

УДК 681.324

DOI: 10.17223/19988605/57/9

**П.В. Приступа, П.А. Михеев, В.В. Поддубный, С.П. Сущенко****ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРЯМОЙ КОРРЕКЦИИ ОШИБОК В ТРАНСПОРТНОМ ПРОТОКОЛЕ  
НА ВНУТРИСЕГМЕНТНОМ УРОВНЕ**

Рассмотрена математическая модель транспортного соединения, управляемого надежным транспортным протоколом с прямой коррекцией ошибок в виде цепи Маркова с дискретным временем, учитывающая влияние протокольных параметров, достоверности передачи, круговой задержки и параметров прямой коррекции ошибок на пропускную способность транспортного соединения. Проведен анализ зависимости преимуществ использования прямой коррекции ошибок перед классическим транспортным протоколом.

**Ключевые слова:** транспортный протокол; прямая коррекция ошибок; цепь Маркова; пропускная способность; уровень потерь.

Наиболее значимым показателем качества взаимодействия приложений компьютерных сетей является пропускная способность транспортных соединений. Этот операционный параметр в значительной мере определяется транспортным протоколом и параметрами тракта передачи данных [1]. Исследованию вероятностно-временных характеристик транспортных соединений посвящен широкий спектр работ [2–20]. Моделирование транспортного протокола с решающей обратной связью выполнено в [2–8], имитационное исследование его быстродействия проведено в [9–10]. Однако моделирование выполнено при существенных ограничениях на протокольные параметры и факторы, определяющие быстродействие транспортного соединения. Модель состязания конкурирующих абонентов за полосу пропускания транспортного соединения предложена в [11], но только для случая операционного режима селективного повтора. Современные транспортные протоколы для снижения доли повторных передач применяют методы прямой коррекции ошибок [12–20]. Примером такого технологического решения является протокол QUIC кампании Google [12]. В [13–14] выполнено имитационное исследование набора процедурных сценариев транспортного протокола с простейшими методами коррекции ошибок для различных сред передачи данных. Ряд натурных экспериментов на широком спектре сетевого оборудования, проведенных в [15–18], иллюстрирует целесообразность применения механизмов прямой коррекции ошибок для сетевых сервисов реального времени, а также в мультимедийных приложениях. В данных работах выполнена оценка трудоемкости коррекции частично искаженных данных, накладных расходов и ожидаемых технологических ограничений в различных средах передачи данных. Анализ технологии прямой коррекции ошибок в межсегментном пространстве транспортного протокола, проведенный в [19], позволил найти области предпочтительного применения технологии для редуцированного признакового пространства протокольных параметров и характеристик коммуникационной среды. Эффективность применения различных методов прямой коррекции ошибок (поразрядное сложение по модулю 2 с помощью операции XOR, коды Рида–Соломона, сверточные коды) в рамках протокола QUIC исследуется авторами [20]. По результатам стендовых экспериментов отмечается увеличение производительности протокола QUIC с применением технологии прямой коррекции ошибок для маршрутов с большой круговой задержкой и значительным уровнем потерь. Кроме того, авторы делают вывод о целесообразности применения методов прямой коррекции ошибок на канальном и транспортном уровнях.

Следует отметить, что исследование эффективности использования методов прямой коррекции ошибок на различных уровнях сетевой архитектуры [12–20] проводилось преимущественно на качественном уровне, численно и в стендовых экспериментах при значительных ограничениях на харак-

теристики каналов связи, параметры протоколов обмена и коррекции ошибок. В данной работе рассмотрена математическая модель транспортного соединения в фазе информационного переноса с механизмом прямой коррекции ошибок в виде цепи Маркова с дискретным временем. На основе модели предложен анализ условий, обеспечивающих преимущество в быстродействии транспортного протокола с технологией прямой коррекции ошибок в пространстве каждого сегмента перед классическим транспортным протоколом.

### 1. Модель транспортного соединения

Рассмотрим процесс переноса данных между абонентами транспортного протокола, основанного на алгоритме с решающей обратной связью [1] и функционирующего в режиме селективного или группового отказа. Примером семейства таких надежных протоколов является доминирующий в современных компьютерных сетях протокол TCP [Ibid.]. В режиме селективного отказа повторной передаче от источника подлежат только непринятые получателем протокольные блоки данных (сегменты), а в режиме группового отказа – все, начиная с первого непринятого [Ibid.]. Полагаем, что взаимодействующие абоненты имеют неограниченный поток данных для передачи, а обмен выполняется протокольными блоками данных транспортного протокола (сегментами) одинаковой длины. Подтверждения получателя о корректности приема данных переносятся в сегментах встречного потока. Считаем, что управляющий транспортный протокол имеет дополнительную логику внутрисегментной прямой коррекции ошибок. При этом источник перед отправкой каждого сегмента делит его на  $A \geq 1$  фрагментов равного размера, к ним добавляет  $B - A$ ,  $B \geq A$ , избыточных фрагментов той же длины и передает в транспортное соединение расширенный сегмент, состоящий из  $B$  фрагментов. Каждый фрагмент снабжается служебной информацией, позволяющей обнаружить в нем возможные ошибки и восстановить из  $B$  фрагментов исходный сегмент в точке приема. Искажение до  $B - A$  произвольных фрагментов расширенного сегмента позволяет на стороне получателя восстановить исходный сегмент и не инициировать повторные передачи. Пусть  $f_f$  и  $f_r$  – достоверность передачи фрагмента вдоль транспортного соединения от источника до адресата и обратно соответственно. Тогда вероятность доставки исходного сегмента адресату с учетом возможности его восстановления получателем

с помощью механизма прямой коррекции ошибок задается соотношением  $\Psi_f = \sum_{i=A}^B C_i^B f_f^i (1 - f_f)^{B-i}$ , а достоверность получения отправителем подтверждения о корректности доставки составит

$\Psi_r = \sum_{i=A}^B C_i^B f_r^i (1 - f_r)^{B-i}$ . Данные параметрические зависимости от  $A$  и  $B$  определяют математическую

модель различных методов прямой коррекции ошибок. Считаем, что участки переприема вдоль тракта передачи данных имеют одинаковое быстродействие в обоих направлениях, а длительность цикла передачи расширенного сегмента в отдельном звене составляет  $t$ . В общем случае длина пути от источника до адресата, переносящего информационный поток, и длина обратного пути, по которому передаются подтверждения на принятые сегменты, могут быть различными. Полагаем, что длина тракта передачи данных, выраженная в количестве участков переприема, в прямом направлении равна  $D_f \geq 1$ . Обратный тракт, по которому доставляются подтверждения отправителю о корректности приема последовательности сегментов, имеет длину  $D_r \geq 1$ . Считаем, что потерь сегментов из-за блокировок буферной памяти в узлах тракта не происходит. Управление потоком данных реализуется механизмом скользящего окна [Ibid.] размера  $W \geq 1$ .

