

УДК 165.1

DOI: 10.17223/1998863X/61/4

В.В. Целищев, А.В. Хлебалин

ПОНИМАНИЕ В МАТЕМАТИКЕ И СЛЕДОВАНИЕ ПРАВИЛУ ВИТГЕНШТЕЙНА

Исследование поддержано Российским фондом фундаментальных исследований, проект № 20-011-00723.

Исследуется широко распространенная в философии математики концепция понимания Л. Витгенштейна. Лежащая в ее основании идея следования правилу в скептической интерпретации обычно подкрепляется или иллюстрируется примерами использования математических символов и описаниями осуществления простых математических операций. В результате исследования показана проблематичность использования скептической интерпретации концепции следования правилу в описании математической практики и существования стандартов математического знания.

Ключевые слова: следование правилу, понимание, математическая практика

В философии математики Л. Витгенштейн стоит особняком. Первое издание известной антологии «Philosophy of Mathematics» под редакцией Х. Патнэма и П. Бенацерафа из четырех разделов один посвятило Витгенштейну, что было явно непропорционально его статусу как философа математики. Этот перекося был исправлен пару десятков лет спустя во втором издании [1]. «Заметки по основаниям математики» Витгенштейна вызвали, как говорят, неоднозначную реакцию среди как математиков, которые нашли время заглянуть в них, так и среди собственно философов математики. Особое раздражение обеих групп вызвало, например, непонимание Витгенштейном теорем Геделя о неполноте, как и его крайний финитизм. Однако выход в 1982 г. книги С. Крипке «Витгенштейн о правилах и индивидуальном языке» [2] вызвал бум исследований, сконцентрированных вокруг предполагаемого аргумента Витгенштейна в пользу скептицизма. Особенностью аргументации уже С. Крипке было представление арифметического примера, что было увязано с общей философией Витгенштейна. Его поздняя философия изобиловала парадоксальными утверждениями вроде следующего: даже если математик полностью понимает определения и термины в доказательстве, он все равно может ему не верить. Такие утверждения явно противоречили математической практике, и все же многие философы сумели увязать эту парадоксальность с ведущей темой витгенштейновского мышления, а именно с так называемой проблемой следования правилу. Считается, что в центре внимания позднего Витгенштейна стоит проблема понимания, в самом широком смысле, и поскольку его скептицизм рассматривается на математических примерах, вполне естественно рассмотрение проблемы понимания в процессе математического доказательства. Этой проблематике посвящена данная статья.

А. Коффа в своей известной книге утверждает, что «Новая философия Витгенштейна вполне может быть описана как „критика понимания“. Несмотря на то, что этот вопрос никогда не был поставлен таким общим обра-

зом, ясно, что Витгенштейн решил поставить в центр своих размышлений именно понимание – в смысле, вопреки видимости, не так уж далеко от кантовского... Дело обстояло так, как будто Витгенштейн теперь полагал, что природа лингвистического элемента (будь то неопределимое, пропозиция или же пропозициональная система) лучше всего открывается через рассмотрение того, что включено в наше понимание его» [3. С. 349]. Основным тезисом поздней философии Витгенштейна считается замена объяснения описанием. Действительно, для объяснения того, что понимается под конкретным словом, формулой или командой, нужно просто описать обстоятельства, при которых сделано это утверждение. Витгенштейн полагал, что используя такую процедуру, будет обнаружено много чего из того, что относится к значению. В более лапидарном варианте это утверждение Витгенштейна приняло форму афоризма: «Не ищи значение, смотри на употребление», или же, еще более кратко, «Значение есть употребление».

При всей философской значимости этого тезиса Витгенштейна трудно применить его к сложным математическим доказательствам. Не случайно сам Витгенштейн для иллюстрации своих мыслей по этому поводу выбирал самые простые примеры. М. Даммит делает серьезный упрек в этой связи: «Примеры, приведенные в книге Витгенштейна – удивительно для него – тощие и неубедительные... Я думаю, что это добротный знак, что что-то не так с объяснением Витгенштейна» [4. Р. 173]. Здесь надо сделать замечание о психологических установках математиков и философов, которые значительно расходятся в отношении громких тезисов. Известно, что А. Тьюринг «сильно недоумевал», присутствуя на лекциях Витгенштейна по философии математики. Еще более любопытно замечание математика Хао Вана (близкого друга Геделя), что У.В. Куайн не понимал духа математики (и это несмотря на создание последним двух систем оснований математики – *New Foundations* и *Mathematical Logic*). Другими словами, ощущение математического творчества имеет два разных измерения – изнутри и снаружи. В этом отношении Витгенштейн был всегда снаружи, что видно из его полного неприятия теории множеств. Я. Хинтиikka говорит об этом весьма выразительно: «Если бы математики последовали предписаниям Витгенштейна, им пришлось бы оставить значительную часть всего их предприятия. Потому что Витгенштейн считал теорию множеств колоссальной ошибкой. Когда я писал в одной из своих статей, что „для Витгенштейна теория множеств была более смертным грехом, чем содомия“, я не преувеличивал, а говорил буквально» [5. Р. 96].

