ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

2022 Управление, вычислительная техника и информатика № 58

Tomsk State University Journal of Control and Computer Science

Научная статья

УДК 519.95

doi: 10.17223/19988605/58/2

Задача синтеза одного класса двоичных 3D-многомерных нелинейных модулярных динамических систем

Фикрат Гюльали оглы Фейзиев[1], Марал Рзабала кызы Мехтиева[2]

[1] Сумгаитский государственный университет, Сумгаит, Азербайджан, FeyziyevFG@mail.ru

[2] Бакинский государственный университет, Баку, Азербайджан, mehdiyevamaral71@gmail.com

Аннотация. Рассматривается решение задачи синтеза одного класса двоичных 3D-многомерных нелинейных модулярных динамических систем с фиксированной памятью, ограниченной связью, с известным числом входов и выходов, заданных в виде двухзначного аналога полинома Вольтерры. В случае с ортогональными многомерными входными последовательностями системы для решения задачи используется метод, основанный на округлении решения соответствующей континуальной задачи квадратичной оптимизации. В случае с неортогональными входными последовательностями системы входные последовательности ортогонализируются, и решение задачи продолжается, как в случае с ортогональными входными последовательностями.

Ключевые слова: 3D-многомерные нелинейные модулярные динамические системы; полином Вольтерры; задача синтеза; континуальная задача квадратичной оптимизации; ортогональные входные последовательности

Для цитирования Фейзиев Ф.Г., Мехтиева М.Р. Задача синтеза одного класса двоичных 3D-многомерных нелинейных модулярных динамических систем // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2022. № 58. С. 14–22. doi: 10.17223/19988605/58/2

Original article

doi: 10.17223/19988605/58/2

The problem of synthesis of one class of binary 3d-multidimensional nonlinear modular dynamic systems

Fikrat G. Feyziyev[1], Maral R. Mekhtiyeva[2]

[1] Sumgait State University, Sumgait, Azerbaijan, FeyziyevFG@mail.ru

[2] Baku State University, Baku, Azerbaijan, mehdiyevamaral71@gmail.com

Abstract. In this paper, binary 3D-multidimensional nonlinear modular dynamic systems (3D-MNMDS) are considered:

$$y_\nu[n,c_1,c_2]=\sum_{i=1}^{S}\sum_{\bar\eta\in\Lambda(i)}\sum_{\bar w\in\Psi(\bar\eta)}\sum_{(\bar{\bar j},\bar{\bar\mu})\in L_1\times L_2}\sum_{\bar{\bar{\bar\tau}}\in\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar m})[\bar w]} h_{\nu,i,\bar\eta,\bar w}[\bar{\bar j},\bar{\bar\mu},\bar{\bar{\bar\tau}}]\times$$

$$\times\prod_{\ell\in Q_0(\bar\eta)}\prod_{(\alpha_\ell,\beta_\ell,\sigma)\in Q''_\ell(\eta_\ell,\gamma_1(\ell),\gamma_2(\ell),\bar m_\ell)} u_\ell[n-\tau_\ell(\alpha_\ell,\beta_\ell,\sigma),c_1+p_1(j_{\alpha_\ell}(\ell)),c_2+p_2(\mu_{\beta_\ell}(\ell))],\ GF(2),\quad \nu=\overline{1,k}. \tag{1}$$

Here $n\in Z_0$, $c_\alpha\in Z$, $P_\alpha=\{p_\alpha(1),...,p_\alpha(r_\alpha)\}$, $-\infty<p_\alpha(1)<...<p_\alpha(r_\alpha)<\infty$, $p_\alpha(\beta)\in Z$, $\beta=\overline{1,r_\alpha}$, $\alpha=\overline{1,2}$; $u[n,c]\in GF^r(2)$ and $y[n,c]\in GF^k(2)$ are input and output sequences, where $GF(2)$ is a finite field, $GF^k(2)$ and $GF^r(2)$ are k and r-dimensional linear spaces respectively over the finite field $GF(2)$.

Let arbitrary unknown binary sequences enter to the input 3D-MNMDS (1):

$$\{u_\ell[n,c_1,c_2]: n\in[0,N], c_1\in[0,C_1], c_2\in[0,C_2]\}, \ell\in Q_0(\bar{\eta}) . \qquad (2)$$

The problem of the synthesis of binary 3D-MNMDS (1) consists in finding for all $\bar{\bar{\bar{\tau}}}\in\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})[\bar{w}]$, $(\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}})\in L_1\times L_2$, $\bar{w}\in\Psi(\bar{\eta})$, $\bar{\eta}\in\Lambda(i)$, $i\in\{1,\dots,S\}$ such $h_{\nu,i,\bar{\eta},\bar{w}}[\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}},\bar{\bar{\bar{\tau}}}]\in\{0,1\}$, for which the following functional is minimized:

$$J=\sum_{n=0}^{N}\sum_{c_1=0}^{C_1}\sum_{c_2=0}^{C_2}\sum_{\nu=1}^{k}(y_\nu[n,c_1,c_2]-y_\nu^0[n,c_1,c_2])^2 , \qquad (3)$$

where $\{y_\nu^0[n,c_1,c_2]: n\in[0,N]\}$, $\nu=\overline{1,k}$, $c_1\in[0,C_1]$, $c_2\in[0,C_2]$, are desired output sequences. Based on the sequence (2) and on the elements of the impulse characteristics of the system, matrix U and vectors H are constructed respectively, with the help of which problem (1), (3) has the matrix form: $Y=UH$, $GF(2)$, $J=(Y-Y_0)^{\mathrm{T}}(Y-Y_0)\to\min$.

If the orthogonal sequences $\upsilon_{\ell,i,\bar{\eta},\bar{w}}[n,c_1,c_2]$, $\ell\in Q_0(\bar{\eta})$, $\bar{w}\in\Psi(\bar{\eta})$, $\bar{\eta}\in\Lambda(i)$, $i\in\{1,\dots,S\}$, enter to input of 3D-MNMDS (1) and the matrix V is formed from them, then the solution of the problem $Y=VH$, $GF(2)$, $J=(Y-Y_0)^{\mathrm{T}}(Y-Y_0)\to\min$ can be found by solving the continual problem of the quadratic optimization $Y=VK$, $J=(Y-Y_0)^{\mathrm{T}}(Y-Y_0)\to\min$. Let k_α and h_α be the α-th components of the vectors K and H respectively. From here, if $k_\alpha>0.5$, then $h_\alpha=1$, else $h_\alpha=0$. The vector K is determined by the formula $K=(V^{\mathrm{T}}V)^{-1}V^{\mathrm{T}}Y_0$.

If the input sequence (2) is not orthogonal, then it is ortogonalized and the solution of the problem continues as in the case of orthogonal input sequences.