Процесс информационного переноса расширенных сегментов в транспортном соединении может быть описан Марковским процессом с дискретным временем, кратным длительности такта  $t$ , в силу того что время между получениями подтверждений имеет геометрическое распределение с параметром  $\Psi$ , [2]. Цепь Маркова задает активность отправителя и изменение размера очереди расширенных сегментов в источнике, ожидающих подтверждения. Область возможных состояний

цепи Маркова определяется длительностью тайм-аута ожидания подтверждения  $S$ , выраженной в количестве циклов продолжительности  $t$ . Размер тайм-аута связан с длиной тракта и шириной окна неравенствами  $S > W$ ,  $S \geq D_f + D_r$ . Сумма длин прямого и обратного трактов может быть интерпретирована как круговая задержка  $D = D_f + D_r$ , выраженная в длительностях  $t$  (без учета потерь протокольных блоков при передаче вдоль тракта). Состояниям цепи Маркова  $i = \overline{0, W}$  соответствует размер очереди переданных, но не подтвержденных сегментов в источнике потока, а состояниям  $i = \overline{W + 1, S - 1}$  – время, в течение которого отправитель неактивен и ожидает получение подтверждения о корректности приема переданной последовательности из  $W$  сегментов. Из нулевого состояния в  $(D - 1)$ -е источник продвигается с каждым тактом  $t$  с вероятностью детерминированного события. В состояниях  $i \geq D - 1$  после истечения очередного дискретного цикла  $t$  к отправителю начинают прибывать подтверждения, и в зависимости от результатов доставки отправитель передает новые сегменты (при положительном подтверждении) либо повторно – искаженные. Завершение цикла пребывания в состоянии  $D - 1$  соответствует времени доведения первого сегмента до адресата и получения на него подтверждения. Дальнейший рост номера состояния происходит с вероятностью искажения подтверждения  $1 - \Psi_r$ , в обратном тракте. В состояниях  $i \geq D - 1$  в режиме селективного отказа получение подтверждения порождает переход в  $(D - 1)$ -е состояние при  $W \geq D$  или в состояние  $D + W - 2 - i$  при  $W \leq D$ . В режиме группового отказа для исходных состояний  $i \geq D - 1$  возврат в состояния  $D - 1$  (при  $W \geq D$ ) или  $D + W - 2 - i$  (при  $W \leq D$ ) происходит при получении подтверждения только в случае успешной доставки адресату дошедших к данному моменту до получателя  $i - D + 1$  расширенных сегментов, в противном случае следует возврат в нулевое состояние, поскольку очередь переданных, но не подтвержденных сегментов в этот момент обнуляется. В силу того, что в состояниях  $i \geq W$  источник приостанавливает отправку сегментов, получение подтверждений в состояниях  $i = \overline{W, D + W - 3}$  приводит к переходу в состояния  $D + W - 2 - i$ , а из состояний  $i = \overline{D + W - 2, S - 2}$  – в нулевое. Это справедливо для селективного отказа, а в режиме группового отказа указанные изменения состояний реализуются при поступлении положительных подтверждений. В состоянии  $S - 1$  истекает тайм-аут ожидания подтверждения от получателя о корректности принятых сегментов и происходит безусловный переход в нулевое состояние во всех режимах отказа.

Для цепи Маркова с данной структурой переходных вероятностей распределение вероятностей состояний  $P_i$ ,  $i = \overline{0, S - 1}$ , определяется соотношениями между протокольными параметрами  $W$ ,  $S$  и длительностью круговой задержки  $D$  и с точностью до параметров  $\Psi_f$  и  $\Psi_r$  имеет функциональный вид, полученный в [2]. Основной операционной характеристикой транспортного протокола является его пропускная способность, определяемая параметрами тракта передачи данных, накладными расходами и особенностями протокольных процедур управления передачей [Ibid.]. Нормированное быстродействие транспортного соединения определяется средним числом доставленных получателю неискаженных сегментов (с учетом режима отказа [1]) за среднее время между двумя последовательными поступлениями подтверждений [2]. Поскольку время между приходами подтверждений распределено по геометрическому закону с параметром  $\Psi_r$ , то среднее время между приходами подтверждений в длительностях цикла  $t$  составит  $\bar{T} = 1/\Psi_r$ . Тогда для селективной процедуры отказа пропускная способность определится следующей зависимостью [Ibid.]:

$$Z_s(W, S, D, A, B) = \Psi_r \left\{ \sum_{i=D-1}^{D+W-2} (i - D + 2) \Psi_f P_i + W \Psi_f \sum_{i=D+W-1}^{S-1} P_i \right\}.$$

Пропускная способность транспортного соединения для режима группового отказа с учетом повторной передачи всех сегментов, начиная с первого не принятого [2], задается соотношением

$$Z_g(W, S, D, A, B) = \Psi_f \Psi_r \left\{ \sum_{i=D-1}^{D+W-2} \frac{1 - \Psi_f^{i-D+2}}{1 - \Psi_f} P_i + \frac{1 - \Psi_f^W}{1 - \Psi_f} \sum_{i=D+W-1}^{S-1} P_i \right\}.$$