Тогда в чем заключается значимость концепции Витгенштейна «следования правилу» для объяснения понимания природы математики? В разных источниках (имеется в виду, в первую очередь, С. Крипке) используются разнообразные примеры, иллюстрирующие проблему. Мы следуем работе Дж. Брауна [6. Р. 208]. Пусть имеется последовательность целых чисел

1, 4, 9, 16, ...

Если человеку, знакомому с элементарной математикой, задать вопрос, что будет следующим числом, ответ, наверняка, будет 25. Чем при этом руководствуется отвечающий? Очевидно, он имеет в виду, что представленная последовательность образуется согласно правилу возведения в квадрат каждого числа, а именно:

$$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, \dots$$

Витгенштейновский скептик вопрошает, почему именно это правило применено в данном случае, потому что есть и другие варианты, которые дают одинаковый с первым примером результат на первых четырех числах, но расходятся на пятом. Действительно, правило может быть более «вычурным»: последовательность растет как добавление последовательности простых чисел к элементам исходной последовательности. Последовательность простых чисел

$$3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots$$

Тогда мы порождаем последовательность

$$1, 4, 9, 16, 27(?), \dots$$

Последовательность, сконструированная возведением в квадрат целых чисел, отличается от новой последовательности на 5-м знаке. Легко видеть, почему:

$$1, \quad 4 = 1 + 3, \quad 9 = 4 + 5, \quad 16 = 9 + 7, \quad 16 + 11 = 27.$$

И тогда возникает вопрос, какое из решений (с использованием возведения в квадрат или с использованием простых чисел) является «правильным»? И если один правилен, то в каком смысле другой «неправилен»? Вообще говоря, нет ничего такого, что говорило бы в пользу того или иного ответа, кроме как намерения. Более естественным выглядит пример с возведением в квадрат, но это не играет роли в вынесении вердикта «правилен» или «неправилен». У нас налицо использование двух правил, которым мы следовали при конструировании последовательностей, и тогда вопрос о правильности или неправильности переходит в сферу оценки правил. Можно ли отдать предпочтение одному из правил, а если можно, то на каких основаниях?

В качестве более острой постановки вопроса представим себе, что математика не пошла пока дальше, чем возведение в квадрат чисел более 100. Пусть стоит задача продолжения последовательности квадратов числе больших 100, и есть два «правила», которым следуют два разных человека, один из которых «обычный» (скажем, математик), а второй «постмодернист» (для которого нет объективного существования чисел, а есть только «текст»). Ближе к 100 у них результаты совпадают: $982 = 9\,604$ и $992 = 9\,801$, $100^2 = 10\,000$, но вот для первого $101^2 = 10\,201$, $102^2 = 10\,404$, а для второго $101^2 = 11$, а $102^2 = 12$. Несмотря на «неестественность» второго решения, у нас нет резонов говорить о его неправильности. Дело в том, что здесь вступает в свои права так называемый радикальный конвенционализм Витгенштейна, согласно которому на каждом шаге конструирования последовательности могут вступать в права другие правила. Вот как комментирует это М. Даммит: «Витгенштейн принимает полнокровный конвенционализм; для него логическая необходимость любого утверждения есть всегда прямое выражение лингвистической конвенции. Необходимость данного утверждения всегда состоит в нашем явно выраженном решении трактовать это самое утверждение как неоспоримое; она не может покоиться на принятии нами других конвенций, которые были вовлечены в такую трактовку утверждения. Это относится как к глубоким теоремам, так и элементарным вычислениям. Примером последних является критерий, по которому утверждение, что существует n вещей, объясняется описанием процедуры счета. Когда мы обнаруживаем, что в комнате пять мальчиков и семь девочек, мы говорим, что вместе их

двенадцать, не считая их по отдельности. Тот факт, что мы обоснованы в таком вычислении, состоит не в неявной апелляции к самой процедуре счета; скорее, мы выбрали новый критерий для утверждения, что есть двенадцать детей, отличный от прежнего критерия общего подсчета детей. Кажется, что если мы действительно отличили критерии для одного и того же утверждения, они могут войти в противоречие друг с другом. Но необходимость „ $5 + 7 = 12$ “ заключается как раз в том, что мы не считаем, что тут есть какое-то столкновение; если мы считаем детей вместе и получаем одиннадцать, мы говорим, „Мы, должно быть, ошиблись“» [4. Р. 170].

