1972. Т. 36. № 5. С. 880–885.

15. Фридлендер О.Г. Течение газа около неравномерно нагретой сферы // Ученые записки ЦАГИ. 1975. Т. 6. № 5. С. 55–57.
16. Борис А.Ю. Движение остывающей или нагревающейся в газе сферической частицы // Ученые записки ЦАГИ. 1984. Т. 15. № 6. С. 43–50.
17. Dong-Yan X., Xin-Can W., Xi C. Motion and heating of non-spherical particles in a plasma jet // Surface and Coatings Technology. 2003. V. 171. P. 149–156. DOI: 10.1016/S0257-8972(03)00259-7
18. Malai N.V., Limanskaya A.V., Shchukin E.R. Solution of a boundary value problem for the Navier–Stokes equations linearized with respect to velocity: non isothermal flow of a gaseous medium past a uniformly heated sphere // Differential Equations. 2015. V. 51. No. 10. P. 1319–1329. DOI: 10.1134/S0012266115100079
19. Малай Н.В., Щукин Е.Р., Стукалов А.А., Рязанов К.С. Гравитационное движение равномерно нагретой твердой частицы в газовой среде // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Т. 49. № 1. С. 74–80.
20. Малай Н.В., Щукин Е.Р., Стукалов А.А., Рязанов К.С. К вопросу о гравитационном движении неравномерно нагретой твердой частицы в газообразной среде // Журнал технической физики. 2010. Т. 80. № 3. С. 49–54.
21. Ziskind G., Zhao B., Katoshevski D., Bar-Ziv E. Experimental study of the forces associated with mixed convection from a heated sphere at small Reynolds and Grashof numbers. Part I: Cross-flow // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2001. V. 44. No. 23. P. 4381–4389. DOI: 10.1016/S0017-9310(01)00095-3
22. Mograbi E., Ziskind G., Katoshevski D., Bar-Ziv E. Experimental study of the forces associated with mixed convection from a heated sphere at small Reynolds and Grashof numbers. Part II: Assisting and opposing flows // International journal of heat and mass transfer. 2002. V. 45. No. 12. P. 2423–2430. DOI: 10.1016/S0017-9310(01)00350-7
23. Матвиенко О.В., Андропова А.О. Исследование движения частицы в потоке жидкости вблизи подвижной стенки // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2015. № 36. С. 85–92. DOI 10.17223/19988621/36/10
24. Васенин И.М., Архипов В.А., Бутов В.Г., Глазунов А.А., Трофимов В.Ф. Газовая динамика двухфазных течений в соплах. Томск: Изд-во Томского ун-та, 1986.

Статья поступила 25.12.2020

Arkhipov V.A., Basalaev S.A., Perfilieva K.G., Usanina A.S. (2021) DRAG COEFFICIENT OF A SOLID SPHERE UNDER NON-ISOTHERMAL CONDITIONS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 71. pp. 13–24

DOI 10.17223/19988621/71/2

Keywords: solid sphere, gravitational settling, cooled particle, heated particle, hydrodynamic drag coefficient, temperature difference, experimental study.

The results of an experimental study of gravitational settling of a cooled ($T = 82$ K, 250 K) and a heated ($T = 373$ K, 473 K, 573 K) steel ball in glycerin and polymethylsiloxane liquids (PDMS-10000, PDMS-30000) in the range of the Reynolds numbers $Re = 10^{-3} - 1$ are presented. It is shown that the stationary velocity of gravitational settling of a particle decreases with its cooling and, conversely, it increases with heating of the particle. A time dependence of the distance traveled by the particle is found to be linear for both heated, cooled, and etalon ($T = T_l$) solid spheres. The effect of the difference in the particle and carrier medium temperatures on the drag coefficient of the solid sphere is analyzed. For the considered Reynolds numbers, it is revealed that the drag coefficient of a single solid sphere is determined by $C_D = a/Re$, where a is the empirical coefficient depending on the ratio of the particle and liquid temperatures $\bar{T} = T/T_l$. Using the regression analysis method, the expression for a drag coefficient of a solid particle under non-isothermal conditions at $\bar{T} \gg 1$ is found to be similar to the Hadamard –

Rybczynski expression $C_D = 16/\text{Re}$, which is obtained for a spherical bubble (or a drop). The empirical dependences of the drag coefficient for a cooled and a heated solid sphere on the difference in the particle and liquid temperatures $\delta T = |1 - \bar{T}|$ are obtained.