Keywords: 3D-multidimensional nonlinear modular dynamic system; Volterra’s polynomial; problem of synthesis; continual quadratic optimization problem; orthogonal input sequences

For citation: Feyziyev, F.G., Mekhtiyeva, M.R. (2022) The problem of synthesis of one class of binary 3d-multidimensional nonlinear modular dynamic systems. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitelnaja tehnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 58. pp. 14–22. doi: 10.17223/19988605/58/2

Конечные последовательностные машины, или модулярные динамические системы (МДС) [1–5], являются одним из важных классов дискретных управляющих систем. Они находят широкое применение в различных областях науки и техники [2, 3, 5–7]. Исследован ряд задач теории и приложений МДС [1–5, 6, 8–17]. К таким задачам относится задача синтеза МДС [18]. К настоящему времени разработаны методы и алгоритмы решения задачи синтеза для некоторых классов двоичных МДС [5, 18–24]. Один из этих классов есть класс четырех параметрических (три пространственных и один временной параметр) нелинейных МДС (4D-НМДС) [23]. В этом классе входно-выходные последовательности системы скалярные (одномерные). МДС с векторными входными и выходными последовательностями (т.е. многомерными), для которых решена задача синтеза, есть класс двух параметрических (один пространственный и один временной параметр) нелинейных МДС.

Во многих отраслях (нефтегазовая, нефтехимическая, энергетическая и т.д.) объекты управления имеют более двух параметров, и входно-выходные функции являются векторными функциями. В работе [25] для двоичных трехпараметрических (два пространственных и один временной параметр) многомерных нелинейных МДС (3D-МНМДС) получено представление в виде двухзначного аналога полинома Вольтерры. Отметим, что 4D-НМДС и 3D-МНМДС – близкие системы. В работе [7] МДС применена как управляющее устройство в системе управления работой скважины в газлифтной нефтедобыче, при этом оптимальный режим работы системы управления представляется как задача синтеза МДС по квадратичному критерию. Двоичные 3D-МНМДС тоже могут быть использованы в моделировании и управлении непрерывными и дискретными объектами. Поэтому несомненный интерес представляет решение задачи синтеза двоичных 3D-МНМДС. В данной работе рассматривается решение задачи синтеза двоичных 3D-МНМДС, при этом некоторые вычисления проводятся по аналогии с работой [23].

1. Постановка задачи

Рассмотрим двоичную 3D-МНМДС с фиксированный памятью n_0, ограниченной связью $P = P_1 \times P_2$, со степенью *S*, с *r* входами и *k* выходами, описываемую в виде двухзначного аналога полинома Вольтерры [25]:

$$y_\nu[n,c_1,c_2] = \sum_{i=1}^{S} \sum_{\bar{\eta}\in\Lambda(i)} \sum_{(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})\in F(\bar{\eta})} \sum_{(\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}})\in L_1\times L_2} \sum_{\bar{\bar{\bar{\tau}}}\in\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})} h_{i,\nu,\bar{\eta},(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})}[\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}},\bar{\bar{\bar{\tau}}}] \times$$

$$\times \prod_{\ell\in Q_0(\bar{\eta})} \prod_{(\alpha_\ell,\beta_\ell)\in Q'_\ell(\eta_\ell,\gamma_1(\ell),\gamma_2(\ell),\bar{m}_\ell)} \prod_{\sigma=1}^{m_{\ell,\alpha_\ell,\beta_\ell}} u_\ell[n-\tau(\alpha_\ell,\beta_\ell,\sigma), c_1+p_1(j_{\alpha_\ell}(\ell)), c_2+p_2(\mu_{\beta_\ell}(\ell))],\ \ GF(2), \tag{1}$$

$$\nu = \overline{1,k}.$$

Здесь $n\in Z_0$, $c_\alpha \in Z$, где *Z* и Z_0 есть множество целых и неотрицательных целых чисел соответственно, $P_\alpha = \{p_\alpha(1),...,p_\alpha(r_\alpha)\}$, $-\infty < p_\alpha(1) < ... < p_\alpha(r_\alpha) < \infty$, $p_\alpha(\beta)\in Z$, $\beta = \overline{1,r_\alpha}$, $\alpha=\overline{1,2}$; $y[n,c_1,c_2] = (y_1[n,c_1,c_2],...,y_k[n,c_1,c_2]) \in GF^k(2)$ и $u[n,c_1,c_2] = (u_1[n,c_1,c_2],...,u_r[n,c_1,c_2] \in GF^r(2)$ – выходная и входная последовательности, где $GF^k(2)$ и $GF^r(2)$ есть *k* и *r*-мерные линейные пространства над конечным полем $GF(2)$ [6]; присутствие записи $GF(2)$ в формуле (1) означает, что эти формулы выполняются над полем $GF(2)$, т.е. операции сложения и умножения есть сложение и умножение по mod 2 (но в выражениях $n-\tau(\alpha_\ell,\beta_\ell,\sigma)$, $c_1+p_1(j_{\alpha_\ell}(\ell))$ и $c_2+p_2(\mu_{\beta_\ell}(\ell))$ операции вычитания и сложения есть операции вычитания и сложения над целыми числами соответственно); $\Lambda(i) = \{\bar{\eta} = (\eta_1,...,\eta_r) \mid \eta_1+...+\eta_r = i,\ \eta_\alpha \in \{0,1,...,(n_0+1)r_1r_2\}, \alpha=\overline{1,r}\}$; $Q_0(\bar{\eta}) = \{\ell \mid \ell\in\{1,...,r\}$ и $\eta_\ell \neq 0$, η_ℓ есть компонент вектора $\bar{\eta}\}$; $F(\bar{\eta}) = \underset{\ell\in Q_0(\bar{\eta})}{\times} F_\ell(\eta_\ell)$, $L_1 = \underset{\ell\in Q_0(\bar{\eta})}{\times} L_{\ell,1}(\gamma_1(\ell))$, $L_2 = \underset{\ell\in Q_0(\bar{\eta})}{\times} L_{\ell,2}(\gamma_2(\ell))$.

