УДК 004.94
DOI: 10.17223/19988605/56/6

Ю.В. Доронина, А.В. Скатков

ОСОБЕННОСТИ КВАЛИМЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПОЛИМОДЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ С ПЕРЕМЕННОЙ ТОПОЛОГИЕЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-06015/19, 19-29-06023/19.

Предложен подход к оценке качества моделей в полимодельных комплексах на основе топологической типизации, формирующий векторное пространство статистического образа мультимоделирования и числовые меры верификации с точки зрения устойчивости статистик. Приведена схема каркаса системы поддержки принятия решений по динамической типизации топологии полимодельных комплексов, позволяющая повысить эффективность принимаемых решений по оценке качества моделирования сложных технических систем.
Ключевые слова: полимоделирование; статистическая устойчивость; квазиоднородная модель; статистическая волатильность; векторное пространство; цепь Маркова; точность; вероятность перехода; число реализаций процесса; статистический образ.

Сложные технические системы (СТС) требуют высокого качества их моделей на этапах проектирования и / или анализа. Процессы функционирования СТС часто реализуются в условиях неопределенности состояний, отсутствия возможности натурных испытаний, высокой стоимости получения данных, сложности мониторинга состояний вследствие особых условий функционирования, высокой стоимости ресурсов [1, 2]. Примерами таких систем могут быть объекты нефтехимического и нефтегазового производства, АЭС, ТЭС, гидроэлектростанции, транспортные беспилотные объекты со сложной инфраструктурой и другие.

Наряду с указанными проблемами моделирование таких систем всегда связано с большой размерностью моделей в полимодельных комплексах (ПМК), сложностью построения планов моделирования в параметрическом модельном пространстве, проблемами квалиметрической оценки этих ПМК и другими факторами, которые рассмотрены в [3, 4]. Полимоделирование СТС должно осуществляться с учетом выбора оптимальной топологии ПМК, соответствующей задачам и априорным данным о функционировании СТС, создания комплекса квалиметрических оценок и метрик, которые формируют статистический портрет ПМК, что позволит получить полную картину качества ПМК и каждой модели в частности на этапах проектирования и / или анализа СТС.

Основные результаты в рассматриваемой области связаны с анализом качества моделей в рамках квалиметрии моделей [4–6]. Как отдельный показатель качества модели статистическая устойчивость позволяет исследовать статистики (функций выборки), в том числе стабильности частости (относительной частоты) статистик [6].

Случайные модели не всегда в полной мере отражают специфику реальных событий, и на больших интервалах гипотеза идеальной статистической устойчивости не находит экспериментального подтверждения. На больших объемах данных уровень флуктуаций реальных статистик практически не изменяется или возрастает, что обусловлено невозможностью обеспечить повторяемость условий экспериментов, как отмечается в [7].

Вопросам оценки результатов имитационного моделирования уделялось много внимания, использовались критерии Стьюдента, Фишера, Манна–Уитни, Вилкоксона и др. Но в существующих исследованиях недостаточно проработаны вопросы метрик устойчивости моделей. В то же время устойчивость – это фундаментальное свойство динамических систем, которое исследуется обычно в двух плоскостях: как реакция системы на внешние возмущения динамического характера и как изменение параметров в ответ на эти возмущения [8, 9].

Исследования авторов [10, 11] связаны с процедурой многокритериального структурно-функционального синтеза комплекса разнотипных моделей, описывающих с различной степенью детализации различные аспекты функционирования системы проактивного управления группировкой СТС в динамически изменяющейся обстановке, задаваемой как стохастическими и интервальными исходными данными, так и данными, имеющими нечетко-возможностный характер, позволившей на конструктивном уровне количественно оценить робастность и устойчивость программ проактивного управления сложными техническими системами на основе построения и аппроксимации областей достижимости логико-динамических моделей, описывающих структурную динамику рассматриваемых систем.

Таким образом, вопросы оценки статистической устойчивости моделей поднимались разными авторами либо как методологический аспект качества модели, либо в рамках других модельных свойств. Однако в практических задачах имитационного моделирования, например на основе марковских моделей, возникает выраженная проблема размерности выборки.

В представленном исследовании предложен подход к формированию комплекса квалиметрических мер на основе следующей группы оценок: статистической устойчивости, волатильности марковской модели в задачах анализа системной динамики, в которых не детализируется источник возникновения неустойчивости, а анализируются свойства модели в ее выходных характеристиках. Предложенный подход отличается конструктивизмом, позволяя исследователю формулировать на основе некоторых оценок статистический портрет модели.

1. Общая постановка задачи квалиметрического анализа ПМК

В качестве основы (базового уровня ПМК) для описания предложенного авторами подхода используется модель Маркова. Применение марковских моделей (ММ) к анализу надежности и прогнозированию временных характеристик СТС широко распространено [12], но не всегда результаты оказываются достоверными, в связи с этим целесообразно развивать механизмы решения задач анализа функционирования СТС с учетом оценки качества решений в рамках ММ.

Для решения задач квалиметрического анализа одной ММ предложено два основных вида квалиметрических оценок: статистическая устойчивость модели (СУМ) и статистическая волатильность модели (СВМ), на основе которых формулируются другие оценки [3, 6].

Для двух ММ, входящих в ПМК, их квалиметрическая оценка представляет собой системное свойство по отношению к задаче моделирования. Обозначим ПМК как

$$PMK^{i}_{I,K,D}[(M^1_1,...,M^1_I),(M^2_1,...,M^2_K),...,(M^L_1,...,M^L_D)],$$

где $i=\overline{1,I}$, $k=\overline{1,K}$, $d=\overline{1,D}$, – индексы моделей типов 1, 2, …, L соответственно.