Financial support. This work was supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation within the framework of state assignment No. 0721-2020-0036.

Vladimir A. Arkhipov (Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: leva@niipmm.tsu.ru

Sergey A. Basalaev (Candidate of Physics and Mathematics, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: tarm@niipmm.tsu.ru

Kseniya G. Perfiljeva (Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: k.g.perfiljeva@yandex.ru

Anna S. Usanina (Candidate of Physics and Mathematics, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: usaninaanna@mail.ru

REFERENCES

1. Nigmatulin R.I. (1990) *Dynamics of Multiphase Medium*. Vol. 1. New York: Hemisphere Publishing Corporation.
2. Asovskiy V.P. (2009) Osobennosti tusheniya lesnykh pozharov vertoletami s ispol'zovaniem podvesnykh vodoslivnykh ustroystv [Features of the extinguishing of forest fires from helicopters with suspended spillways]. *Nauchnyy vestnik MGTU GA: Aeromekhanika i prochnost' – Civil Aviation High Technologies*. 138. pp. 142–149.
3. Piskunov M.V., Strizhak P.A. (2017) Growth of the surface area of separated liquid fragments during high-temperature fragmentation of an inhomogeneous liquid drop. *Technical Physics Letters*. 43(12). pp. 558–561. DOI: 10.1134/S1063785017060256.
4. Pfender E., Lee Y.C. (1985) Particle dynamics and particle heat and mass transfer in thermal plasmas. Part 1. The motion of a single particle without thermal effects. *Plasma Chemistry and Plasma Processing*. 5(3). pp. 211–237.
5. Eisenklam P., Arunachalam S.A. (1966) The drag resistance of burning drops. *Combustion and Flame*. 10(2). pp. 171–181. DOI: 10.1016/0010-2180(66)90065-4.
6. Boronenko M.P., Gulyaev I.P., Seregin A.E. (2012) Model' dvizheniya i nagreva chastits v plazmennoy strue [Model of the motion and heating of particles in a plasma flow]. *Vestnik Yugorskogo gosudarstvennogo universiteta – Bulletin of Yugorsky State University*. 2(25). pp. 7–15.
7. Gulyaev I.P., Solonenko O.P. (2013) Modelling of the behavior of hollow ZrO_2 particles in plasma jet with regard to their thermal expansion. *Thermophysics and Aeromechanics*. 20(6). pp. 769–782.
8. Trapeznikov S.Yu., Lushkin K.A. (2011) Issledovanie koeffitsienta gidravlicheskogo soprotivleniya pri neizotermicheskom dvizhenii vysokovязkoy nefti po truboprovodu [Study of a hydraulic resistance coefficient in a non-isothermal flow of highly viscous oil through a pipeline]. *Neftegazovoe delo – Petroleum Engineering*. (2). pp. 304–312.
9. Bar-Ziv E., Zhao B., Mograbi E., Katoshevski D., Ziskind G. (2002) Experimental validation of the Stokes law at nonisothermal conditions. *Physics of Fluids*. 14(6). pp. 2015–2018. DOI: 10.1063/1.1476305.
10. Malay N.V., Glushak A.V., Limanskaya A.V. (2016) Investigation of boundary-value problem for slow flow of a sphere by viscous non-isothermal gas. *Russian Mathematics*. 60(12). pp. 43–53. DOI: 10.3103/S1066369X16120070.