Исходя из сказанного Даммитом, вполне понятно, почему результат $101^2 = 11$ не может считаться неправильным. Согласно радикальному конвенционализму получающий такой «странный» результат на каждом шагу закладывает новое правило. Он не применяет старое правило в новом случае, а действительно создает новую процедуру. Фактически нет никакой гарантии, что можно угадать намерения, или интенции, человека, который конструирует последовательность. Это и есть скептицизм Витгенштейна, который, согласно Крипке, является новой формой скептицизма, наиболее радикальной и оригинальной в известной до сих пор философии. Правда, нельзя избежать впечатления, что этот вид скептицизма сильно напоминает скептицизм Д. Юма в отношении причинности.

Значительная часть комментариев по поводу такой формы скептицизма относится к анализу диспозиций. Скажем, человек имеет диспозицию при рассмотрении ряда 1, 4, 9, 16, ... возведение ряда целых чисел в квадрат. Есть более сложные диспозиции. Больше того, существует много таких диспозиций, которые должны определить поведение вычисляющего. Однако обращение к диспозициям ведет лишь к дополнительным трудностям, поскольку сами диспозиции основываются как раз на фактах о намерениях, которые оспариваются в рамках скептицизма. Но если намерение, или интенция, не является продуктивным инструментом в прояснении природы скептицизма, то можно поставить вопрос в терминах понимания. Если я продолжаю приведенный выше ряд в духе возведения в квадрат, значит, я «понял» или «постиг» правильный вариант. Понимание тут означает «схватывание» формулы или алгоритма, но при этом надо объяснить, как правильно применяется формула. Витгенштейн находит ответ, что под пониманием конкретного слова, формулы или команды имеется в виду, что просто нужно описать обстоятельства, при которых сделано это утверждение. Понимание не есть вещь, и есть много других способов понять, что такое значение. Итак, с точки зрения Витгенштейна, задача философа – не объяснять чувство понимания или полагания какого-либо ментального или физического процесса, а прояснить обстоятельства произнесения фразы. Больше того: «Что значит следовать правилу? Для философии математики это означает, что мы должны исследовать то, что составляет подходящее поведение... Например, мы можем согласиться, что доказуемость в некоторой аксиоматической формальной системе является обеспечением подходящих стандартов корректности, и спросить, какого типа способности подходят для поиска искомого доказательства. Или мы можем быть в ситуации, где имеем ясное понятие, что считать решением конкретной проблемы... Суть моего утверждения просто в том, что область, которую мы опи-

сываем, лучше всего рассматривается как сеть способностей или механизмов мышления» [7. Р. 326].

Но что собой все-таки представляет следование правилу в применении к пониманию в математике? Поскольку толкование трудных мест из Витгенштейна является гигантской индустрией, здесь нет необходимости входить в подробности дискуссий, а следует обратиться к интуитивному «остатку» от противоречивых интерпретаций. Дж. Браун дает такую сводку: «1. Правило должно прилагаться к неопределенному числу ситуаций. Приказ надо отличать от правила, хотя обоим надо „следовать“. Приказ есть одномоментное действие: „Закрой окно“. Правило – множественные ситуации: „Когда станет холодно, закрой окно“. 2. Правило есть нечто такое, что конечное существо вроде нас, может постичь его, вопреки его множественности. 3. Правило способно направлять наши действия; в некоторых случаях правило причиняет наше поведение. Постигая правило и желая подчиниться ему, мы так и делаем. (Это погрешимый процесс, и совместим с ошибками при применении правила.) 4. Возможно действовать в соответствии с правилом без следования ему. Я могу, например, производить случайный шум, который может оказаться грамматически правильным в некотором языке, о котором я не слышал. В этом случае я действую согласно грамматическим правилам, но не следуя правилу. То есть следовать правилу – значит совершать действия, причиняемые этим правилом, и не просто случайно» [6. Р. 153].