## 2. Анализ условий предпочтения прямой коррекции ошибок

Транспортный протокол с прямой коррекцией ошибок в пространстве каждого сегмента предполагает разбиение на стороне отправителя информационного сегмента на  $A$  фрагментов одинаковой длины и снабжение их  $B - A \geq 0$ ,  $B \geq A$ , избыточными фрагментами того же размера. Наличие в последовательности информационных фрагментов дополнительных фрагментов с поддержкой исправления ошибок (например, кодами четности, кодами Рида–Соломона и др.) позволяет восстановить сегмент на стороне получателя при искажении до  $B - A$  любых фрагментов расширенного сегмента. Получатель при приеме расширенного сегмента с искаженными фрагментами пытается восстановить его и по результатам восстановления высылает отправителю подтверждение, упакованное в аналогичный информационный расширенный сегмент встречного потока. Эффективная реализация технологии прямой коррекции ошибок предполагает поиск параметров  $A$  и  $B$ , обеспечивающих максимальное быстроедействие транспортного соединения с заданными параметрами транспортного протокола, известной круговой задержкой и измеренным в результате мониторинга уровнем ошибок. Наличие избыточных фрагментов в передаваемой последовательности увеличивает вероятность доставки получателю сегмента, однако достигается это за счет роста накладных расходов в виде времени переноса избыточных данных. Отсюда возникает задача поиска в многомерном признаковом пространстве области значений характеристик транспортного соединения ( $D$ ,  $\Psi_r$ ,  $\Psi_f$ ), параметров транспортного протокола ( $W$ ,  $S$ ) и механизма прямой коррекции ошибок ( $A$ ,  $B$ ), обеспечивающей превосходство транспортного протокола с технологией прямой коррекцией ошибок перед классической протокольной процедурой с решающей обратной связью, не применяющей исправление ошибок. Сравнительный анализ протокольных процедур проведем при равных интенсивностях потоков абонентских данных, предлагаемых к передаче. Зададим относительный выигрыш в быстроедействии от применения технологии коррекции ошибок по сравнению с классической протокольной процедурой в виде разности пропускных способностей:  $\Delta(A, B) = Z(W, S, D, A, B) - Z(W, S, D, 1, 1)$ . Начнем анализ значений выигрыша без учета накладных расходов, связанных с необходимостью введения дополнительных заголовков и концевиков в каждый фрагмент исходного сегмента для диагностики в них ошибок и корректной сборки сегмента из набора фрагментов. В общем случае сравнительный анализ в режимах селективного и группового повтора удастся провести только численно. Однако за счет редуцирования размерности признакового пространства область мажорантных положительных значений выигрыша удастся получить в аналитическом виде.

В режиме селективного отказа при абсолютно надежном обратном соединительном пути ( $f_r = 1$ ) либо в случае  $W \rightarrow \infty$  выигрыш упрощается до соотношения

$$\Delta_s(A, B) = K \left( \frac{A \Psi_f}{B} - f_f^A \right), \quad (1)$$

инвариантного к ширине окна ( $K = 1$ ) для нагруженного транспортного соединения ( $W \geq D$ ) и зависящего от размера окна ( $K = 1/[D - W + 1]$ ) – для недогруженного ( $W < D$ ). Для технологических параметров прямой коррекции ошибок, удовлетворяющих условию  $B = A + 1$ ,  $A \geq 1$ , нетрудно видеть,

что область положительных значений выигрыша  $\Delta_s(A, A + 1) = K f_f^A \left( A - 1 - \frac{A^2 f_f}{A + 1} \right)$  существует при

$A \geq 2$  в интервале  $f_f \in \left( 0, 1 - \frac{1}{A^2} \right)$ . Максимум выигрыша  $\Delta_s(A, A + 1) = K \frac{(A - 1)^{A+1}}{A^A (A + 1)}$  достигается при

значении достоверности  $f_f = 1 - \frac{1}{A}$ . С ростом параметра  $A$  положение максимума выигрыша дрейфует

вправо по координате  $f_f$  (рис. 1). Максимально достижимый уровень выигрыша от достоверности доставки фрагментов данных, огибающий доминирующие кривые при различных  $A$ , имеет вид, представленный на рис. 2. При этом максимальный выигрыш с ростом  $A$  увеличивается вдоль кривой

с насыщением от значения  $\Delta_s(2,3) = K/12$  до  $\Delta_s(\infty, \infty) = K/e$  (рис. 3). Из вида зависимостей, представленных на рис. 1, нетрудно видеть, что оптимальные значения целочисленного параметра прямой коррекции ошибок  $A$  определяются достоверностью доставки получателю фрагментов данных  $f_f$ . Значения  $f_f$ , разделяющие оптимальные значения коэффициента разбиения сегмента на фрагменты, равные  $A$  и  $A + 1$ , определяет условие  $\Delta_s(A, A+1) = \Delta_s(A+1, A+2)$ ,  $A \geq 2$ . Отсюда находим точки разделения областей оптимальности:

$$f_f = \frac{A(A+2)(2A+1) - \sqrt{A^4 + 12A^3 + 32A^2 + 28A + 8}}{2(A+1)^3}.$$

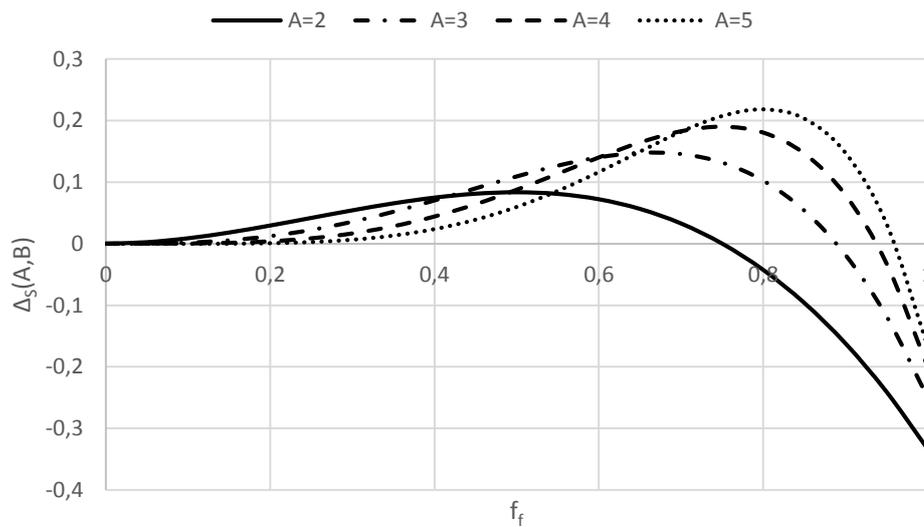


Рис. 1. Зависимость выигрыша в селективном режиме повтора от достоверности доставки фрагментов данных при  $W \geq D$ ,  $f_r = 1$ ,  $B = A + 1$  для различных значений коэффициента фрагментации