Множества $F_\ell(\eta_\ell)$, $L_{\ell,1}(\gamma_1(\ell))$, $L_{\ell,2}(\gamma_2(\ell))$, $\ell\in Q_0(\bar{\eta})$ следующие:

$$F_\ell(\eta_\ell) = \Big\{(\gamma_1(\ell),\gamma_2(\ell),\bar{m}_\ell) \Big| \bar{m}_\ell = (m_{\ell,1,1},...,m_{\ell,1,\gamma_2(\ell)},...,m_{\ell,\gamma_1(\ell),\gamma_2(\ell)}), \textstyle\sum_{\alpha=1}^{\gamma_1(\ell)}\sum_{\beta=1}^{\gamma_2(\ell)} m_{\ell,\alpha,\beta} = \eta_\ell\ ;$$

$$m_{\ell,\alpha,\beta}\in\{0,...,n_0+1\}, \alpha=\overline{1,\gamma_1(\ell)},\ \beta=\overline{1,\gamma_2(\ell)};\ (\forall\alpha\in\{1,...,\gamma_1(\ell)\})(\exists\beta\in\{1,...,\gamma_2(\ell)\}) \Rightarrow (m_{\ell,\alpha,\beta}\neq 0),$$

$$(\forall\beta\in\{1,...,\gamma_2(\ell)\})(\exists\alpha\in\{1,...,\gamma_1(\ell)\}) \Rightarrow (m_{\ell,\alpha,\beta}\neq 0), \gamma_\sigma(\ell)\in\{1,...,r_\sigma\},\ \sigma=\overline{1,2}\Big\},$$

$$L_{\ell,1}(\gamma_1(\ell)) = \{\bar{j}(\ell) = (j_1(\ell),...,j_{\gamma_1(\ell)}(\ell)) \big| 1\le j_1(\ell) < ... < j_{\gamma_1(\ell)}(\ell) \le r_1\},$$

$$L_{\ell,2}(\gamma_2(\ell)) = \{\bar{\mu}(\ell) = (\mu_1(\ell),...,\mu_{\gamma_2(\ell)}(\ell)) \big| 1\le \mu_1(\ell) < ... < \mu_{\gamma_2(\ell)}(\ell) \le r_2\};$$

$$\gamma_1 = (\gamma_1(1),...,\gamma_1(r)),\quad \gamma_2 = (\gamma_2(1),...,\gamma_2(r)),\ \bar{\bar{j}} = (\bar{j}(1),...,\bar{j}(r)),\ \bar{\bar{\mu}} = (\bar{\mu}(1),...,\bar{\mu}(r)),\ \bar{\bar{m}} = (\bar{m}_1,...,\bar{m}_r).$$

Здесь $\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})$ – множество элементов типа $\bar{\bar{\bar{\tau}}}$ и $\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}}) = \underset{\ell\in Q_0(\bar{\eta})}{\times} \Gamma_\ell(\gamma_1(\ell),\gamma_2(\ell),\bar{m}_\ell)$, где при $\bar{\tau}_{\ell,\alpha,\beta}\in\Gamma_{\ell,\alpha,\beta}(m_{\ell,\alpha,\beta})$, $(\alpha,\beta)\in Q'_\ell(\eta_\ell,\gamma_1(\ell),\gamma_2(\ell),\bar{m}_\ell)$, $\alpha=\overline{1,\gamma_1(\ell)}$, $\beta=\overline{1,\gamma_2(\ell)}$, множество всех блочных векторов (наборов) $\bar{\bar{\tau}}_\ell$ обозначено через $\Gamma_\ell(\gamma_1(\ell),\gamma_2(\ell),\bar{m}_\ell)$, причем $\Gamma_{\ell,\alpha,\beta}(m_{\ell,\alpha,\beta}) = \{\bar{\tau}_{\ell,\alpha,\beta} = (\tau_\ell(\alpha,\beta,1),...,\tau_\ell(\alpha,\beta,m_{\ell,\alpha,\beta})) \big| 0\le\tau_\ell(\alpha,\beta,1) < ... < \tau_\ell(\alpha,\beta,m_{\ell,\alpha,\beta}) \le n_0\}$; $Q'_\ell(\eta_\ell,\gamma_1(\ell),\gamma_2(\ell),\bar{m}_\ell) = \{(\alpha,\beta) \big| m_{\ell,\alpha,\beta}$ есть компоненты набора $\bar{m}_\ell$ и $m_{\ell,\alpha,\beta}\neq 0$, $\alpha=\overline{1,\gamma_1(\ell)}$, $\beta=\overline{1,\gamma_2(\ell)}\}$; $Q''_\ell(\eta_\ell,\gamma_1(\ell),\gamma_2(\ell),\bar{m}_\ell) = \{(\alpha_\ell,\beta_\ell,\sigma) \big| \sigma\in\{1,...,m_{\ell,\alpha_\ell,\beta_\ell}\}, (\alpha_\ell,\beta_\ell)\in Q'_\ell(\eta_\ell,\gamma_1(\ell),\gamma_2(\ell),\bar{m}_\ell)\}$.

Введем обозначения $\lambda(\eta_\ell) = |F_\ell(\eta_\ell)|$ и $|F(\bar{\eta})| = \prod_{\ell\in Q_0(\bar{\eta})}\lambda_\ell(\eta_\ell)$, где через $|A|$ обозначено число элементов множества *A*. Через $(\gamma_1(\ell),\gamma_2(\ell),\bar{m}_\ell)[w_\ell]$ обозначим w_ℓ-й элемент множества $F_\ell(\eta_\ell)$ и $\Psi(\bar{\eta}) = \{\bar{w} = (w_1,...,w_r) \big| w_\ell\in\{1,...,\lambda(\eta_\ell)\},\ \ell\in Q_0(\bar{\eta})\ ;\ w_\ell = 0,\ \ell\notin Q_0(\bar{\eta})\}$.

Ясно, что каждому $(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})\in F(\bar{\eta})$ взаимно-однозначно соответствует набор $\bar{w}\in\Psi(\bar{\eta})$. Набор $(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})\in F(\bar{\eta})$, который соответствует $\bar{w}\in\Psi(\bar{\eta})$, обозначим через $(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})[\bar{w}]$. Тогда, используя множества $\Psi(\bar{\eta})$, можно переписать (1) в виде:

$$y_\nu[n,c_1,c_2]=\sum_{i=1}^{S}\sum_{\bar{\eta}\in\Lambda(i)}\sum_{\bar{w}\in\Psi(\bar{\eta})}\sum_{(\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}})\in L_1\times L_2}\sum_{\bar{\bar{\tau}}\in\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})[\bar{w}]} h_{\nu,i,\bar{\eta},\bar{w}}[\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}},\bar{\bar{\tau}}]\times$$
$$\times\prod_{\ell\in Q_0(\bar{\eta})}\prod_{(\alpha_\ell,\beta_\ell,\sigma)\in Q''_\ell(\eta_\ell,\gamma_1(\ell),\gamma_2(\ell),\bar{m}_\ell)} u_\ell[n-\tau_\ell(\alpha_\ell,\beta_\ell,\sigma),c_1+p_1(j_{\alpha_\ell}(\ell)),c_2+p_2(\mu_{\beta_\ell}(\ell))],GF(2), \tag{2}$$
$$\nu=\overline{1,k}.$$