11. Aleksandrov V.Yu., Fridlender O.G. (2008) Slow gas motions and the negative drag of a strongly heated spherical particle. *Fluid Dynamics*. 43(3). pp. 485–492. DOI: 10.1134/S0015462808030162.
12. Zavershinsky I.P., Kogan E.Ya. (2000) Heterogeneous processes affect the hydrodynamic resistance of a surface streamlined by a nonequilibrium gas flow. *Technical Physics Letters*. 26(3). pp. 215–216. DOI: 10.1134/1.1262795.
13. Kassoy D.R., Adamson T.C., Messiter A.F. (1966) Compressible low Reynolds number flow around a sphere. *The Physics of Fluids*. 9(4). pp. 671–681. DOI: 10.1063/1.1761732.
14. Galkin V.S., Kogan M.N., Fridlender O.G. (1972) Flow past a strongly heated sphere by a gas with low Reynolds numbers. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 36(5). pp. 829–833. DOI: 10.1016/0021-8928(72)90136-0.
15. Friedlander O.G. (1975) Techenie gaza okolo neravnomerno nagretoy sfery [Gas flow around a nonuniformly heated sphere]. *Uchenye zapiski TsAGI – TsAGI Science Journal*. 6(5). pp. 55–57.
16. Boris A.Yu. (1984) Dvizhenie ostyvayushchey ili nagrevayushcheysya v gaze sfericheskoy chastitsy [The motion of a cooling or heating spherical particle in a gas]. *Uchenye zapiski TsAGI – TsAGI Science Journal*. 15(6). pp. 43–50.
17. Dong-Yan X., Xin-Can W., Xi C. (2003) Motion and heating of non-spherical particles in a plasma jet. *Surface and Coatings Technology*. 171. pp. 149–156. DOI: 10.1016/S0257-8972(03)00259-7.
18. Malai N.V., Limanskaya A.V., Shchukin E.R. (2015) Solution of a boundary value problem for the Navier–Stokes equations linearized with respect to velocity: nonisothermal flow of a gaseous medium past a uniformly heated sphere. *Differential Equations*. 51(10). pp. 1319–1329. DOI: 10.1134/S0012266115100079.
19. Malay N.V., Shchukin E.R., Stukalov A.A., Ryazanov K.S. (2008) Gravity-induced motion of a uniformly heated solid particle in a gaseous medium. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 49(1). pp. 58–63. DOI: 10.1007/s10808-008-0008-4.
20. Malay N.V., Shchukin E.R., Stukalov A.A., Ryazanov K.S. (2010) On the gravitational motion of a nonuniformly heated solid particle in a gaseous medium. *Technical Physics*. 55(3). pp. 367–372. DOI: 10.1134/S1063784210030060.
21. Ziskind G., Zhao B., Katoshevski D., Bar-Ziv E. (2001) Experimental study of the forces associated with mixed convection from a heated sphere at small Reynolds and Grashof numbers. Part I: Cross-flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 44(23). pp. 4381–4389. DOI: 10.1016/S0017-9310(01)00095-3.
22. Mograbi E., Ziskind G., Katoshevski D., Bar-Ziv E. (2002) Experimental study of the forces associated with mixed convection from a heated sphere at small Reynolds and Grashof numbers. Part II: Assisting and opposing flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 45(12). pp. 2423–2430. DOI: 10.1016/S0017-9310(01)00350-7.
23. Matvienko O.V., Andropova A.O. (2015) Issledovanie dvizheniya chastitsy v potoke zhidkosti vblizi podvizhnoy stenki [Studying the particle motion in a fluid flow in the vicinity of a movable wall]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 36. pp. 85–92. DOI: 10.17223/19988621/36/10.
24. Vasenin I.M., Arkhipov V.A., Butov V.G., Glazunov A.A., Trofimov V.F. (1986) *Gazovaya dinamika dvukhfaznykh techeniy v soplakh* [Gas dynamics of two-phase flows in nozzles]. Tomsk: Tomsk State University Publishing House.

Received: December 25, 2020