Fig. 1. Dependence of the gain in the selective retry mode on the reliability of delivery of data fragments at  $W \geq D$ ,  $f_r = 1$ ,  $B = A + 1$  for different values of the fragmentation coefficient

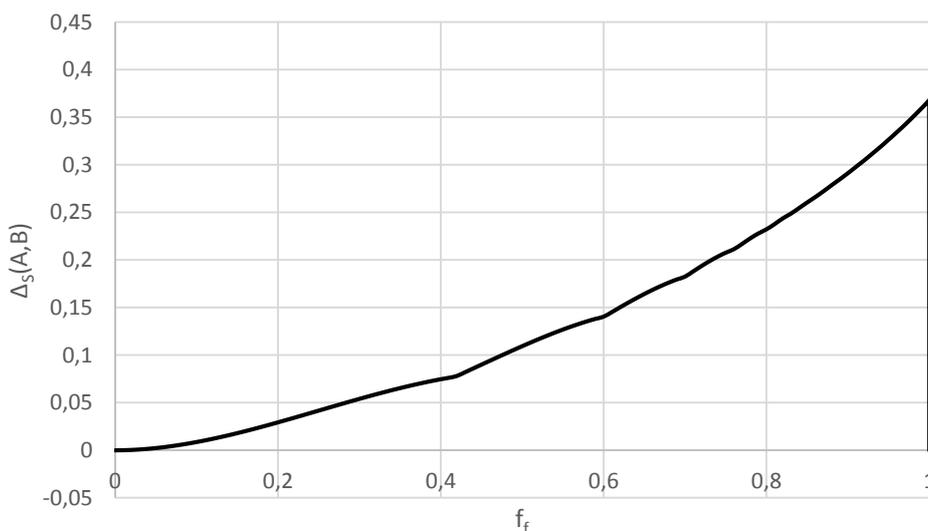


Рис. 2. Зависимость максимально достижимого выигрыша в селективном режиме повтора от достоверности доставки фрагментов данных при  $W \geq D$ ,  $f_r = 1$ ,  $B = A + 1$

Fig. 2. Dependence of the maximum achievable gain in the selective repeat mode on the reliability of delivery of data fragments for  $W \geq D$ ,  $f_r = 1$ ,  $B = A + 1$

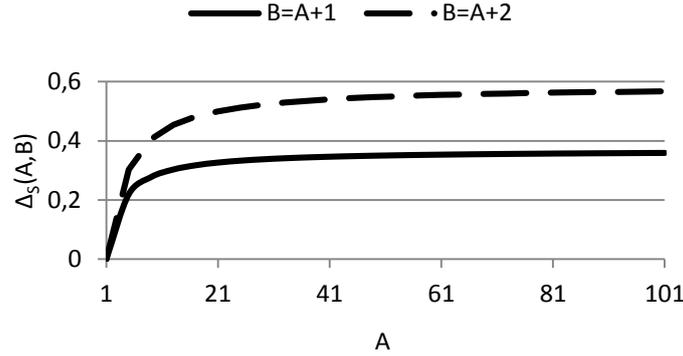


Рис. 3. Зависимость максимальных значений выигрыша в селективном режиме повтора от коэффициента разбиения сегментов на фрагменты при  $f_r = 1$  и различных значениях числа избыточных фрагментов  
 Fig. 3. Dependence of the maximum values of the gain in the selective repeat mode on the coefficient of dividing the segments into fragments for  $f_r = 1$  and different values of the number of redundant fragments

На рис. 4 показаны области оптимальных значений коэффициента разбиения сегмента на фрагменты  $A$ . Таким образом, для нахождения оптимального значения  $A$  достаточно определить, в какую область попадает измеренное в результате мониторинга потерь в транспортном соединении значение  $f_f$ . Для параметров прямой коррекции ошибок  $B = A + 2$ ,  $B = A \geq 1$ , положительный выигрыш достигается на области значений  $f_f \in \left(0, \frac{(A-1)(A+2)}{A(A+1)}\right)$ ,  $A \geq 2$ , а максимум выигрыша – при  $f_f = 1 - \sqrt{\frac{2}{A(A+1)}}$ .

Максимальные значения выигрыша  $\Delta_s(A, A+2) = \left(1 - \sqrt{2/A(A+1)}\right)^A \frac{A-2 + A^2 \sqrt{2/A(A+1)}}{A+2}$  с увеличением  $A$  растут от 0,103 до 0,587 (см. рис. 3). Численные исследования выигрыша для произвольных значений параметров многомерного признакового пространства показывают, что  $\Delta_s(A, B)$  имеет унимодальный характер зависимости от достоверности доставки фрагментов данных в области  $f_f \in (0,1)$  и вид кривой с насыщением от коэффициента разбиения сегмента на фрагменты  $A$ .

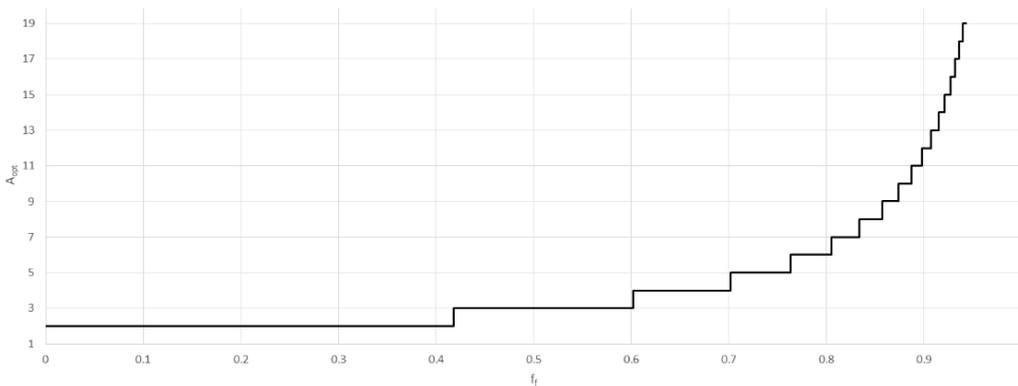


Рис. 4. Области оптимальности коэффициента разбиения сегментов на фрагменты  $A_{opt}$  для селективного режима повтора при  $B = A + 1$ ,  $f_r = 1$   
 Fig. 4. Optimality regions of the partitioning coefficient of segments into fragments  $A_{opt}$  for the selective repetition mode at  $B = A + 1$ ,  $f_r = 1$