Из этого перечня, каким бы он ни был спорным с точки зрения философов, работающий математик извлекает заключение, что «скептическое решение» неудовлетворительно. Фактически оно означает, что нет вообще никаких правил. Но это является в высшей степени неправдоподобным обстоятельством. В самом деле, насколько правдоподобен радикальный конвенционализм? Примеры, приводимые С. Крипке по поводу разных смыслов сложения, являются «изыском», далеким от практики. На самом деле, такие операции в математике единственны, и как раз эту-то единственность и должен объяснить Витгенштейн. Можно, правда, саму эту единственность провозгласить еще одной конвенцией, но это будет уже «правилом правил», в отношении которого возникают свои трудности. Так что радикальный конвенционализм является неприемлемым.

В предельно общей постановке проблема следования правилу состоит в том, может ли человек знать, какому правилу он следует, и является ли его решение правильным. Наш пример с двумя последовательностями подразумевает, что есть два субъекта, которые имеют определенные намерения в отношении того, какое правило он использует. Так что можно ли считать, что Витгенштейн, согласно интерпретациям некоторых исследователей, в частности Р. Фогелина [8] и С. Крипке, задает вопрос о том, может ли человек знать, какому правилу он следует, и следует ли он ему правильно. Разве сам человек не знает, какого рода у него интенции? На этот счет у Витгенштейна есть довольно определенный ответ: «Но ведь в данном случае не располагаю никаким критерием правильности. Так и тянет сказать: правильно то, что мне всегда представляется правильным. А это означает лишь, что здесь не может идти речь о „правильности“» [9. С. 175].

Разговор о намерениях является слишком общим, чтобы можно было прийти к определенным заключениям. Более точная постановка вопроса со-

стоит в том, что значит, когда символическое выражение правила составляет часть процесса следования правилу, которое должно направлять действия человека. В этом случае упор переносится на синтаксические правила, избегающие неопределенности намерений. Как раз таким случаем является математика, представляющая собой набор исчислений. В таких исчислениях не должно было быть, в отличие от разговоров о намерении, затруднений относительно правильного следования по соответствующим правилам. Но здесь есть фундаментальная трудность. «Витгенштейн правильно понимал, что функция таких формальных правил состоит в том, чтобы направлять наши действия, и кроме того, помогать и поощрять наш контакт с реальностью... Подлинной трудностью для Витгенштейна было точное понимание того, как формальные „игры“ соотносятся с приложениями. Как могут чисто формальные упражнения направлять их собственные применения. Это обобщение проблемы следования правилу, где встает вопрос о том, как может символическое выражение направлять действия согласно этому выражению. Витгенштейн пытался решить эту свою проблему различными способами, т.е. он пытался понять, каким образом правило в символической формулировке может направлять меня. В конце концов, формальное выражение правила есть „мертвый“ физический или геометрический объект, который подлежит интерпретации до того, как стать для меня направляющим. Каков критерий того, что такая интерпретация будет правильной» [5. С. 61–62].

Как бы то ни было, математическая практика свидетельствует о разрешении этих трудностей. Как уже упоминалось выше, нет особых проблем с единственностью интерпретации математиками концепции сложения или других математических операций. В условиях скептического вызова это представляется странным, и поэтому остается два варианта: либо признать скептицизм неверным, поскольку он приводит к абсурдным выводам, либо найти объяснение, каким образом возникает единодушие в трактовке математических операций. Именно в этот момент важной становится концепция языковой игры. Дж. Браун, говоря об интерпретации Крипке скептического аргумента, резюмирует некоторые его положения следующим образом [6. Р. 150–151]. Во-первых, использование языковой игры подразумевает сообщество, которое в нее играет. Во-вторых, в основе применения правила нет ничего «глубокого», поскольку конвенционализм дает нам гарантию спонтанности решения о правильности действия. Действительно, как говорит сам Витгенштейн, «стало быть, „следование правилу“ – некая практика. Полагать же, что следуешь правилу, не значит следовать правилу. Выходит, правилу нельзя следовать лишь „приватно“» [9. С. 163].