Из формулы (2) видно, что двоичная 3D-МНМДС состоит из различных блоков. Между блоками и тройками $\langle i,\bar{\eta},\bar{w}\rangle$, где $\bar{w}\in\Psi(\bar{\eta})$, $\bar{\eta}\in\Lambda(i)$, $i\in\{1,...,S\}$, есть взаимно-однозначное соответствие. Отметим, что количество блоков определяется по формуле $\sum_{i=1}^{S}\sum_{\bar{\eta}\in\Lambda(i)}|\Psi(\bar{\eta})|$. Пусть N, C_1, C_2 есть заданные неотрицательные целые числа, $n\in[0,N]\equiv\{0,1,...N\}$, $c_\alpha\in[0,C_\alpha]\equiv\{0,1,...C_\alpha\}$, $\alpha=\overline{1,2}$, и

$$\{u_\ell[n,c_1,c_2]:n\in[0,N],c_1\in[0,C_1],c_2\in[0,C_2]\},\quad \ell\in Q_0(\bar{\eta}), \tag{3}$$

есть произвольные двоичные последовательности. Пусть

$$\{y_\nu^0[n,c_1,c_2]:n\in[0,N],c_1\in[0,C_1],c_2\in[0,C_2]\},\quad \nu=\overline{1,k}, \tag{4}$$

есть желаемые выходные последовательности 3D-МНМДС (2). Рассмотрим функционал

$$J=\sum_{n=0}^{N}\sum_{c_1=0}^{C_1}\sum_{c_2=0}^{C_2}\sum_{\nu=1}^{k}(y_\nu[n,c_1,c_2]-y_\nu^0[n,c_1,c_2])^2\,. \tag{5}$$

Функционал (5) указывает расстояние между реальной и желаемой выходными последовательностями (4) 3D-МНМДС (2). Задача синтеза двоичных 3D-МНМДС (2) с входными последовательностями (3) заключается в нахождении значений импульсных характеристик $h_{\nu,i,\bar{\eta},\bar{w}}[\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}},\bar{\bar{\tau}}]$ для каждых $\bar{\bar{\tau}}\in\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})[\bar{w}]$, $(\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}})\in L_1\times L_2$, $\bar{w}\in\Psi(\bar{\eta})$, $\bar{\eta}\in\Lambda(i)$, $i\in\{1,...,S\}$ 3D-МНМДС (2), при которых минимизируется функционал (5).

2. Приведение задачи к матрично-векторному виду

Через $\bar{\bar{\tau}}_\xi$ обозначим ξ-й элемент в $\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})$, а компоненты набора $\bar{\bar{\tau}}_\xi$ обозначим через $\tau_\ell^{(\xi)}(\alpha_\ell,\beta_\ell,\sigma)$, $\sigma\in\{1,...,m_{\ell,\alpha_\ell,\beta\ell}\}$, $(\alpha_\ell,\beta_\ell)\in Q'_\ell(\eta_\ell,\gamma_1(\ell),\gamma_2(\ell),\bar{m}_\ell)$. Введем матрицы

$$U_0(i,\bar{\eta},\bar{w},\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}},\bar{\bar{\tau}}_\xi)=\left\{\prod_{\ell\in Q_0(\bar{\eta})}\prod_{(\alpha_\ell,\beta_\ell,\sigma)\in Q''_\ell(\eta_\ell,\gamma_1(\ell),\gamma_2(\ell),\bar{m}_\ell)} u_\ell[n-\tau_\ell^{(\xi)}(\alpha_\ell,\beta_\ell,\sigma),c_1+p_1(j_{\alpha_\ell}(\ell)),c_2+p_2(\mu_{\beta_\ell}(\ell))]\right\} \tag{6}$$

размерностью $(N+1)(C_1+1)(C_2+1)\times 1$ и последовательно построим матрицы

$$U_1(i,\bar{\eta},\bar{w},\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}})=(U_0(i,\bar{\eta},\bar{w},\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}},\bar{\bar{\tau}}_1),...,U_0(i,\bar{\eta},\bar{w},\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}},\bar{\bar{\tau}}_{|\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})[\bar{w}]|}))\,,$$
$$U_2(i,\bar{\eta},\bar{w})=(U_1(i,\bar{\eta},\bar{w},\bar{\bar{j}}_1,\bar{\bar{\mu}}_1),...,U_1(i,\bar{\eta},\bar{w},\bar{\bar{j}}_1,\bar{\bar{\mu}}_{|L_2|}),...,U_1(i,\bar{\eta},\bar{w},\bar{\bar{j}}_{|L_1|},\bar{\bar{\mu}}_{|L_2|}))$$
$$U_3(i,\bar{\eta})=(U_2(i,\bar{\eta},\bar{w}_1),...,U_2(i,\bar{\eta},\bar{w}_{|\Psi(\bar{\eta})|}))\,,\ U_4(i)=(U_3(i,\bar{\eta}_1),...,U_3(i,\bar{\eta}_{|\Lambda(i)|}))\,,\ U_5=(U_4(1)\ \ldots\ U_4(S))\,, \tag{7}$$
$$U=\mathrm{diag}\{\underbrace{U_5\ \ldots\ U_5}_{k}\}\,.$$

Введем вектор-столбец

$$H_1(\nu,i,\bar{\eta},\bar{w},\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}})=(h_{\nu,i,\bar{\eta},\bar{w}}[\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}},\bar{\bar{\tau}}_1],...,h_{\nu,i,\bar{\eta},\bar{w}}[\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}},\bar{\bar{\tau}}_{|\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})[\bar{w}]|}])^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

с $|\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})[\bar{w}]|$ компонентов и последовательно построим векторы

$$H_2(\nu,i,\bar{\eta},\bar{w})=(H_1(\nu,i,\bar{\eta},\bar{w},\bar{\bar{j}}_1,\bar{\bar{\mu}}_1),...,H_1(\nu,i,\bar{\eta},\bar{w},\bar{\bar{j}}_1,\bar{\bar{\mu}}_{|L_2|}),...,H_1(\nu,i,\bar{\eta},\bar{w},\bar{\bar{j}}_{|L_1|},\bar{\bar{\mu}}_{|L_2|}))^{\mathrm{T}},$$

$$H_3(\nu,i,\bar{\eta})=(H_2(\nu,i,\bar{\eta},\bar{w}_1),...,H_2(\nu,i,\bar{\eta},\bar{w}_{|\Psi(\bar{\eta})|}))^{\mathrm{T}},\ \ H_4(\nu,i)=(H_3(\nu,i,\bar{\eta}_1),...,H_3(\nu,i,\bar{\eta}_{|\Lambda(i)|}))^{\mathrm{T}},\qquad(9)$$

$$H_5(\nu)=(H_4(\nu,1),...,H_4(\nu,S))^{\mathrm{T}},\qquad H=(H_5(1),...,H_5(k))^{\mathrm{T}}.$$