В режиме группового повтора для абсолютно надежного обратного тракта передачи данных ( $f_r = 1$ ) выигрыш принимает вид:

$$\Delta_g(A, B) = \frac{A\Psi_f}{B[D - (J-1)\Psi_f]} - \frac{f_f^A}{D - (J-1)f_f^A}, \quad (2)$$

где  $J = W$  при  $W < D$  и  $J = D$  при  $W \geq D$ . Положительные значения выигрыша при  $A=1$ ,  $B=2$  достигаются для достоверности передачи фрагмента в прямом тракте транспортного соединения на интервалах  $f_f \in \left(0, \frac{D-2}{D-1}\right)$ ,  $W \geq D$ ,  $D \geq 3$  и  $f_f \in \left(0, 2 - \frac{D}{W-1}\right)$ ,  $1 + \frac{D}{2} < W < D$ ,  $D \geq 5$ . Для нагруженного ( $W \geq D$ ) и недогруженного ( $W \leq D$ ) транспортного соединения с ростом длительности круговой задержки  $D$  область положительных значений выигрыша расширяется, максимум растет по кривой с насыщением, и его положение сдвигается в область большей достоверности доставки фрагментов  $f_f$  (рис. 5). Зависимость выигрыша от параметра  $A$  при  $B = A + 1$ ,  $A \geq 1$ , так же как и в случае селективного повтора, имеет вид кривой с насыщением. Для недогруженного транспортного соединения ( $1 + \frac{D}{2} < W < D$ ) с расширением окна от значения  $W = 1 + \frac{D}{2}$  до  $W = D - 1$  область положительных значений выигрыша по координате  $f_f$  расширяется, а максимум выигрыша растет и дрейфует вправо (рис. 6). Такой же эффект имеет место с увеличением параметра прямой коррекции ошибок  $A$  для  $B = A + 1$ . При выполнении условия  $W = D - 1$  рост длительности круговой задержки  $D$  приводит к сдвигу вправо по координате  $f_f$  области положительных значений выигрыша и увеличению преимуществ технологии прямой коррекции ошибок (см. рис. 5, б).

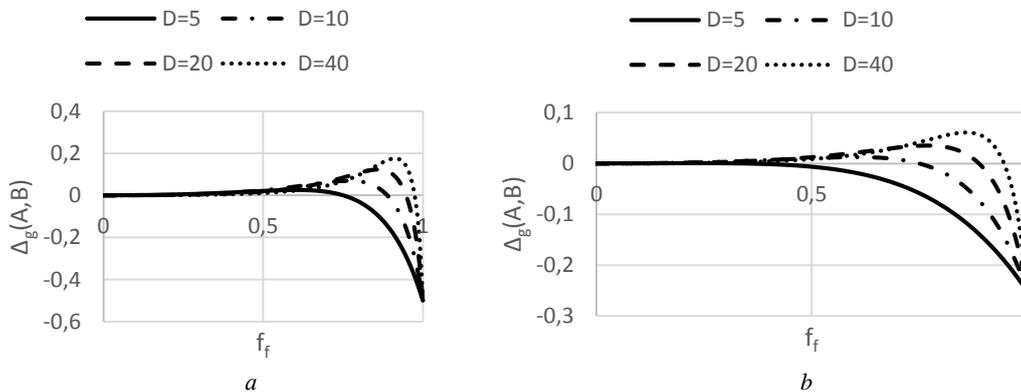


Рис. 5. Зависимость выигрыша в групповом режиме повтора от достоверности доставки фрагментов данных при  $B = A + 1$ ,  $f_r = 1$  для различных значений  $D$  при  $W \geq D$  (a) и  $W = D - 1$  (b)

Fig. 5. Dependence of the gain in the group repetition mode on the reliability of delivery of data fragments for  $B = A + 1$ ,  $f_r = 1$  for different values of  $D$  for  $W \geq D$  (a) and  $W = D - 1$  (b)

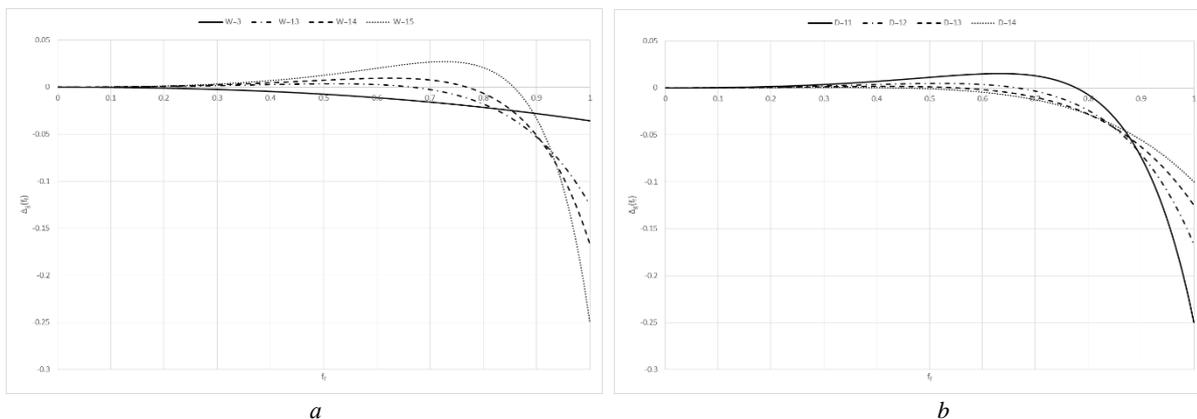


Рис. 6. Зависимость выигрыша в групповом режиме повтора от достоверности доставки фрагментов данных для различных размеров ширины окна  $W$  при  $B = A + 1$ ,  $D = 16$ ,  $f_r = 1$  (a) и для различных длительностей круговой задержки  $D$  при  $B = A + 1$ ,  $W = 10$ ,  $f_r = 1$  (b)

Fig. 6. Dependence of the gain in the group repetition mode on the reliability of delivery of data fragments for different sizes of the window width  $W$  at  $B = A + 1$ ,  $D = 16$ ,  $f_r = 1$  (a) and for different round-trip delay times  $D$  at  $B = A + 1$ ,  $W = 10$ ,  $f_r = 1$  (b)