Полимодельный комплекс $PMK^1_2[M^1_1,M^1_2]$, где M^1_1 и M^1_2 – две однотипные модели, обладает достаточным качеством для решения некоторой задачи моделирования Z, если в совокупности модели M^1_1 и M^1_2 обладают достаточным качеством для решения некоторой задачи, но каждая из моделей может им не обладать (либо обладать частично). В квалиметрическом анализе ПМК на основе оценки СУМ необходимо также оценить чувствительность модели, которая может входить в противоречие с достаточностью СУМ. Проблема определения достаточности качества отдельных моделей в ПМК сложна, но нахождение наилучшего соответствия качества отдельных моделей, в том числе с учетом их чувствительности в ПМК, может быть осуществлено лицом, принимаюшим решение (ЛПР) на основе построения области Парето.

Рассмотрим понятия и метрики статистической устойчивости модели (СУМ) и соответствующей ей статистической чувствительности модели (СЧМ).

2. Некоторые понятия и метрики квалиметрического анализа полимодельных комплексов

Мера статистической устойчивости (СУ) определена для модели Маркова, реализованной в рамках одного из видов математических схем моделирования, и представляет собой квалиметрическую оценку ее устойчивости, которая, начиная с некоторых $n_i \geq n_0$, $l_i \geq l_0$, $k_i \geq k_0$, будет удовлетворять условию

$$\left|\gamma^{M_x}(\theta(n_i, l_i, k_i)) - \tilde{\gamma}\right|_{\varepsilon, p} \leq \Delta\gamma \quad (1)$$

с учетом условия сходимости по статистической вероятности, где M_x – обозначение некоторой имитационной модели, n – скаляр, задающий число сгенерированных цепочек ММ в выражении (1), $n = |N|$; l_m – длина m-й цепи Маркова, $l = |L|$; k – кратность запусков модели, $k = |K|$; $\Theta_{n,l,k}$ – многомерная матрица, которая может содержать результаты первичной статистики, на основе которой будет оценена СУ [6, 12].

Определение (1) может быть детализовано в зависимости от целей исследования и типа исследуемого объекта. Основной оценочный параметр – это γ^{M_x} (оценка текущей статистики модели), представляющий интерес для исследования статистики по полученным результатам экспериментов в виде вектора θ с учетом ε – точности модели, p – доверительной вероятности оценки параметров.

Следовательно, модель M_x может быть определена в общем случае как k-статистически устойчивая (n-, l-, ε-, p-статистически устойчивая) на основе заданного плана экспериментов $\Pi(n, l, k, \theta)$. Если обозначить D – множество допустимых планов $(J = |D|)$, то $\Pi_j \left\langle n_j, l_j, k_j, \theta_j \right\rangle$ – реализуемый план.

Таким образом, если при исследовании СТС на основе ММ по схеме: $schema\, A: \left\|P_{ij}\right\| \xrightarrow{M_v} \left\|P_{ij}^{M_x}\right\| \xrightarrow{M_m} \left\|\theta\right\|$, где $\left\|P_{ij}\right\|$– матрица переходов ММ; $\left\|P_{ij}^{M_m}\right\|$– «восстановленная» матрица переходных вероятностей, содержащая статистические оценки P_{ij}, отклонение $\left\|P_{ij}^{M_m}\right\|$ в модели M_x не превысит заданную ЛПР величину $\tilde{\theta}$, то для плана экспериментов $\Pi(n, l, k, \theta)$ модель M_x будет считаться θ(k-, ε -, p-)-статистически устойчивой и обозначаться $\gamma_k^{M_x}, \gamma_\varepsilon^{M_x}, \gamma_p^{M_x}$.

При наличии у ЛПР требований к точности оценки показателей режимов СТС, например $|R_N - R_t| < \varepsilon$ в диапазоне $\varepsilon = 0{,}01..\,0{,}025$, и ресурса, позволяющего проводить не более чем k = 20 запусков модели, при изменении числа сгенерированных цепочек ММ от 100 до 200 и ε = 0,015 по результатам моделирования оценка СУ по мере $\Delta\gamma^{M_1}_{\varepsilon_1, p_1, k_1}$ колеблется от 0,67 до 0,81, что весьма существенно при принятии решений о наличии проблемной ситуации при исследовании перехода в состояние отказа. Если требования к ресурсам не позволяют проводить дополнительные запуски модели и увеличить число переходов, то модель может считаться $\Delta\gamma^{M_1}_{\varepsilon_1, p_1, k_1}$ устойчивой при ε = 0,015, n = 100, k = 20.

Для полноты описания СУ целесообразно оценить чувствительность модели на основе плана $\Pi_j \left\langle n_j, l_j, k_j, \theta_j \right\rangle$, где θ представляет собой $\Delta\lambda_\varepsilon^{M_1}(n_i, l_j)$ – оценку нестабильности модели относительно некоторых условий и n – числа сгенерированных цепочек ММ, $n = |N|$, и l_m – длины m-й цепи Маркова, $l = |L|$ [6].

Определение 1. Модель M_x, реализованная по одной из математических схем моделирования, является статистически чувствительной, если для квалиметрической оценки ее устойчивости, с учетом условия сходимости по статистической вероятности, начиная с некоторых $n_i \ge n_0$, $l_i \ge l_0$, $k_i \ge k_0$, условие (1) не выполняется при наличии одного из условий.

Условие 1.1 определяет зависимости от начального распределения вероятностей $(P_1(t_0), P_2(t_0), ..., P_x(t_0))$, когда с учетом выбранной точности $\varepsilon^{M_1} \ge 0$ справедливо $\Delta\lambda_\varepsilon^{M_1}(n_i, l_j \mid P_\alpha(t_0)=1) \ne \Delta\lambda_\varepsilon^{M_1}(n_i, l_j \mid P_\beta(t_0)=1) \mid \varepsilon^{M_1}$, $\alpha, \beta \in x$, где x – конечное множество состояний исследуемой системы.