Учитывая формулу (7), из блочной матрицы U получим обыкновенную матрицу U размерностью $(N+1)(C_1+1)(C_2+1)k\times R$, где $R=k\cdot R_1$ и $R_1=\sum_{\chi=1}^{S}C^{\chi}_{r(n_0+1)r_1r_2}$. Также из блочного вектора H получим обыкновенный вектор H с R компонентами. Пусть

$$Y^0=(y_1^0[0,0,0],...,y_1^0[N,0,0],y_1^0[0,1,0]...,y_1^0[N,1,0],...,y_1^0[N,C_1,C_2],...,y_k^0[N,C_1,C_2])^{\mathrm{T}},$$

$$Y=(y_1[0,0,0],...,y_1[N,0,0],y_1[0,1,0]...,y_1[N,1,0],...,y_1[N,C_1,C_2],...,y_k[N,C_1,C_2])^{\mathrm{T}}.$$

Тогда задачу (2), (5) можем записать в следующем матрично-векторном виде:

$$Y=UH,\ GF(2),\qquad(10)$$

$$J=(Y-Y^0)^{\mathrm{T}}(Y-Y^0)\to\min.\qquad(11)$$

Пусть входная последовательность (3) такова, что матрица U, образованная из нее по обозначениям (6), (7), удовлетворяет условиям ортогональности

$$U^{\mathrm{T}}U=diag\{d_{1,1},...,d_{R,R}\};\quad d_{\alpha,\alpha}>0,\ \alpha=1,...,R,\qquad(12)$$

где $d_{\alpha,\alpha},\ \alpha=\overline{1,R},$ есть элементы матрицы $U^{\mathrm{T}}U$. Тогда последовательность (3) называется ортогональной входной последовательностью для 3D-МНМДС (2). Ясно, что матрица U, образованная из (3) при любой $S>1$, не удовлетворяет условиям ортогональности (12).

3. Решение задачи синтеза 3D-МНМДС

Рассмотрим решение задачи синтеза 3D-МНМДС с ортогональными входными последовательност\ми. Пусть в разные блоки 3D-МНМДС поступают разные входные последовательности:

$$y_\nu[n,c_1,c_2]=\sum_{i=1}^{S}\ \sum_{\bar{\eta}\in\Lambda(i)}\ \sum_{\bar{w}\in\Psi(\bar{\eta})}\ \sum_{(\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}})\in L_1\times L_2}\ \sum_{\bar{\bar{\bar{\tau}}}\in\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{m})[\bar{w}]} h_{\nu,i,\bar{\eta},\bar{w}}[\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}},\bar{\bar{\bar{\tau}}}]\times$$

$$\times\prod_{\ell\in Q_0(\bar{\eta})}\ \prod_{(\alpha_\ell,\beta_\ell,\sigma)\in Q''_\ell(\eta_\ell,\gamma_1(\ell),\gamma_2(\ell),\bar{m}_\ell)}\upsilon_{\ell,i,\bar{\eta},\bar{w}}[n-\tau_\ell(\alpha_\ell,\beta_\ell,\sigma),c_1+p_1(j_{\alpha_\ell}(\ell)),c_2+p_2(\mu_{\beta_\ell}(\ell))],\ GF(2),\qquad(13)$$

$$\nu=\overline{1,k}.$$

В (13) на вход блока, соответствующего тройке $\langle i,\bar{\eta},\bar{w}\rangle$ 3D-МНМДС, поступают последовательности $\{\upsilon_{\ell,i,\bar{\eta},\bar{w}}[n,c_1,c_2]:n\in[0,N],c_1\in[0,C_1],c_2\in[0,C_2]\},\ \ \ell\in Q_0(\bar{\eta})$ и входные последовательности

$$\{\upsilon_{\ell,i,\bar{\eta},\bar{w}}[n,c_1,c_2]:n\in[0,N],c_1\in[0,C_1],c_2\in[0,C_2]\},\ell\in Q_0(\bar{\eta}),\quad\bar{w}\in\Psi(\bar{\eta}),\quad\bar{\eta}\in\Lambda(i),\quad i\in\{1,...,S\},\qquad(14)$$

ортогональные, т.е. удовлетворяются условия $V^{\mathrm{T}}\cdot V=\mathrm{diag}\{d_{1,1},...,d_{R,\,R}\};\ d_{\alpha,\alpha}>0,$ где матрицы

$$V_0(i,\bar{\eta},\bar{w},\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}},\bar{\bar{\bar{\tau}}}_\xi),\ V_1(i,\bar{\eta},\bar{w},\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}}),\ V_2(i,\bar{\eta},\bar{w}),\ V_3(i,\bar{\eta}),\ V_4(i),\ V_5,\ V=\mathrm{diag}\{\underbrace{V_5\ ...\ V_5}_{k}\},\qquad(15)$$

строятся аналогично по формулам (6), (7). Задача (13), (5) имеет следующий матричный вид:

$$Y=VH,\ GF(2),\qquad(16)$$

$$J=(Y-Y^0)^{\mathrm{T}}(Y-Y^0)\to\min.\qquad(17)$$

Аналогично работе [23] решение задачи (16), (17) можно найти путем специфических округлений решения следующей континуальной задачи квадратичной оптимизации:

$$Y=VK,\qquad J=(Y-Y_0)^{\mathrm{T}}(Y-Y_0)\to\min,\qquad(18)$$

где K есть R-мерный вектор. Если k_α и h_α есть α-е компоненты векторов K и H соответственно, то решение задачи определяется следующим образом: если $k_\alpha>0{,}5$, то $h_\alpha=1,$ иначе $h_\alpha=0$.

Решение задачи (18) определяется по формуле $K=(V^{\mathrm{T}}V)^{-1}V^{\mathrm{T}}Y_0$ [23].

Для нахождения оптимального значения импульсных характеристик $h_{\nu,i,\bar{\eta},\bar{w}}[\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}},\bar{\bar{\bar{\tau}}}]$, $\bar{\bar{\bar{\tau}}} \in \Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})[\bar{w}]$, $(\bar{\bar{j}},\bar{\bar{\mu}}) \in L_1 \times L_2$, $\bar{w} \in \Psi(\bar{\eta})$, $\bar{\eta} \in \Lambda(i)$, $i \in \{1,...,S\}$, $\nu \in \{1,...,k\}$, определим номера компонентов вектора $H_1(\nu,i,\bar{\eta}_\alpha,\bar{w}_\beta,\bar{\bar{j}}_\sigma,\bar{\bar{\mu}}_\theta) = (h_{\nu,i,\bar{\eta}_\alpha,\bar{w}_\beta}[\bar{\bar{j}}_\sigma,\bar{\bar{\mu}}_\theta,\bar{\bar{\bar{\tau}}}_1],...,h_{\nu,i,\bar{\eta}_\alpha,\bar{w}_\beta}[\bar{\bar{j}}_\sigma,\bar{\bar{\mu}}_\theta,\bar{\bar{\bar{\tau}}}_{|\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})[\bar{w}_\beta]|}])^{\mathrm{T}}$ среди компонентов вектора H. Для этого рассмотрим компоненту $h_{\nu,i,\bar{\eta}_\alpha,\bar{w}_\beta}[\bar{\bar{j}}_\sigma,\bar{\bar{\mu}}_\theta,\bar{\bar{\bar{\tau}}}_\xi]$ вектора H, где $\xi \in \{1,...,|\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})[\bar{w}_\beta]|\}$, $\theta \in \{1,...,|L_2|\}$, $\sigma \in \{1,...,|L_1|\}$, $\beta \in \{1,...,|\Psi(\bar{\eta})|\}$, $\alpha \in \{1,...,|\Lambda(i)|\}$. Ясно, что номер компоненты импульсной характеристики $h_{\nu,i,\bar{\eta}_\alpha,\bar{w}_\beta}[\bar{\bar{j}}_\sigma,\bar{\bar{\mu}}_\theta,\bar{\bar{\bar{\tau}}}_\xi]$ можно определить по формуле

