ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Т. 64, № 6 ФИЗИКА 2021

УДК 530.24 DOI: 10.17223/00213411/64/6/179

С.В. КОПЫЛОВ

ОПЕРАТОРНЫЙ ОБЪЁМ

Ключевые слова: *размер, масса, частицы, струны, преоны, косы, фундаментальные частицы, операторы, объём.*

В своё время Дирак построил уравнение движения для массивного фермиона: $\left(\gamma^{\mu}\partial_{\mu}+\frac{mc}{\hbar}\right)\Psi=0$. Известно также уравнение Вейля $\left(\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\right)(1\pm\gamma^{5})\Phi=0$ для безмассовой частицы, основывающееся на σ-матрицах Паули: $\sigma^{\mu}\partial_{\mu}\Phi=0$, где $\sigma^{\mu}=\left\{\pm I,\sigma^{1},\sigma^{2},\sigma^{3}\right\}$. Или $\left(\pm I\,\partial_{0}+\sigma^{1}\partial_{1}+\sigma^{2}\partial_{2}+\sigma^{3}\partial_{3}\right)\Phi=0$. Однако, как считалось, в природе реализуется только одно уравнение для двухкомпонентного нейтрино, а именно уравнение с минусом: $-I$.

По аналогии с использованием σ-матриц Паули можно построить четыре массивных уравнения:

$$\left(\pm I\,\partial_{0}+\sigma^{1}\partial_{1}+\sigma^{2}\partial_{2}+\sigma^{3}mc/\hbar\right)\Phi_{3}=0,\quad \left(\pm I\,\partial_{0}+\sigma^{1}\partial_{1}+\sigma^{2}mc/\hbar+\sigma^{3}\partial_{3}\right)\Phi_{2}=0,$$

$$\left(\pm I\,\partial_{0}+\sigma^{1}mc/\hbar+\sigma^{2}\partial_{2}+\sigma^{3}\partial_{3}\right)\Phi_{1}=0,\quad \left(\pm I\,mc/\hbar+\sigma^{1}\partial_{1}+\sigma^{2}\partial_{2}+\sigma^{3}\partial_{3}\right)\Phi_{0}=0.$$

Однако эти уравнения нарушают релятивистскую инвариантность.

Рассмотрим уравнение Дирака $\left(\gamma^{\mu}\partial_{\mu}+\frac{mc}{\hbar}\right)\Psi=0$, дополненное релятивистски-инвариантным соотношением $\left(n_{3}^{\mu}\partial_{\mu}\right)\Psi=0$, где $n_{3}^{\mu}=(0,0,0,1)$. Тогда в системе отсчёта, в которой $n_{3}^{\mu}=(0,0,0,1)$, получим $\left(\gamma^{\mu}\partial_{\mu}+\frac{mc}{\hbar}\right)(1\pm\gamma^{5}\gamma^{3})\Phi_{3}=0$ и $\left(n_{3}^{\mu}\partial_{\mu}\right)\Phi_{3}=0$ при $n_{3}^{\mu}=(0,0,0,1)$. Уравнение Дирака ковариантно и инвариантно относительно вращения в 4-пространстве, а записанное уравнение только ковариантно, так же как уравнение плоскости $\left(\bar{r}\cdot\bar{n}\right)=a$ только ковариантно, а уравнение окружности $\left(\bar{r}\cdot\bar{r}\right)=a^{2}$ ещё и инвариантно относительно вращения в 3-мерном пространстве [1]. При этом $\delta_{\mu\nu}\left(n_{\tau}^{\mu}\cdot n_{\rho}^{\nu}\right)=\delta_{\tau\rho}$, т.е. векторы ортогональны, а это свойство инвариантно относительно вращений.

Далее предполагалось на четырёх ортогональных векторах построить объём $\varepsilon_{\mu\nu\tau\rho}\,n_{1}^{\mu}\,n_{2}^{\nu}\,n_{3}^{\tau}\,n_{0}^{\rho}=\pm1$, также инвариантный относительно вращений в 4-мерном пространстве. Однако обнаружение нейтринных осцилляций и соответственно масс нейтрино отставило в сторону двухкомпонентную теорию.