Условие 1.2 определяет зависимости от числа шагов H до финального распределения вероятностей (при наличии стационарного режима модели M_x).

На рис. 1 показаны результаты моделирования отклонений восстановленного значения P_{ij} модели M_x при изменении начального состояния в распределении вероятностей в зависимости от числа переходов N и длины цепочек L и приведены оценки чувствительности ММ при изменении начального состояния в распределении вероятностей в зависимости от осредненных отклонений числа переходов N и длины цепочек L по реализациям планов для N = 10, L = 10. Результаты моделирования отражают значительную нестабильность статистик на малых объемах выборок и сглаживаются при статистически устойчивых параметрах планов моделирования. Для уточнения свойств моделей на основе понятия СУ определяется метрика СУ некоторого параметра модели, которая позволяет исследовать отдельные значимые параметры модели.

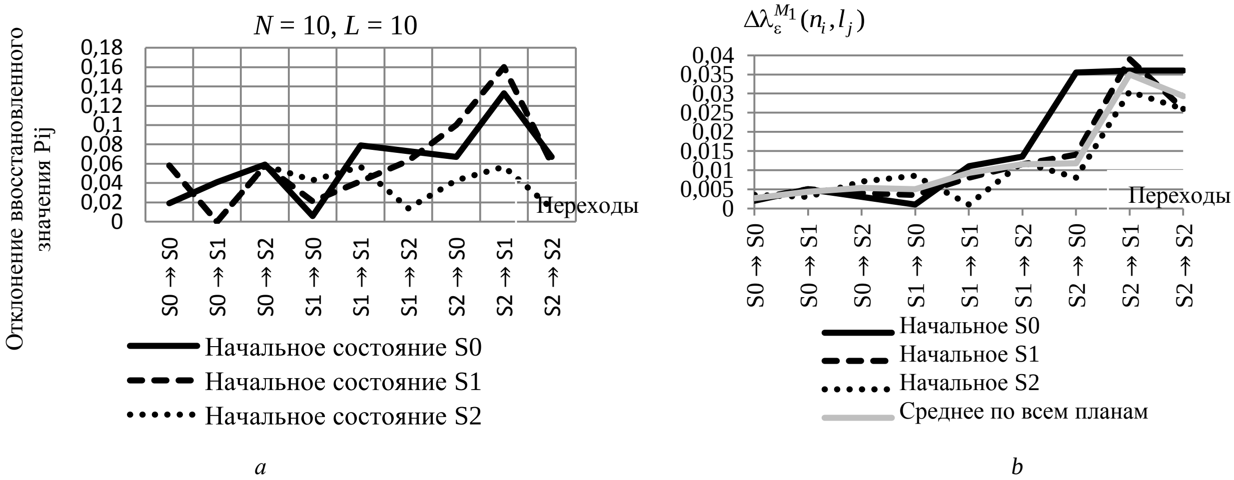


Рис. 1. Результаты моделирования: *a* – отклонений восстановленного значения P_{ij} в ММ при изменении начального состояния в распределении вероятностей для N = 10, L = 10; *b* – оценки чувствительности ММ $\Delta\lambda_\varepsilon^{M_1}(n_i, l_j)$ относительно изменении начального состояния в распределении вероятностей

Fig. 1. Results of modeling: *a* – deviations of the restored value of P_{ij} in MM with a change in the initial state in the probability distribution N = 10, L = 10$ *b* – Estimates of MM $\Delta\lambda_\varepsilon^{M_1}(n_i, l_j)$ sensitivity with respect to changes in the initial state in the probability distribution

Статистическая устойчивость исследуемого параметра моделью (СУ ИПМ) понимается как СУ СВ оценки некоторого исследуемого параметра в смысле неравенства (1). Например, при исследовании риска СТС, с учетом того, что риск определяется как $L = P \cdot Z$, где P – вероятность отказа устройства и ее стоимость. Если Z – детерминированная, то P – случайная величина, следовательно, L обладает теми же свойствами что и P, а значит, может быть определена СУ ИПМ.

Тогда, для M_x и исследуемого параметра α: $\alpha_{\min} \le \alpha_i \le \alpha_{\max}$, $i = \overline{1, I}$ (или $\alpha_{\min} \ge \alpha_i \ge \alpha_{\max}$), СУ этого параметра $\gamma^{\alpha|M_x}$ (как оценки текущей статистики исследуемого параметра α моделью M_x)

при условии $\Delta\gamma^{\alpha}_{\min} < \Delta\gamma^{\alpha} < \Delta\gamma^{\alpha}_{\max}$ и начиная с некоторых $n_i \ge n_0$, $l_i \ge l_0$, $k_i \ge k_0$ (модельных параметров) будет удовлетворять условию $\left|\gamma^{\alpha|M_x}(\theta(n_i,l_i,k_i)) - \tilde{\gamma}\right|_{\varepsilon,p} \le \Delta\gamma^{\alpha}$.