$$\gamma = (\nu-1)\cdot\sum_{i_1=1}^{S}|\Psi(\bar{\eta}_{i_1})|\cdot|L_1|\cdot|L_2|\cdot|\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})| + \sum_{i_1=1}^{i-1}|\Psi(\bar{\eta}_{i_1})|\cdot|L_1|\cdot|L_2|\cdot|\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})| +$$
$$+\sum_{\alpha_1=1}^{\alpha-1}|\Psi(\bar{\eta}_{\alpha_1})|\cdot|L_1|\cdot|L_2|\cdot|\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})| + \sum_{\beta_1=1}^{\beta-1}|L_1|\cdot|L_2|\cdot|\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})| +$$
$$+(\sigma-1)\cdot|L_2|\cdot|\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})| + (\theta-1)|\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})| + \xi. \quad (19)$$

Таким образом, при ортогональной входной последовательности (14) решение задачи (16), (17) можно найти по следующему алгоритму:

1. Последовательное построение матриц (15).

2. Определение вектора решения задачи (18) по формуле $K = (V^{\mathrm{T}} \cdot V)^{-1} \cdot V^{\mathrm{T}} \cdot Y_0$;

3. Для каждых $\xi \in \{1,...,|\Gamma(\gamma_1,\gamma_2,\bar{\bar{m}})|\}$, $\theta \in \{1,...,|L_2|\}$, $\sigma \in \{1,...,|L_1|\}$, $\beta \in \{1,...,|\Psi(\bar{\eta})|\}$, $\alpha \in \{1,...,|\Lambda(i)|\}$, $i \in \{1,...,S\}$, $\nu \in \{1,...,k\}$ определение $h_{\nu,i,\bar{\eta}_\alpha,\bar{w}_\beta}[\bar{\bar{j}}_\sigma,\bar{\bar{\mu}}_\theta,\bar{\bar{\bar{\tau}}}_\xi]$ следующим образом: если $k_\gamma > 0{,}5$, то $h_{\nu,i,\bar{\eta}_\alpha,\bar{w}_\beta}[\bar{\bar{j}}_\sigma,\bar{\bar{\mu}}_\theta,\bar{\bar{\bar{\tau}}}_\xi] = 1$, иначе $h_{\nu,i,\bar{\eta}_\alpha,\bar{w}_\beta}[\bar{\bar{j}}_\sigma,\bar{\bar{\mu}}_\theta,\bar{\bar{\bar{\tau}}}_\xi] = 0$, где γ определяется по формуле (19).

Рассмотрим решение задачи синтеза 3D-МНМДС при произвольных входных последовательностях. Пусть входные последовательности (3) есть произвольные двоичные последовательности. Для решения поставленной задачи аналогично работе [23] поставим на вход 3D-МНМДС специальные преобразователи, с помощью которых входная последовательность (3) для каждых $\bar{w} \in \Psi(\bar{\eta})$, $\bar{\eta} \in \Lambda(i)$, $i \in \{1,...,S\}$, преобразуется в специальные ортогональные последовательности $\{\upsilon_{\ell,i,\bar{\eta},\bar{w}}[n,c_1,c_2] : n \in [0,N], c_1 \in [0,C_1], c_2 \in [0,C_2]\}$, $\ell \in Q_0(\bar{\eta})$.

Для каждых $\bar{w} \in \Psi(\bar{\eta})$, $\bar{\eta} \in \Lambda(i)$, $i \in \{0,...,S\}$, в качестве преобразователя можно использовать линейную МДС, описываемую следующим уравнением:

$$\upsilon_{\ell,i,\bar{\eta},\bar{w}}[n,c_1,c_2] = \sum_{m=0}^{n-1} g_{\ell,i,\bar{\eta},\bar{w}}[n-m-1,c_1,c_2]\, u_\ell[m,c_1,c_2] + g_{\ell,i,\bar{\eta},\bar{w}}[n,c_1,c_2],\ \ell \in Q_0(\bar{\eta}),\ GF(2), \quad (20)$$

где $g_{\ell,i,\bar{\eta},\bar{w}}[n,c_1,c_2]$ является импульсной характеристикой соответствующего преобразователя. Выход преобразователя (20) подается на вход тех блоков 3D-МНМДС (2), которые соответствуют $\langle i,\bar{\eta},\bar{w}\rangle$, где $\bar{w} \in \Psi(\bar{\eta})$, $\bar{\eta} \in \Lambda(i)$, $i \in \{1,...,S\}$. Для каждых $\bar{w} \in \Psi(\bar{\eta})$, $\bar{\eta} \in \Lambda(i)$, $i \in \{1,...,S\}$, при известной последовательности $\{\upsilon_{\ell,i,\bar{\eta},\bar{w}}[n,c_1,c_2] : n \in [0,N], c_1 \in [0,C_1], c_2 \in [0,C_2]\}$, $\ell \in Q_0(\bar{\eta})$, импульсную характеристику преобразователя (20) можно определить по формуле

$$g_{\ell,i,\bar{\eta},\bar{w}}[n,c_1,c_2] = \sum_{m=0}^{n-1} g_{\ell,i,\bar{\eta},\bar{w}}[n-m-1,c_1,c_2]\, u_\ell[m,c_1,c_2] + \upsilon_{\ell,i,\bar{\eta},\bar{w}}[n,c_1,c_2],\ \ell \in Q_0(\bar{\eta}),\ GF(2).$$

Таким образом, для решения задачи синтеза 3D-МНМДС с произвольными неизвестными входными последовательностями прежде всего осуществляем ортогонализацию ее входной последовательности, а после этого, применяя методику решения задачи синтеза 3D-МНМДС с ортогональными входными последовательностями, решаем поставленную задачу.