1. Аналогия из электродинамики

Любое векторное поле можно представить в виде $\bar{C}=\bar{A}+\bar{B}$, где поле $\bar{A}$ – безвихревое (потенциальное), а поле $\bar{B}$ – вихревое (соленоидальное). Тогда

$$\operatorname{div}\bar{A}=f(\bar{r})\quad\equiv\quad\left(\bar{\nabla}\cdot\bar{A}\right)=f(\bar{r});\tag{1}$$

$$\operatorname{rot}\bar{A}=0\quad\equiv\quad\left[\bar{\nabla}\times\bar{A}\right]=0;\tag{2}$$

$$\operatorname{div}\bar{B}=0\quad\equiv\quad\left(\bar{\nabla}\cdot\bar{B}\right)=0;\tag{3}$$

$$\operatorname{rot}\bar{B}=\bar{\omega}(\bar{r})\quad\equiv\quad\left[\bar{\nabla}\times\bar{B}\right]=\bar{\omega}(\bar{r}).\tag{4}$$

Из (2): $\left[\bar{\nabla}\times\bar{A}\right]=0\;\Rightarrow\;\bar{A}=\bar{\nabla}\,\varphi(\bar{r})$, так как $\left[\bar{\nabla}\times\bar{\nabla}\,\varphi(\bar{r})\right]\equiv0$.

Отсюда $\left(\bar{\nabla}\cdot\bar{A}\right)=f(\bar{r})\;\Rightarrow\;\left(\bar{\nabla}\cdot\bar{\nabla}\varphi(\bar{r})\right)=f(\bar{r})\;\Rightarrow\;\Delta\varphi(\bar{r})=f(\bar{r})$.

Из (3): $\left(\bar{\nabla}\cdot\bar{B}\right)=0\;\Rightarrow\;\bar{B}=\left[\bar{\nabla}\times\bar{\phi}(\bar{r})\right]$, так как $\left(\bar{\nabla}\left[\bar{\nabla}\times\bar{\phi}(\bar{r})\right]\right)\equiv0$.

Тогда $\left[\bar{\nabla}\times\bar{B}\right]=\bar{\omega}(\bar{r})\;\Rightarrow\;\left[\bar{\nabla}\left[\bar{\nabla}\times\bar{\phi}(\bar{r})\right]\right]=\bar{\omega}(\bar{r})$. Но $\left[\bar{\nabla}\left[\bar{\nabla}\times\bar{\phi}(\bar{r})\right]\right]=\bar{\omega}(\bar{r})\equiv\bar{\nabla}\left(\bar{\nabla}\cdot\bar{\phi}(\bar{r})\right)-\left(\bar{\nabla}\bar{\nabla}\right)\bar{\phi}(\bar{r})=\bar{\omega}(\bar{r})$. Полагая $\left(\bar{\nabla}\cdot\bar{\phi}(\bar{r})\right)=0$, получаем $\Delta\bar{\phi}(\bar{r})=\bar{\omega}(\bar{r})$. Полагать $\left(\bar{\nabla}\cdot\bar{\phi}(\bar{r})\right)=0$ можно, так как $\bar{B}=\left[\bar{\nabla}\times\bar{\phi}(\bar{r})\right]$ задано с точностью до $\bar{\phi}(\bar{r})=\bar{\phi}^{*}(\bar{r})+\bar{\nabla}\zeta$, где ζ – произвольная функция [2].

Рассматривая соотношение (3) мы видим, что отсутствие «магнитного» заряда эквивалентно возможности представить $\bar{B}$ как $\bar{B}=\left[\bar{\nabla}\times\bar{\phi}(\bar{r})\right]$, и, как следствие, тождественное равенство нулю «объёма»

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
«Известия высших учебных заведений. Физика»
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725