### 3. Учет накладных расходов реализации

Следует отметить, что при прочих равных условиях с увеличением коэффициента разбиения сегмента на фрагменты (параметра  $A$ ) размер фрагментов снижается и, как следствие, растет достоверность его доставки получателю  $f_f$ . Кроме того, реализация получателем технологической процедуры восстановления сегмента из полученных фрагментов требует снабжения каждого фрагмента дополнительным служебным заголовком размера  $H$ , содержащим контрольную сумму для обнаружения ошибок, данные о взаимном размещении фрагментов в сегменте (смещение от начала сегмента) и, возможно, другую информацию (как это реализовано в IP-протоколе при фрагментации пакетов). Дополнение каждого фрагмента служебной информацией приводит к увеличению времени передачи сегмента в каждом звене транспортного соединения. В связи с этим для корректного сравнительного анализа выигрыша при различных значениях параметра  $A$  необходимо перейти к показателю достоверности доставки получателю отдельного бита и уточнению определения длительности такта  $t$ . Тогда длительность цикла передачи сегмента в отдельном звене  $t$ , выраженная через размер сегмента  $L$ , составит  $t = B \frac{(L-H)/A + H}{C}$ , где  $C$  – физическая скорость передачи данных в звене. Достоверности доставки отдельного фрагмента получателю и приема подтверждения при Марковской модели ошибок примут вид:  $f_f = (1 - r_f)^{(L-H)/A+H}$  и  $f_r = (1 - r_r)^{(L-H)/A+H}$ . Здесь  $r_f$  и  $r_r$  – битовый уровень ошибок в прямом и обратном тракте передачи данных соответственно. Тогда, например, мажорантные соотношения (1) и (2) переписутся следующим образом:

$$\Delta_s(A, B) = KC \frac{A}{L} \left[ \frac{A\Psi_f}{B(1+(A-1)H/L)} - f_f^A \right],$$

$$\Delta_g(A, B) = C \frac{A}{L} \left[ \frac{A\Psi_f}{B(1+(A-1)H/L)[D-(J-1)\Psi_f]} - \frac{f_f^A}{D-(J-1)f_f^A} \right].$$

Нетрудно видеть, что дополнение каждого фрагмента служебной информацией приводит к унимодальной зависимости выигрыша от параметра  $A$  (в отличие от зависимости в виде кривой с насыщением, полученной в предыдущем разделе без учета накладных расходов реализации; см. рис. 3). С одной стороны, коэффициент разбиения сегмента  $A$  следует увеличивать, чтобы повысить вероятность доставки сегментов получателю  $\Psi_f$  (за счет комбинаторного характера зависимости  $\Psi_f$  от  $A$ ) и снизить количество повторных передач. С другой стороны, увеличение параметра  $A$  приводит к росту длительности такта  $t$  и снижению эффективного быстродействия. Численные исследования подтверждают унимодальную зависимость выигрыша от коэффициента  $A$  (рис. 7). Отметим также, что при прочих равных условиях с ростом накладных расходов  $H$  область положительных значений выигрыша сужается по координате  $1 - r$ , а максимальное значение выигрыша снижается.

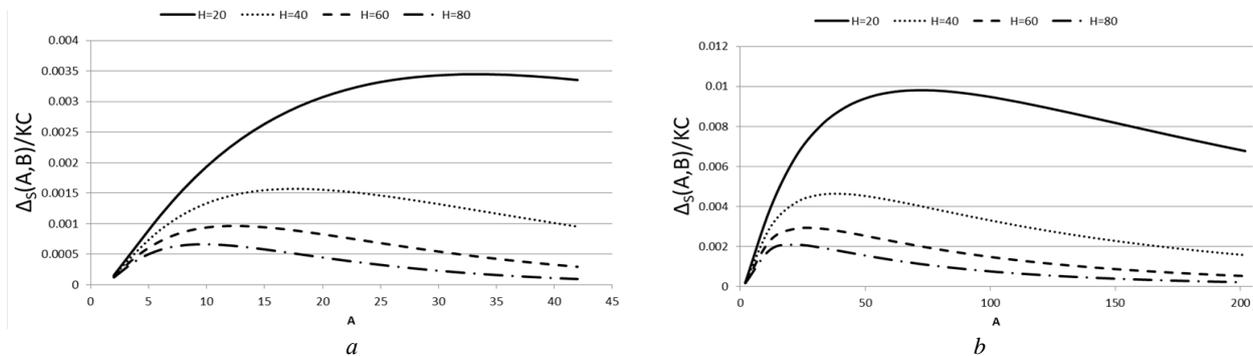


Рис. 7. Зависимость максимального уровня выигрыша от количества фрагментов в сегменте с учетом накладных расходов при  $L = 1\,000$  байт,  $H = 20, 40, 60, 80$  байт,  $r_r = 0$  для  $B = A + 1$  (a) и  $B = A + 2$  (b)

Fig. 7. Dependence of the maximum gain level on the number of fragments in a segment, taking into account overhead costs for  $L = 1\,000$  bytes,  $H = 20, 40, 60, 80$  bytes,  $r_r = 0$  for  $B = A + 1$  (a) and  $B = A + 2$  (b)