Заключение

Рассмотрена задача синтеза одного класса двоичных трехпараметрических многомерных модулярных динамических систем с фиксированной памятью, ограниченной связью, заданной степенью, известным числом входов и выходов. Поставленная задача приведена в матрично-векторному виду. В случае с ортогональными входными последовательностями системы для решения задачи используется метод, основанный на округлении решения соответствующей континуальной задачи квадратичной оптимизации. В случае с неортогональными входными последовательностями системы для решения задачи предварительно входные последовательности ортогонализируется, после чего продолжается решение задачи, как в случае с ортогональными входными последовательностями.

Список источников

1. Цыпкин Я.З., Попков Ю.С. Теория нелинейных импульсных систем. М. : Наука, 1973. 416 с.
2. Гилл А. Линейные последовательностные машины. М. : Наука, 1974. 288 с.
3. Фараджев Р.Г. Линейные последовательностные машины. М. : Сов. радио, 1975. 248 с.
4. Блюмин С.Л., Фараджев Р.Г. Линейные клеточные машины: подход пространства состояний (обзор) // Автоматика и телемеханика. 1982. № 2. С.125–163.
5. Фейзиев Ф.Г., Фараджева М.Р. Модулярные последовательностные машины: основные результаты по теории и приложению. Баку : Элм, 2006. 234 с.
6. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. М. : Мир, 1986. 576 с.
7. Фейзиев Ф.Г. Применение последовательностных машин в управлении работой скважины в газлифтной нефтедобыче // Известия НАН Азербайджана. Сер. физико-технических и математических наук. Информатика и проблемы управления. 1998, Т. 18, № 1. С. 218–221.
8. Фараджев Р.Г., Нагиев А.Т., Гусейнов И.Н. Критерии диагностируемости билинейных последовательностных машин // Доклады РАН. 1998. Т. 361, № 5. С. 606–607.
9. Mamedova G.G. On controllability and reversibility of two parametric bilinear sequential machines // Proc. of IMM Acad. Scien. Azerb. 2000. V. 13 (21). P. 171–178.
10. Nagiyev A.T., Feyziyev F.G. The sequential cellular-machining model of the continuous objects with distributing parameters // Seminarberichte, Fachbereich Mathematic. 2001. Bd. 71. S. 31–43.
11. Haci Y. Optimal control problem for processes with multiparametric binary linear difference equation system // Applied and Computational Mathematics. 2009. V. 8, № 2. P. 263–269.
12. Haci Y., Özen K. Terminal optimal control problem for processes represented by nonlinear multi-parametric binary dynamical system // Control and cybernetics. 2009. V. 38, № 3. P. 625–633.
13. Haci Y., Candan M., Or A. On the Principle of Optimality for Linear Stochastis Dynamical System // International Journal in Foundations of Computer Science and Technology. 2016. V. 6, № 1. P. 57–63.
14. Фейзиев Ф.Г., Бабаванд М.А. Описание декодирования циклических кодов в классе последовательностных машин, основанного на теореме Меггитта // Автоматика и вычислительная техника. 2012. Т. 46, № 4. С. 26–33.
15. Фейзиев Ф.Г., Мехтиева М.Р., Гусейнова Ф.Н. Представления решений одной модели многопараметрических билинейных модулярных динамических систем // Известия НАН Азербайджана. Сер. физико-технических и математических наук. Информатика и проблемы управления. 2013. Т. 33, № 6. С. 16–25.
16. Скобелев В.В. Автоматы на алгебраических структурах (обзор) // Известия Саратовского университета. Новая серия. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2013. Т. 13, вып. 2, ч. 2. С. 58–66.
17. Сперанский Д.В. Эксперименты с нестационарными билинейными автоматами // Автоматика и телемеханика. 2015. № 9. С. 161–174.
18. Байбатшаев М.Ш., Попков Ю.С. Об одной задаче квадратичной оптимизации двоичных нелинейных последовательностных машин // Автоматика и телемеханика. 1978. № 12. С. 37–47.
19. Фараджев Р.Г., Фейзиев Ф.Г. Методы и алгоритмы решения задачи квадратичной оптимизации для двоичных последовательностных машин. Баку : Элм, 1996. 180 с.
20. Фараджев Р.Г., Фейзиев Ф.Г. К задаче квадратичной оптимизации для двоичных многомерных нелинейных последовательностно-клеточных машин // Автоматика и телемеханика. 1996. № 5. С. 104–119.
21. Фараджев Р.Г., Нагиев А.Т., Фейзиев Ф.Г. Аналитическое описание и квадратичная оптимизация двоичных многомерных нелинейных последовательностно-клеточных машин // Доклады РАН. 1998. Т. 360,. № 6. С. 750–752.
22. Фейзиев Ф.Г., Абаева Н.Б. Полиномиальное соотношение для представления полной реакции одного класса двоичных 4D-модулярных динамических систем // Вестник Пермского университета. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2019. Вып. 2 (45). С. 46–54.
23. Фейзиев Ф.Г., Абаева Н.Б. Задача оптимального синтеза двоичных 4D-нелинейных модулярных динамических систем // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2020. № 53. С. 102–109.

24. Фейзиев Ф.Г., Абаева Н.Б. Условия ортогональности входных последовательностей одного класса двоичных 4D-нелинейных модулярных динамических систем // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2021. № 55. С. 80–90.
25. Фейзиев Ф.Г., Мехтиева М.Р. Аналитическое представление полной реакции одного класса двоичных 3D-многомерных нелинейных модулярных динамических систем // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2019. № 49. С. 82–91.