Для двух значимых параметров СТС α, β, с учетом

$$\begin{cases}\alpha_{\min} \le \alpha_i \le \alpha_{\max}, \ i = \overline{1,I},\\ \beta_{\min} \le \beta_j \le \beta_{\max}, \ j = \overline{1,J},\end{cases} \text{ или } \begin{cases}\alpha_{\min} \ge \alpha_i \ge \alpha_{\max}, \ i = \overline{1,I},\\ \beta_{\min} \ge \beta_j \ge \beta_{\max}, \ j = \overline{1,J},\end{cases} \qquad (2)$$

СУ этих параметров $\gamma^{\alpha|M_x}$ и $\gamma^{\beta|M_x}$, исследуемых на основе модели M_x имеет вид:

$\left|\gamma^{\alpha|M_x}(\theta(n_i,l_i,k_i)) - \tilde{\gamma}\right|_{\varepsilon,p} \le \Delta\gamma^{\alpha}$, $\left|\gamma^{\beta|M_x}(\theta(n_i,l_i,k_i)) - \tilde{\gamma}\right|_{\varepsilon,p} \le \Delta\gamma^{\beta}$, а при $\alpha_1, \ldots, \alpha_n, \beta \in \{A\}$

$$\begin{cases}\left|\gamma^{\alpha_1|M_x}(\theta(n_i,l_i,k_i)) - \tilde{\gamma}\right|_{\varepsilon_{\alpha_1},p_{\alpha_1}} \le \Delta\gamma^{\alpha_1},\\ \ldots\\ \left|\gamma^{\alpha_n|M_x}(\theta(n_i,l_i,k_i)) - \tilde{\gamma}\right|_{\varepsilon_{\alpha_n},p_{\alpha_n}} \le \Delta\gamma^{\alpha_n},\end{cases} \qquad (3)$$

где A – множество значимых параметров СТС.

На основе принципа монотонности системы модель M_x будет считаться устойчивой, т.е. (3) будет эквивалентно (1). Следовательно, оценка СУ ИПМ как одного или нескольких значимых параметров СТС позволит получить квалиметрическую оценку модели M_x, что является важным для исследования качества ПМК в целом.

Статистической волатильностью исследуемого параметра в модели (СВ ИПМ) называется волатильность, представленная случайной функцией

$$\upsilon^{\delta}_{\kappa}(t) = (p^{\delta}_{\kappa}(t),\ \vartheta) : \kappa \in K,\ \delta_{\min} \le \delta \le \delta_{\max},$$

где ϑ – мера волатильности исследуемого параметра, $p^{\delta}_{\kappa}(t)$ – вероятность, определяемая на основе статистических испытаний параметра κ из множества исследуемых параметров K (в натурных или имитационных испытаниях), δ – требуемая точность оценки параметра κ с учетом стандартного отклонения s [13].

Для двух значимых параметров СТС α, β с учетом условия (4) выражение (8), определяющее оценку волатильности модели в целом, примет вид:

$$\upsilon^{\delta}_{i,j}(t) = \prod_{i=\alpha}\prod_{j=\beta}(p^{\delta}_{i,j}(t),\ \vartheta) : \alpha,\beta \in K,\ \delta_{\min} \le \delta \le \delta_{\max},$$

где $\upsilon^{\delta}_{i,j}(t)$ – полная волатильность модели M_x, оцененная на основе двух значимых параметров α, β.

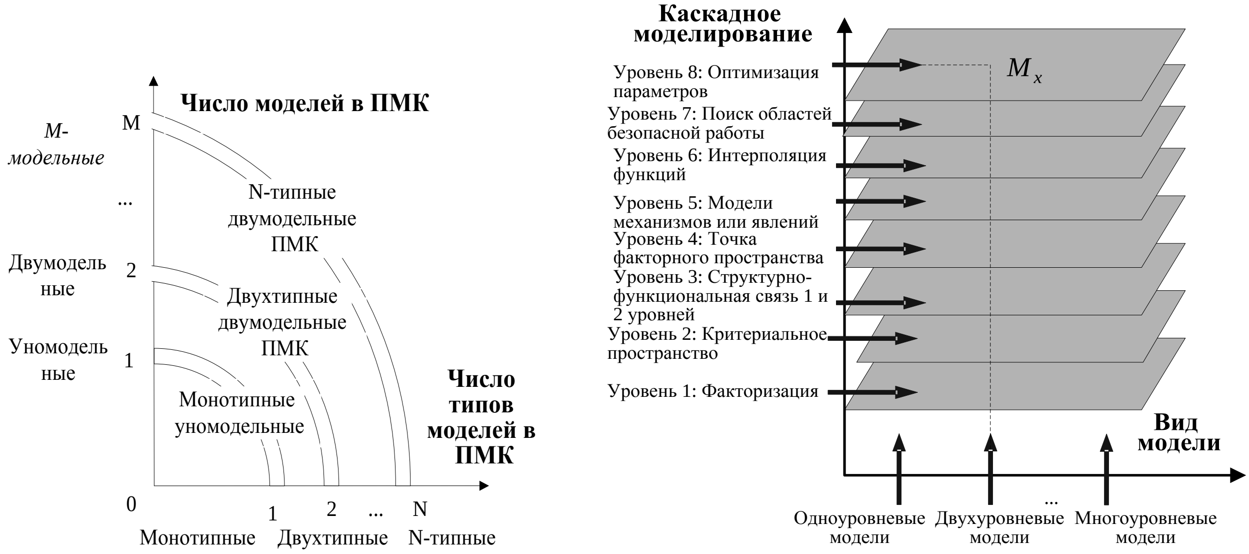
Мера волатильности представляет собой в общем случае интервал математического ожидания СВ оценки волатильности модели. Для оценки доверительного интервала в простейшем случае применяется статистика Стьюдента. С учетом ввода переменных $T = \dfrac{\tilde{m}_x - m_x}{\sqrt{\tilde{D}/n}} \in S_{n-1}$, где S_{n-1} – распределение по закону Стьюдента, $\tilde{m}_x$ – оценка математического ожидания, $\tilde{D}$ – оценка дисперсии распределения, получим $\dfrac{\varepsilon}{\sigma_{\tilde{m}} \cdot \sqrt{2}} = S^{-1}(\beta)$, $\varepsilon = \sqrt{\dfrac{\tilde{D}}{n}} S^{-1}(\beta)$.