Далее мы имеем ключевое признание Витгенштейна, что процесс обучения в сообществе ведет к тенденции, что все его члены дают одинаковые ответы, и именно это обстоятельство является критерием «правильного» ответа. Другими словами, ответы одинаковы, несмотря на радикальный конвенционализм, потому что члены сообщества играют в одну и ту же языковую игру. Еще один вариант для выражения этого обстоятельства – все они разделяют одну и ту же форму жизни. Но при этом мы не понимаем (или не постигаем) правила, которое определяет наш выбор «правильного» расширения последовательности согласно концепции математической функции. Все дело в том, что мы разделяем общую концепцию, потому что мы согласны в наших ответах.

Работающие математики вряд ли согласятся с тем, что они говорят об одних и тех результатах, потому что играют в одну и ту же языковую игру. Работающие математики по большей части разделяют платонистскую точку зрения, согласно которой они открывают математические объекты и математические истины. Антиплатонистская позиция Витгенштейна ведет его, с их точки зрения, к скептическому заключению. Фактически, он признал, что нет объяснения, почему мы имеем тенденцию соглашаться в наших ответах. Это просто грубый факт, что мы делаем так, поскольку обучены делать так. Есть даже более откровенные признания, вроде следующего: «А разве невозможно было бы вычислять, как обычно (когда все приходят к одинаковым результатам и т.д.), и все же испытывать чувство, что правила действуют на нас как бы магически, может быть удивляясь при этом тому, что получаемые результаты совпадают? (За такое согласие можно было бы, скажем, возносить благодарность божеству)» [9. С. 169]. При такой постановке вопроса об «удивительных совпадениях» следует усомниться в скептической аргументации Витгенштейна и признать, что что-то неладно с ее посылками, ведущими к абсурду [6. Р. 151]. Гораздо более естественным является платонистский взгляд на математические закономерности.

В обильной литературе по следованию правилу как инструменту в анализе феномена понимания есть разнообразные взгляды – от чисто апологетических в отношении аргументации Витгенштейна до весьма критических. Умеренная позиция выражена Я. Хинтиккой: «В итоге, как мне кажется, Витгенштейн потерпел поражение в своей эпистемологической борьбе. Он не смог объяснить себе и другим механизм следования правилу. Вероятно, он был прав. Не существует простого способа следования правилу. Но, вообще говоря, существуют способы демонстрации связи между формальными операциями, практикуемыми логиками и математиками, и их приложениями, но они варьируются от одной языковой игры к другой» [5. С. 63]. В предисловии переводчиков упомянутой работы С. Крипке говорится, что «обнаружение нестабильности значений может испугать нас тогда, когда мы придерживаемся классического образа языка... Если же отказаться от этого образа и изменить взгляд на функционирование языка в целом, то зафиксированное затруднение исчезнет» [2]. Не кроются ли здесь определенного рода трения между анализом работ Витгенштейна в русле общей философии языка и применением его к математической практике? Если это так, тогда это важное обстоятельство требует особого внимания, поскольку скептический аргумент апеллирует, хотя и к простым, но математическим примерам.

Литература

1. *Philosophy of Mathematics: Selected Readings* / eds. P. Benacerraf, H. Putnam. Cambridge : Cambridge University Press, 1983. 612 p.
2. *Крипке С. Витгенштейн о правилах и индивидуальном языке* / пер. с англ. В.А. Ладова, В.А. Суровцева; под общ. ред. В.А. Суровцева. М. : Канон+, 2010. 151 с.
3. *Коффа А. Семантическая традиция от Канта до Карнапа : к Венскому вокзалу* / пер. с англ. В.В. Целищева. М. : Канон+, 2019. 349 с.
4. *Dummett M. Wittgenstein's Philosophy of Mathematics // Truth and Other Enigmas*. Cambridge : Harvard University Press, 1978. P. 166–185.
5. *Хинтикка Я. О Витгенштейне* / пер. с англ. В.В. Целищева, В.А. Суровцева; сост. и ред. В.А. Суровцева. М. : Канон+, 2013. 272 с.
6. *Brown J. Philosophy of Mathematics: A Contemporary Introduction to the World of Proofs and Pictures*. New York : Routledge, 1999. 245 p.

7. Avigad J. Understanding Proofs // The Philosophy of Mathematica Practice / ed. P. Mancosu. Oxford : Oxford University Press, 2008. P. 316–353.
8. Fogelin R. Wittgenstein. London : Routledge & Kegan Paul, 1976. 272 p.
9. Витгенштейн Л. Философские исследования // Философские работы / пер. с нем. М.С. Козловой, Ю.А. Асеева; сост. М.С. Козловой. М. : Гнозис, 1994. Ч. I. С. 75–320.