## Заключение

В работе предложена модель процесса переноса сегментов данных в транспортном соединении, управляемом надежным транспортным протоколом с технологией прямой коррекции ошибок, реализованной в пространстве каждого сегмента, и подтверждением данных, принятых получателем после процедуры прямой коррекции. Показано, что для всех режимов повтора применение технологии прямой коррекции ошибок выгодно на загруженных транспортных соединениях ( $W \geq D$ ) со значительной круговой задержкой ( $D$ ). Преимущество прямой коррекции ошибок при любом режиме отказа в значительной мере определяется уровнем ошибок в транспортном соединении ( $r_f, r_r$ ), коэффициентом фрагментации исходного сегмента ( $A$ ), числом избыточных фрагментов данных ( $B - A$ ), соотношением между размером окна ( $W$ ) и временем круговой задержки ( $D$ ), а также уровнем накладных расходов реализации технологии. Направлением дальнейших исследований следует выделить задачу обобщения полученных в данной работе результатов на случай соперничества информационных потоков различных абонентских соединений за полосу пропускания маршрута с разделяемыми звеньями тракта передачи данных.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Fall K., Stevens R. TCP/IP Illustrated. 2nd ed. Addison-Wesley Professional, 2012. V. 1: The Protocols. 1017 p. (Addison-Wesley Professional Computing Series).
2. Kokshenev V.V., Mikheev P.A., Sushchenko S.P. Comparative Analysis of the Performance of Selective and Group Repeat Transmission Models in a Transport Protocol // Automation and Remote Control. 2017. V. 78, № 2. P. 247–261.
3. Kokshenev V., Mikheev P., Suschenko S., Tkachyov R. Analysis of the Throughput in Selective Mode of Transport Protocol // Communications in Computer and Information Science. 2016. V. 678. P. 168–181.
4. Bogushevsky D., Mikheev P., Pristupa P., Suschenko S. The Time-Out Length Influence on the Available Bandwidth of the Selective Failure Mode of Transport Protocol in the Load Data Transmission Path // Communications in Computer and Information Science. 2018. V. 919. P. 120–131.
5. Kassa D.F. Analytic Models of TCP Performance : PhD Thesis / University of Stellenbosch. 2005. 199 p.
6. Giordano S., Pagano M., Russo F., Secchi R. Modeling TCP Startup Performance // Journal of Mathematical Sciences. 2014. V. 200, is. 4. P. 424–431.
7. Kravets O.Ya. Mathematical Modeling of Parameterized TCP Protocol // Automation and Remote Control. 2013. V. 74, № 7. P. 1218–1224.
8. Arvidsson A., Krzesinski A. A model of a TCP link // Proc. of the 15th International Teletraffic Congress Specialist Seminar. 2002.
9. Olsen Y. Stochastic modeling and simulation of the TCP protocol // Uppsala Dissertations in Mathematics. 2003. V. 28. 94 p.
10. Mikheev P., Pristupa P., Suschenko S. Performance of Transport Connection with Selective Failure Mode When Competing for Throughput of Data Transmission Path // Communications in Computer and Information Science. 2019. V. 1141. P. 89–103.
11. Nikitinskiy M.A., Chalyy D.Ju. Performance analysis of trickles and TCP transport protocols under high-load network conditions // Automatic Control and Computer Sciences. 2013. V. 47, № 7. P. 359–365.
12. Langley A., Riddoch A., Wilk A., Vicente A., Krasic C., Zhang D., Yang F., Kouranov F., Swett I., Iyengar J., Bailey J., Dorfman J., Roskind J., Kulik J., Westin P., Tenneti R., Shade R., Hamilton R., Vasiliev V., Chang W.T., Shi Z. The QUIC Transport Protocol: Design and Internet-Scale Deployment // SIGCOMM'17, August, 2017, Los Angeles, CA, USA. P. 183–196.
13. Lundqvist H., Karlsson G. TCP with end-to-end FEC // International Zurich Seminar on Communications. 2004. P. 152–156.
14. Barakat Ch., Altman E. Bandwidth tradeoff between TCP and link-level FEC // Computer Networks. 2002. № 39. P. 133–150.
15. Shalin R., Kesavaraja D. Multimedia Data Transmission through TCP/IP using Hash Based FEC with AUTO-XOR Scheme // ICTACT Journal on Communication Technology. 2012. V. 03, is. 03. P. 604–609.
16. Ribadeneir A.F. An Analysis of the MOS under condition of delay, jitter and packet loss and an analysis of the impact of introducing piggybacking and Reed Solomon FEC for VOIP : Master's thesis/ Georgia State University. 2007.
17. Matsuzono K., Detchart J., Cunche M., Roca V., Asaeda H. Performance analysis of a high-performance real-time application with several al-fec schemes // Proceedings of the IEEE 35th Conference on Local Computer Networks, LCN'10. 2010. P. 1–7.
18. Herrero R. Modeling and comparative analysis of Forward Error Correction in the context of multipath redundancy // Telecommunication Systems. Modelling, Analysis, Design and Management. 2017. V. 65 (4). P. 783–794.
19. Mikheev P., Suschenko S., Tkachev R. Estimation of High-Speed Performance of the Transport Protocol with the Mechanism of Forward Error Correction // Communications in Computer and Information Science. 2017. V. 700. P. 259–268.
20. Francois M., De Coninck Q., Bonaventure O. QUIC-FEC: Bringing the benefits of Forward Erasure Correction to QUIC // arXiv: 1904.11326v1 [cs.NI]. 25 Apr. 2019. P. 1–9.

Поступила в редакцию 31 мая 2021 г.

Pristupa P.V., Mikheev P.A., Poddubnyy V.V., Suschenko S.P. (2021) THE EFFECTIVENESS OF FORWARD ERROR CORRECTION IN TRANSPORT PROTOCOL AT THE INTRASEGMENT LEVEL. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 57. pp. 84–94

DOI: 10.17223/19988605/57/9

In this paper the effectiveness of using the forward error correction (FEC) in transport protocol intrasegment data blocks was analyzed. According to the mechanism of the FEC, the sender splits each segment into  $A$  fragments each of the same size, then adds  $B - A \geq 0$ ,  $B \geq A$  redundant fragments of the same size. It allows recovering the segment by the recipient if no more than  $B - A$  arbitrary fragments of the extended segment were distorted. The recipient, when receiving the extended segment with distorted fragments, tries to recover it and in return sends the acknowledgment inside the alike information extended segment going backward.

In order to effectively apply the FEC technology, we should find the optimal fragmentation parameters  $A$  and  $B$  which maximize the transport connection performance with given characteristics and protocol parameters. Presence of redundant fragments in the data sequence being sent increases the probability of successful segment delivery, however it is being achieved through the increased overheads like the time of sending additional data.

Thereby a problem of finding transport connection parameters (the round-trip delay, transmission path reliability in both directions), transport protocol parameters (the window size  $W$ , the acknowledgment timeout  $S$ ), and FEC parameters (the number of information  $A$  and redundant fragments  $B - A$ ), that provides the benefit of using the FEC as opposed to the classical acknowledgment-based transport protocol, is formulated. Comparison of control procedures is done in condition of equal data flow rates.