Моделирование СВ ММ M_x в диапазоне параметров $n_1 = 1..100$, $n_2 = 1..200$, $l = 1..110$ показало существенное повышение неустойчивости модели (волатильности) относительно математического ожидания при уменьшении кратности запусков модели в два раза.

Приведенные в исследовании некоторые основные метрики позволили сформировать статистический портрет модели (СПМ) и представить его геометрическую интерпретацию**.** Получение СПМ осуществляется с учетом особенностей топологии ПМК конкретной СТС КП.

3. Топология полимодельных комплексов и их статистические образы

Моделирование СТС часто связано с накопительной проблемой размерности моделей, что осложняет оценку их качества. Но наряду с размерностью существует накопительная сложность из типизации, выраженной в различной топологии моделей. На рис. 2 предложены укрупненная внешняя классификация топологий ПМК и описание уровней в каскадах ПМК.



a *b*

Рис. 2. Укрупненные схемы: *a* – внешняя классификация топологий ПМК; *b* –описание уровней
Fig. 2. Enlarged diagrams: *a* – external classification of PMC topologies; *b* – description of the levels

Представленная схема классификации топологий ПМК (на основе внешней и уровневой классификаций) позволит выбирать получаемые оценки качества отдельных моделей и комплекса в целом. Если модель M_x может быть определена в общем случае как *k*-статистически устойчивая (или *n*-, *l*-, ε -, *p*-статистически устойчивая) на основе заданного плана экспериментов $\Pi(n, l, k, \theta)$ при определенном ЛПР *D*-множестве допустимых планов $(J = |D|)$ и $\Pi_j \langle n_j, l_j, k_j, \theta_j \rangle$ – реализуемом плане, то монотипный уномодельный ПМК в общем случае будет иметь СУ (1) и некоторую СВМ, то статистическая оценка $O_{i,j}^{M_x}$ уномодельного ПМК (или его статистический образ) представляет собой кортеж $O_{i,j}^{M_x} :< \Gamma_{i,j}^{M_x}, N_{i,j,...}^{\delta}(t,\rho) >;$ $t_0 \le t \le t^{'}$, $\delta_{\min} \le \delta \le \delta_{\max};$ $i = \overline{1,I};\ j = \overline{1,J},$ где $\Gamma_{i,j}^{M_x}$ – оценка СУ ПМК; $N_{i,j,...}^{\delta}(t,\rho)$ – оценка СВ ПМК при ρ – параметре, определяемом ЛПР.

Статистическая оценка $O_{i,j}^{M_x^y}$ *M*-модельного ПМК (статистический *M*-образ) в момент времени *t* с учетом $t_0 \le t \le t^{'}$, $\delta_{\min} \le \delta \le \delta_{\max}$; $i = \overline{1,I};\ j = \overline{1,J}$ представляет собой систему

$$O_{i,j}^{M_{x1},..M_{xm}} :< \Gamma_{i,j}^{M_{x1},..M_{xm}}, N_{i,j,...}^{[M_{x1},..M_{xm}],\delta}(t,\rho) >. \tag{4}$$

Типизация ПМК означает возможную вариабельность при оценке качества ПМК в целом на основе входящих в него моделей. Статистическая оценка $O_{i,j}^{T_i|M_x^y}$ *M*-модельного *Ti*-типа ПМК (статистическое описание ПМК) с учетом $t_0 \le t \le t^{'}$, $\delta_{\min} \le \delta \le \delta_{\max}$ $(i = \overline{1,I},\ j = \overline{1,J},\ T_i \in \{T\})$ представляет собой систему

$$\begin{cases} O_{i,j...}^{T1|M_{x1},..M_{xm}} :< \Gamma_{i,j...}^{T1|M_{x1},..M_{xm}}, N_{i,j...}^{T1[M_{x1},..M_{xm}],\delta}(t,\rho), \\ O_{i,j...}^{T2|M_{x1},..M_{xm}} :< \Gamma_{i,j...}^{T2|M_{x1},..M_{xm}}, N_{i,j...}^{T2[M_{x1},..M_{xm}],\delta}(t,\rho), \\ ... \\ O_{i,j...}^{Tm|M_{x1},..M_{xm}} :< \Gamma_{i,j...}^{Tm|M_{x1},..M_{xm}}, N_{i,j...}^{Tm[M_{x1},..M_{xm}],\delta}(t,\rho). \end{cases} \quad (5)$$

В определенных случаях однотипные модели могут быть оценены по наиболее важным параметрам или оцениваться по аналогии.

Статистический образ ПМК (СО ПМК) представляет собой оценку $O_{i,j}^{T_i|M_x^y}$ в векторном пространстве, для описания свойств которого сформулируем следующие определения.

Определение 1. Набор n свойств модели M_x ($x_1, x_2, ..., x_n$) называется вектором свойств **x** модели M_x размерности n. Числа x_i вектора свойств модели M_x называются координатами вектора **x** модели M_x. Пусть V – произвольное непустое множество, элементы которого мы будем называть векторами оценки модели M_x. Зададим поле K, элементы которого будем называть скалярами, представляющими собой задачи оценки ПМК.

Определение 2. Совокупность всевозможных векторов, описывающих x свойств моделей вида $O_{i,j}^{T_i|M_x^y}$ размерности n, в которой на множестве V определена внутренняя бинарная алгебраическая операция, которую мы будем обозначать знаком «+» и называть сложением векторов свойств моделей.