Vitaliy V. Tselishchev, Institute of Philosophy and Law of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (Novosibirsk, Russian Federation).

E-mail: leitval@gmail.com

Aleksandr V. Khlebalin, Institute of Philosophy and Law of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (Novosibirsk, Russian Federation).

E-mail: sasha_khl@mail.ru

Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science. 2021. 61. pp. 29–37.

DOI: 10.17223/1998863X/61/4

UNDERSTANDING IN MATHEMATICS AND WITTGENSTEIN'S RULE-FOLLOWING

Keywords: rule-following; understanding; mathematical practice

The study is supported by the Russian Foundation for Basic Research, Project No. 20-011-00723.

The problem of understanding, one of the significant topics for the later stage of Wittgenstein's philosophy, replete with appeals to the use of mathematical symbols, caused, as they say, an ambiguous reaction among both mathematicians who took the time to look into them and among the philosophers of mathematics proper. However, the publication in 1982 of S. Kripke's book *Wittgenstein on Rules and Individual Language* sparked a boom in research centered around Wittgenstein's alleged argument for skepticism. A feature of Kripke's argumentation was the presentation of an arithmetic example, which was linked to the general philosophy of Wittgenstein, whose later philosophy was replete with paradoxical statements like this: even if a mathematician fully understands the definitions and terms in the proof, he may still not believe it. Such statements clearly contradicted mathematical practice, and yet many philosophers were able to link this paradoxicality with the leading theme of Wittgenstein's thinking, namely with the so-called rule-following problem. It is believed that the focus of the later Wittgenstein is on the problem of understanding, in its broadest sense; and, since his skepticism is seen in mathematical examples, it is natural to consider the problem of understanding in the process of mathematical proof. An essential role in the analysis of Wittgenstein's understanding is played by the concept of rule-following and its skeptical interpretation, which problematizes the establishment of the correctness of following a rule. We have Wittgenstein's key recognition that the learning process in a community tends to lead to a tendency for all members to give the same answers, and it is this circumstance that is the criterion for a "correct" answer. In other words, the answers are the same, despite radical conventionalism, because the members of the community are playing the same language game. Another way to express this circumstance is that they all share the same life form. But, at the same time, we do not understand (or do not comprehend) the rule that determines our choice of the "correct" sequence extension according to the concept of a mathematical function. The point is that we share a common concept because we agree in our answers. Working mathematicians are unlikely to agree that they are talking about the same results because they play the same language game. For the most part, working mathematicians share the Platonist view that they discover mathematical objects and mathematical truths. Wittgenstein's anti-Platonist position leads him, from their point of view, to a skeptical conclusion. In fact, Wittgenstein admitted that there is no explanation as to why we tend to agree in our answers. Is not there a certain kind of a tension here between the analysis of Wittgenstein's work in line with the general philosophy of language and its application to mathematical practice? If so, then this important circumstance requires special attention, since a skeptical argument appeals to albeit simple but mathematical examples.

References

1. Benacerraf, P. & Putnam, H. (eds) (1983) *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*. Cambridge: Cambridge University Press.
2. Kripke, S. (2010) *Vitgenshteyn o pravilakh i individual'nom yazyke* [Wittgenstein on rules and private language]. Translated from English by V.A. Ladov and V.A. Surovtsev. Moscow: Kanon+.

3. Coffa, A. (2019) *Semanticheskaya traditsiya ot Kanta do Karnapa: k Venskomu vokzalu* [Semantic tradition from Kant to Carnap: To the Vienna Station]. Translated from English by V.V. Tselishchev. Moscow: Kanon+.
4. Dummett, M. (1978) *Truth and Other Enigmas*. Cambridge: Harvard University Press. pp. 166–185.
5. Hintikka, J. (2013) *O Vitgensteine* [On Wittgenstein]. Translated from English by V.V. Tselishchev. Moscow: Kanon+.
6. Brown, J. (1999) *Philosophy of Mathematics: A Contemporary Introduction to the World of Proofs and Pictures*. New York: Routledge.
7. Avigad, J. (2008) Understanding Proofs. In: Mancosu, P. (ed.) *The Philosophy of Mathematical Practice*. Oxford: Oxford University Press.
8. Fogelin, R. (1976) *Wittgenstein*. London: Routledge & Kegan Paul.
9. Wittgenstein, L. (1994) *Filosofskie raboty* [Works on Philosophy]. Vol. 1. Translated from German by M.S. Kozlova. Moscow: Gnozis. pp. 75–320.