The performance benefit is determined as the difference between the FEC-based connection performance and the performance of the classical acknowledgment-based protocol connection.

$$\Delta(A, B) = Z(W, S, D, A, B) - Z(W, S, D, 1, 1).$$

In case of no overheads the benefit majorants for fully-loaded ( $W > D$ ) and underloaded ( $W < D$ ) transport connection in selective and group reject modes are obtained in analytic form, optimal FEC parameters providing the maximum of benefit are found.

Considering the overheads of having additional headers in every fragment required for recovering data, the benefit function of the  $A$  parameter is unimodal. With the growth of overheads, the positive range of benefit as a function of the connection reliability narrows while the maximum benefit value decreases.

Keywords: transport protocol; forward error correction; Markov chain; bandwidth; loss rate.

*PRISTUPA Pavel Viktorovich* (Assistant Professor, Department of Applied Informatics, Institute of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).

E-mail: pristupa@gmail.com

*MIKHEEV Pavel Andreevich* (Candidate of Technical Sciences, Lead developer, Department of Applied Informatics, Institute of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).

E-mail: doka.patrick@gmail.com

*PODDUBNYI Vasilij Vasilievich* (Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Applied Informatics, Institute of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).

E-mail: vvpoddubny@gmail.com

*SUSCHENKO Sergey Petrovich* (Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of Applied Informatics, Institute of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).

E-mail: ssp.inf.tsu@gmail.com

## REFERENCES

1. Fall, K. & Stevens, R. (2012) *TCP/IP Illustrated*. Vol. 1. Addison-Wesley Professional Computing Series.
2. Kokshenev, V.V., Mikheev, P.A. & Sushchenko, S.P. (2017) Comparative Analysis of the Performance of Selective and Group Repeat Transmission Models in a Transport Protocol. *Automation and Remote Control*. 78(2). pp. 247–261.
3. Kokshenev, V., Mikheev, P., Suschenko, S. & Tkachyov, R. (2016) Analysis of the Throughput in Selective Mode of Transport Protocol. *Communications in Computer and Information Science*. 678. pp. 168–181.
4. Bogushevsky, D., Mikheev, P., Pristupa, P. & Suschenko, S. (2018) The Time-Out Length Influence on the Available Bandwidth of the Selective Failure Mode of Transport Protocol in the Load Data Transmission Path. *Communications in Computer and Information Science*. 919. pp. 120–131. DOI: 10.1007/978-3-319-99447-5\_11
5. Kassa, D.F. (2005) *Analytic Models of TCP Performance*. PhD Thesis. University of Stellenbosch.
6. Giordano, S., Pagano, M., Russo, F. & Secchi, R. (2014) Modeling TCP Startup Performance. *Journal of Mathematical Sciences*. 200(4). pp. 424–431.

7. Kravets, O.Ya. (2013) Mathematical Modeling of Parameterized TCP Protocol. *Automation and Remote Control*. 74(7). pp. 1218–1224.
8. Arvidsson, A. & Krzesinski, A. (2002) A model of a TCP link. *Proceedings of the 15th International Teletraffic Congress Specialist Seminar*.
9. Olsen, Y. (2003) *Stochastic modeling and simulation of the TCP protocol*. Uppsala Dissertations in Mathematics.
10. Mikheev, P., Pristupa, P. & Suschenko, S. (2019) Performance of Transport Connection with Selective Failure Mode When Competing for Throughput of Data Transmission Path. *Communications in Computer and Information Science*. 1141. pp. 89–103. DOI: 10.1007/978-3-030-36625-4\_8
11. Nikitinskiy, M.A. & Chalyy, D.Yu. (2013) Performance analysis of trickles and TCP transport protocols under high-load network conditions. *Automatic Control and Computer Sciences*. 47(7). pp. 359–365.
12. Langley, A., Riddoch, A., Wilk, A., Vicente, A., Krasic, C., Zhang, D., Yang, F., Kouranov, F., Swett, I., Iyengar, J., Bailey, J., Dorfman, J., Roskind, J., Kulik, J., Westin, P., Tenneti, R., Shade, R., Hamilton, R., Vasiliev, V., Chang, W.T. & Shi, Z. (2017) The QUIC Transport Protocol: Design and Internet-Scale Deployment. *SIGCOMM '17, August 2017*. Los Angeles, CA, USA. pp. 183–196.
13. Lundqvist, H. & Karlsson, G. (2004) TCP with end-to-end FEC. *International Zurich Seminar on Communications*. pp. 152–156. DOI: 10.1109/IZS.2004.1287411
14. Barakat, Ch. & Altman, E. (2002) Bandwidth tradeoff between TCP and link-level FEC. *Computer Networks*. 39. pp. 133–150. DOI: 10.1007/3-540-47734-9\_10
15. Shalin, R. & Kesavaraja, D. (2012) Multimedia Data Transmission through TCP/IP using Hash Based FEC with AUTO-XOR Scheme. *ICTACT Journal on Communication Technology*. 3(3). pp. 604–609. DOI: 10.21917/ijct.2012.0086
16. Ribadeneir, A.F. (2007) *An Analysis of the MOS under condition of delay, jitter and packet loss and an analysis of the impact of introducing piggybacking and Reed Solomon FEC for VOIP*. Master's Thesis. Georgia State University.
17. Matsuzono, K., Detchart, J., Cunche, M., Roca, V. & Asaeda, H. (2010) Performance analysis of a high-performance real-time application with several al-fec schemes. *Proceedings of the IEEE 35th Conference on Local Computer Networks, LCN'10*. pp. 1–7.
18. Herrero, R. (2017) Modeling and comparative analysis of Forward Error Correction in the context of multipath redundancy. *Telecommunication Systems. Modelling, Analysis, Design and Management*. 65(4). pp. 783–794. DOI: 10.1007/s11235-016-0267-y
19. Mikheev, P., Suschenko, S. & Tkachev, R. (2017) Estimation of High-Speed Performance of the Transport Protocol with the Mechanism of Forward Error Correction. *Communications in Computer and Information Science*. 700. pp. 259–268. DOI: 10.1007/978-3-319-66836-9\_22
20. Michel, F., Coninck, Q. & Bonaventure, O. (2019) QUIC-FEC: Bringing the benefits of Forward Erasure Correction to QUIC. *arXiv: 1904.11326v1 [cs.NI] 25 Apr 2019*. pp. 1–9.