На множестве V определена внешняя бинарная алгебраическая операция, которую мы будем называть умножением вектора на скаляр и обозначать знаком умножения, т.е. определены два отображения: $\mathrm{V}\times\mathrm{V}\to\mathrm{V}$, $\forall \mathrm{x},\mathrm{y}\in\mathrm{V}$, $(\mathrm{x},\mathrm{y})\to\mathrm{x}+\mathrm{y}\in\mathrm{V}$; $\mathrm{K}\times\mathrm{V}\to\mathrm{V}$, $\forall\lambda\in\mathrm{K}$, $\forall \mathrm{x}\in\mathrm{V}$, $(\lambda,\mathrm{x})\to\lambda\cdot\mathrm{x}\in\mathrm{V}$. Множество V_n вместе с этими двумя алгебраическими операциями называется векторным пространством свойств ПМК над полем K, если выполняются аксиомы для векторных пространств (коммутативность, ассоциативность, умножение и т.п.).

Утверждение 1. Если ранг матрицы плана экспериментов статистических оценок больше или равен рангу матрицы статистической оценки $\|\theta\|$ в плане $\Pi(n,l,k,\theta)$, т.е. $r[\Pi(n,l,k)] = r[\Pi(\theta)]$, то разложение оценок в векторном пространстве V_n существует. Доказательство утверждения 1 может быть выполнено как следствие известной теоремы Кронекера–Капелли.

Определение 3. Пусть вектор, отражающий свойства $\mathbf{x}_0$ модели M_x, принадлежит векторному пространству V_n: $\mathbf{x}_0 \in \mathrm{V}_n$. Множество векторов, отражающих комплекс свойств M_x, $\mathbf{x} \in \mathrm{V}_n$, удовлетворяющих неравенству $\mathbf{max}\rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0, t) < h(t)$, называется шаром свойств ПМК радиуса $h(t)$ – в момент времени t, $t_0 \le t \le t'$, т.е. с центром в точке $\mathbf{x}_0$. Множество векторов, отражающих свойства множества моделей M_x в ПМК: $\mathbf{x} \in \mathrm{R}_n$, удовлетворяющих неравенству $\rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0, t) \le h(t)$, $t_0 \le t \le t'$, называется замкнутым шаром переменного радиуса, зависящего от времени $h(t)$, с центром в точке $\mathbf{x}_0$ и формирует полярную систему координат свойств моделей в ПМК относительно свойства $\mathbf{x}_0$.

Определение 4. Статистический образ ПМК является регулярным, если он формируется при условии равенства всех углов между векторами множества $\mathbf{x} \in \mathrm{V}_n$.

Приведенные определения 1–4 являются основными при описании ПМК, но на их основе формулируются и другие свойства, касающиеся особенностей формирования ПМК различных типов. На рис. 3 изображены представления статистического образа квалиметрической оценки ПМК из M_n моделей и $h(t)$.

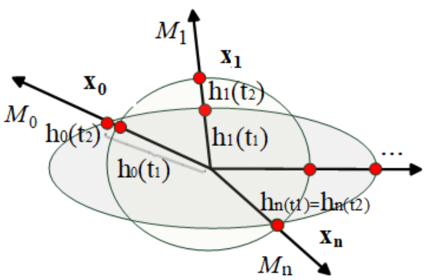


Рис. 3. Представление статистического образа квалиметрической оценки ПМК из M_n моделей
Fig. 3. Representation of the statistical image of the qualimetric assessment of the PMC from the M_n models

Сложность формализации квалиметрических оценок ПМК обусловлена как сложностью и неординарностью их топологий, так и необходимостью построения векторных пространств для статистического описания ПМК. В связи с этим предлагается следующая схема системы поддержки принятия решений (СППР) по динамической типизации топологии ПМК (рис. 4).

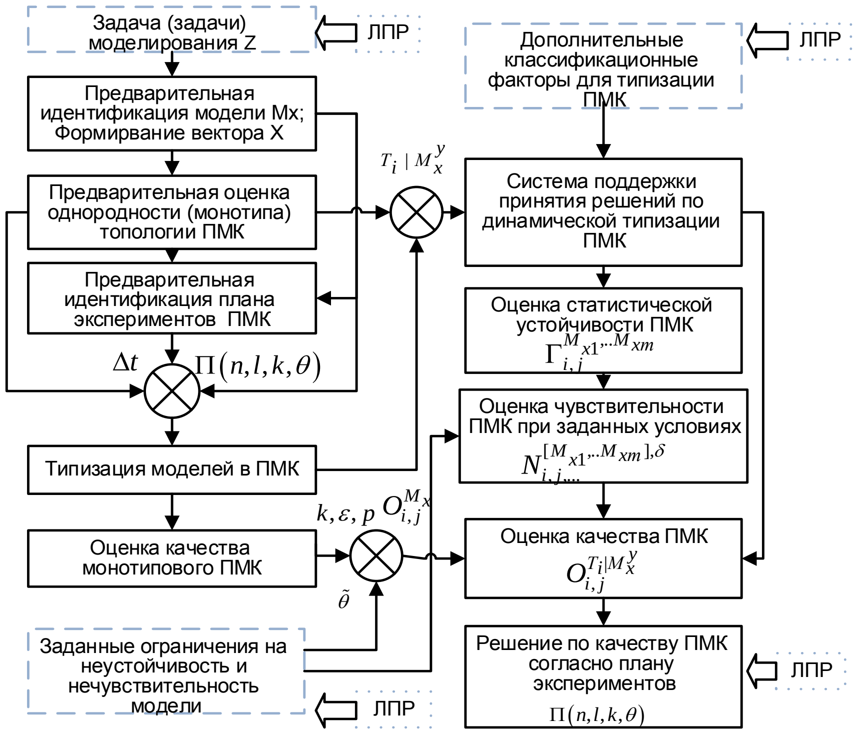


Рис. 4. Схема каркаса системы поддержки принятия решений по динамической типизации топологии ПМК
Fig. 4. Diagram of the framework of the decision support system for dynamic typing of the PMC topology

Изображенная на рис. 4 схема каркаса СППР по динамической типизации топологии ПМК имеет несколько точек, требующих решения ЛПР, и формирует возможность реализовать автоматизацию отдельных компонент, что позволит повысить эффективность и оперативность принимаемых решений по оценке качества ПМК при исследовании СТС критического применения, требующих детальной проработки моделей.