References

1. Tsypkin, Ya.Z. & Popkov, Yu.S. (1973) *Teoriya nelineynykh impul'snykh sistem* [Theory of Nonlinear Impulse Systems]. Moscow: Nauka.
2. Gill, A. (1974) *Lineynye posledovatel'nostnye mashiny* [Linear Sequential Machines]. Translated from English. Moscow: Nauka.
3. Faradzhev, R.G. (1975) *Lineynye posledovatel'nostnye mashiny* [Linear Sequential Machines]. Moscow: Sovetskoe radio.
4. Blyumin, S.L. & Faradzhev, R.G. (1982) Lineynye kletochnye mashiny: podkhod prostranstva sostoyaniy (obzor) [Linear cellular machine: The approach of the state space (review)]. *Avtomatika i telemechanika – Automation and Remote Control*. 2. pp. 125–163.
5. Feyziyev, F.G. & Faradzheva, M.R. (2006) *Modulyarnye posledovatel'nostnye mashiny: osnovnye rezul'taty po teorii i prilozheniyu* [Modular Sequential Machines: The Main Results of the Theory and Application]. Baku: Elm.
6. Blahut, R. (1986) *Teoriya i praktika kodov, kontroliruyushchikh oshibki* [Theory and Practice of Error Control Codes]. Translated from English. Moscow: Mir.
7. Feyziev, F.G. (1998) Primenenie posledovatel'nostnykh mashin v upravlenii rabotoy skvazhiny v gazliftnoy neftedobyche [Application of sequential machines in control of wells in gaslift oil production]. *Izvestiya NAN Azerbaydzhana. Ser. fiziko-tekhnicheskikh i matematicheskikh nauk. Informatika i problemy upravleniya*. 33(1). pp. 218–221.
8. Faradzhev, R.G., Nagiev, A.T. & Guseynov, I.N. (1998) Kriterii diagnostiruemosti bilineynykh posledovatel'nostnykh mashin [The criteria of diagnosability for bilinear sequential machines]. *Doklady RAN*. 361(5). pp. 606–607.
9. Mamedova, G.G. (2000) On controllability and reversibility of two parametric bilinear sequential machines. *Proc. of IMM Acad. Scien. Azerb.* 13(21). pp.171–178.
10. Nagiev, A.T. & Feyziev, F.G. (2001) The sequential cellular-machining model of the continuous objects with distributing parameters. *Seminarberichte, Fachbereich Mathematic.* 71. pp. 31–43.
11. Haci, Y. (2009) Optimal control problem for processes with multiparametric binary linear difference equation system. *Applied and Computational Mathematics.* 8(2). pp. 263–269.
12. Haci, Y. & Özen, K. (2009) Terminal optimal control problem for processes represented by nonlinear multi-parametric binary dynamical system. *Control and Cybernetics.* 38(3). pp. 625–633.
13. Haci, Y., Candan, M. & Or, A. (2016) On the Principle of Optimality for Linear Stochastis Dynamical System. *International Journal in Foundations of Computer Science and Technology.* 6(1). pp. 57–63. DOI: 10.5121/ijfcst.2016.6105.57
14. Feyziyev, F.G. & Babavand, M.A. (2012) Opisanie dekodirovaniya tsiklicheskikh kodov v klasse posledovatel'nostnykh mashin, osnovannogo na teoreme Meggitta [The description of decoding of cyclic codes in a class sequential machines, based on Meggitt's theorem]. *Avtomatika i vychislitel'naya tekhnika – Automation Control and Computer Science.* 46(4). pp. 26–33.
15. Feyziyev, F.G., Mekhtieva, M.R. & Guseynova, F.N. (2013) Predstavleniya resheniy odnoy modeli mnogoparametricheskikh bilineynykh modulyarnykh dinamicheskikh sistem [The representation of solutions of one model of multiparameter bilinear modular dynamic systems]. *Izvestiya NAN Azerbaydzhana. Ser. fiziko-tekhnicheskikh i matematicheskikh nauk. Informatika i problemy upravleniya.* 33(6). pp. 16–25.
16. Skobelev, V.V. (2013) Automata on algebraic structures. *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika – Izvestiya of SaratovUniversity. Mathematics. Mechanics. Informatics* 13(2-2). pp. 58–66. DOI: 10.18500/1816-9791-2013-13-2-2-58-6
17. Speranskiy, D.V. (2015) Eksperiments with nonstationary bilinear finite state machines]. *Avtomatika i telemechanika – Automation and Remote Control*. 9. pp. 161–174.
18. Baybatshaev, M.Sh. & Popkov, Yu.S. (1978) Ob odnoy zadache kvadratichnoy optimizatsii dvoichnykh nelineynykh posledovatel'nostnykh mashin [On one quadratic optimization problem for binary nonlinear sequential machines]. *Avtomatika i telemechanika – Automation and Remote Control*. 12. pp. 37–47.
19. Faradzhev, R.G. & Feyziyev, F.G.(1996) *Metody i algoritmy resheniya zadachi kvadratichnoy optimizatsii dlya dvoichnykh posledovatel'nostnykh mashin* [Methods and algorithms for solving quadratic optimization problem for binary sequential machines]. Baku: Elm.
20. Faradzhev, R.G. & Feyziyev, F.G. (1996) K zadache kvadratichnoy optimizatsii dlya dvoichnykh mnogomernykh nelineynykh posledovatel'nostno-kletochnykh mashin [To the quadratic optimization problem for binary many-dimensional nonlinear sequential-cellular machines]. *Avtomatika i telemechanika – Automation and Remote Control*. 5. pp. 104–119.
21. Faradzhev, R.G., Nagiev, A.T. & Feyziyev, F.G. (1998) Analiticheskoe opisanie i kvadratichnaya optimizatsiya dvoichnykh mnogomernykh nelineynykh posledovatel'nostno-kletochnykh mashin [Analytical description and quadratic optimization of binary many-dimensional nonlinear sequential-cellular machines]. *Doklady RAN*. 360(5). pp. 750–752.
22. Feyziyev, F.G. & Abayeva, N.B. (2019) The polynomial ratio for description of full reaction of one classes binary 4D-multidimensional modular dynamic systems. *Vestnik Permskogo Universiteta. Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika.* 2(45). pp. 46–54. DOI: 10.17072/1993-0550-2019-2-46-54.

23. Feyziyev, F.G. & Abayeva, N.B. (2020) The problem of optimal synthesis of binary 4-D-nonlinear modular dynamic systems. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravleniye, vychislitel'nayatekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 53. pp. 102–109. DOI: 10.17223/19988605/53/10
24. Feyziyev, F.G. & Abayeva, N.B. (2021) The conditions of orthogonality of the input sequences of one classes of binary 4D-nonlinear modular dynamic systems. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravleniye, vychislitel'nayatekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 55. pp. 80–90. DOI: 10.17223/19988605/55/10
25. Feyziyev, F.G. & Mekhtiyeva, (2019.) M.R. Analytical description of full reaction of one classes binary 3D-multidimensional nonlinear modular dynamic systems. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravleniye, vychislitel'nayatekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 49. pp. 82–91. DOI: 10.17223/19988605/49/10

***Информация об авторах*:**
Фейзиев Фикрат Гюльали оглы – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Дифференциальные уравнения и оптимизация» Сумгаитского государственного университета (Сумгаит, Азербайджан). E-mail: FeyziyevFG@mail.ru
Мехтиева Марал Рзабала кызы – кандидат физико-математических наук, доцент Бакинского государственного университета (Баку, Азербайджан). E-mail: mehdiyevamaral71@gmail.com

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

***Information about the authors*:**
Feyziyev Fikrat Gulali – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Sumgait State University (Sumgait, Azerbaijan). E-mail: FeyziyevFG@mail.ru
Mekhtiyeva Maral Rzabala – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Baku State University (Baku, Azerbaijan). E-mail: mehdiyevamaral71@gmail.com

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 26.07.2021; принята к публикации 28.02.2022

Received 26.07.2021; accepted for publication 28.02.2022