Заключение

При функционировании СТС критического применения важнейший задачей выступает обеспечение качества моделей, которые представляют собой ПМК со сложной, в большинстве случаев переменной топологией. Предложенные перспективные исследования, связанные с формированием оценок и метрик СУМ, СВМ, СО ПМК, позволяют оценить степень неустойчивости статистик в зависимости от объема повторных запусков модели. Для моделей больших размерностей и с переменным числом запусков можно получить числовую меру верификации модели с точки зрения устойчивости статистик; приведен принцип описания свойств моделей в полярной системе координат свойств моделей для ПМК относительно свойства $\mathbf{x}_0$, что представляет собой его статистический образ. В статье предложены принципы динамической типизации топологий ПМК и представлен каркас СППР, что позволит повысить эффективность и оперативность принимаемых решений по оценке качества ПМК. В дальнейших исследованиях авторы предполагают расширить множество статистических метрик ПМК, а также уточнить структуру СППР для решения задач квалиметрического анализа прикладной СТС.

ЛИТЕРАТУРА

1. Okhtilev M.Yu., Gnidenko A.S., Alferov V.V., Salukhov V.I., Nazarov D.I. Methods and Algorithms of Integrated Modeling of Complex Technical Objects in Dynamically Changing Conditions // Proceedings of the International Scientific Conference MMET NW. 2018. P. 282–284.
2. Panella I., Hardwick G. Model Oriented System Design Applied to Commercial Aircraft Secondary Flight Control Systems // Simulation and Modeling Methodologies, Technologies and Applications. SIMULTECH 2017. Advances in Intelligent Systems and Computing / M. Obaidat, T. Ören, F. Rango (eds..) Springer, Cham., 2019. V. 873. P. 55–76.
3. Доронина Ю.В., Скатков А.В. Каскадно-иерархическое моделирование в задачах анализа динамики ресурсных характеристик сложных систем // Информационно-управляющие системы. 2020. № 3. С. 48–58. DOI: 10.31799/1684-8853-2020-3-48-58
4. Микони С.В., Соколов Б.В., Юсупов Р.М. Квалиметрия моделей и полимодельных комплексов. М. : РАН, 2018. 314 с.
5. Андрианов Ю.М., Суббето А.И. Квалиметрия в приборостроении. Л. : Машиностроение, 1990. 216 с.
6. Доронина Ю.В., Скатков А.В. Анализ статистической устойчивости стационарных Марковских моделей // Труды СПИИРАН. 2019. Т. 18, № 5. С. 1119–1148. DOI: 10.15622/sp.2019.18.5.1119-1148
7. Gorban I.I. The Statistical Stability Phenomenon. Springer, 2017. 361 p.
8. Кондрашков А.В., Пичугин Ю.А. Идентификация и статистическая проверка устойчивости модели Вольтерры // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2014. № 1 (189). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/identifikatsiya-i-statisticheskaya-proverka-ustoychivosti-modeli-volterry (дата обращения: 21.03.2019).
9. Laaksonen O., Peltoniemi M. The essence of dynamic capabilities and their measurement // International Journal of Management Reviews. British Academy of Management. 2018. V. 20 (2). P. 184–205.
10. Chen N., Majda A.J. Conditional gaussian systems for multiscale nonlinear stochastic systems: prediction, state estimation and uncertainty quantification // Entropy. 2018. V. 20, № 7. P. 1–80.
11. Dolgui A., Ivanov D., Sokolov B. Scheduling of recovery action in supply chain with resilience analysis consideration // International Journal of Production Research. 2018. V. 56, № 19. P. 6473–6490. URL: http://www.tandfonline.com/loi/tprs20 (дата обращения: 21.03.2019).
12. Langville A., Meyer C. Updating Markov chains with an eye on Google's PageRank // SIAM J. on Matrix Analysis and Applications. 2006. V. 27 (4). P. 968–987.
13. Degiannakis S., Floros C. Methods of Volatility Estimation and Forecasting // Modelling and Forecasting High Frequency Financial Data. London : Palgrave Macmillan, 2015. P. 58–109.

Поступила в редакцию 12 февраля 2021 г.

Doronina Yu.V., Skatkov A.V. (2021) FEATURES OF QUALIMETRIC ANALYSIS OF POLYMODEL COMPLEXES WITH VARIABLE TOPOLOGY IN THE STUDY OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitelnaja tehnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science] 56. pp. 49–58

DOI: 10.17223/19988605/56/6

The paper considers aspects of the functioning of complex technical systems (CTS) of critical application, for which the most important task is to ensure the quality of their models, which are polymodel complexes (PMCs) with a complex, in most cases, variable topology. The operation of such CTS is implemented in conditions of uncertainty of states, lack of possibility of field tests, high cost of obtaining data, complexity of monitoring states due to special operating conditions, high cost of resources. In existing studies of estimates of the results of simulation modeling, the criteria of Student, Fisher, Mann-Whitney and Wilcoxon, and others, are used. However, the issues of model stability metrics and their complexes remain insufficiently developed. Stability is a fundamental property of dynamical systems, which is usually studied in two planes: both the reaction of the system to external perturbations of the dynamic character, and the change in parameters in response to these perturbations. The proposed prospective studies related to the formation of estimates and metrics of the statistical stability of models, statistical volatility of models, and the statistical image of the PMC allow us to assess the degree of instability of the statistics depending on the volume of repeated runs of the model and are a logical continuation of the authors' research in this area. The study also considers the statistical stability of the parameter studied by the

model. In contrast to the statistical stability of the model itself, the statistical stability of the model parameter allows you to fine-tune the model in the PMC. For models of large dimensions with a variable number of runs, the authors propose to type the topology of the PMC, which will allow us to evaluate the models most accurately.

If you have defined a vector that reflects the characteristics of $\mathbf{x}_0$ models M_x, which belongs to the vector space V_n: $\mathbf{x}_0 \in V_n$, then the set of such vectors reflecting the set of properties M_x, $\mathbf{x} \in V_n$, satisfying the inequality $\mathbf{max}\rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0, t) < h(t)$, it is called a ball of PMC properties with a radius of h(t) is at a point in time t, $t_0 \le t \le t'$ (the power of this property for the model M_x) centered at a point $\mathbf{x}_0$. A set of vectors that reflect the properties of a set of models M_x in PMC**:** $\mathbf{x} \in R_n$, satisfying the inequality $\rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0, t) \le h(t)$, $t_0 \le t \le t'$ form the polar coordinate system of the model properties in the PMC relative to the property $\mathbf{x}_0$. The polar representation of the properties of the PMC is its statistical image. The article proposes the principles of dynamic typing of PMC topologies, on the basis of which the framework of the system for supporting decision-making on the quality assessment of PMC is presented. In further research, the authors propose to expand the set of statistical metrics of PMC, as well as to clarify the structure of the decision support system for problems of qualimetric analysis of applied CTS.

Keywords: polymodeling; statistical stability; quasi-homogeneous model; statistical volatility; vector space; Markov chain; accuracy; transition probability; number of process implementations; statistical image.

DORONINA Yulia Valentinovna (Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Information Technologies and Computer Systems, Institute of Information Technologies and Management in Technical Systems, Sevastopol State University, Russian Federation).
E-mail: apkSev@yandex.ru

SKATKOV Alexander Vladimirovich (Doctor of Technical Sciences, Expert of the Russian Academy of Sciences, Professor of the Department of Information Technologies and Computer Systems, Institute of Information Technologies and Management in Technical Systems, Sevastopol State University, Russian Federation).
E-mail: vm1945@mail.ru

REFERENCES

1. Okhtilev, M.Yu., Gnidenko, A.S., Alferov, V.V., Salukhov, V.I. & Nazarov, D.I. (2018) Methods and Algorithms of Integrated Modeling of Complex Technical Objects in Dynamically Changing Conditions. *Proceedings of the International Scientific Conference MMET NW*. pp. 282–284.
2. Panella, I. & Hardwick, G. (2019) Model Oriented System Design Applied to Commercial Aircraft Secondary Flight Control Systems. In: Obaidat, M., Ören, T. & Rango, F. (eds) *Simulation and Modeling Methodologies, Technologies and Applications*. *SIMULTECH 2017. Advances in Intelligent Systems and Computing*. Vol. 873. Springer, Cham. pp. 55–76.
3. Doronina, Yu.V. & Skatkov, A.V. (2020) Cascade-hierarchical modeling in problems of analyzing the dynamics of resource characteristics of complex systems. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy – Information and Control Systems.* 3. pp. 48–58. DOI: 10.31799/1684-8853-2020-3-48-58
4. Mikoni, S.V., Sokolov B.V. & Yusupov R.M. (2018) *Kvalimetriya modeley i polimodel'nykh kompleksov* [Qualimetry of Models and Polymodel Complexes]. Moscow: RAS.
5. Andrianov, Yu.M. & Subbeto, A.I. (1990) *Kvalimetriya v priborostroenii* [Qualimetry in Instrument Engineering]. Leningrad: Mashinostroenie.
6. Doronina, Yu.V. & Skatkov, A.V. (2019) Statistical Stability Analysis of Stationary Markov Models. *Tr. SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings.* 18(5). pp. 1119–1148. DOI: 10.15622/sp.2019.18.5.1119-1148
7. Gorban, I.I. (2017) *The Statistical Stability Phenomenon*. Springer.
8. Kondrashkov, A.V. & Pichugin, Yu. A. (2014) On the identification and statistical testing stability of the Volterra model. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU. Fiziko-matematicheskie nauki* – St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics. 1(189). pp. 124–135. [Online] Available from: https://cyberleninka.ru/article/n/identifikatsiya-i-statisticheskaya-proverka-ustoychivosti-modeli-volterry (Accessed: 21st March 2019).
9. Laaksonen, O. & Peltoniemi, M. (2018) The essence of dynamic capabilities and their measurement. *International Journal of Management Reviews*. *British Academy of Management*. 20(2). pp. 184–205. DOI: 10.1111/ijmr.12122
10. Chen, N. & Majda, A.J. (2018) Conditional gaussian systems for multiscale nonlinear stochastic systems: prediction, state estimation and uncertainty quantification. *Entropy*. 20(7). pp. 1–80. DOI: 10.3390/e20070509
11. Dolgui, A., Ivanov, D. & Sokolov, B. (2018) Scheduling of recovery action in supply chain with resilience analysis consideration. *International Journal of Production Research*. 56(19). pp. 6473–6490. DOI: 10.1080/00207543.2017.1401747
12. Langville, A. & Meyer, C. (2006) Updating Markov chains with an eye on Google's PageRank. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*. 27(4). pp. 968–987. DOI: 10.1137/040619028
13. Degiannakis, S. & Floros, C. (2015) Methods of Volatility Estimation and Forecasting. *Modelling and Forecasting High Frequency Financial Data*. Palgrave Macmillan, London. pp. 58–109.