

МЕХАНИКА

MECHANICS

Научная статья

УДК 533.697.4

doi: 10.17223/19988621/78/4

**Исследование акустических характеристик
одинойчной сверхзвуковой струи, истекающей
в затопленное пространство****Адилъ Арманович Аскеров¹, Анастасия Владимировна Червакова²,
Кирилл Владимирович Костюшин³**^{1, 2, 3} *Томский государственный университет, Томск, Россия*¹ *askerov121099@mail.ru*² *ch-nastya1997@mail.ru*³ *kostushink@niipmm.tsu.ru*

Аннотация. Проведены численные исследования одинойчной сверхзвуковой струи, истекающей в затопленное пространство. Выполнено сравнение распределения параметров в поперечном сечении струй с экспериментальными данными. Для различных степеней нерасчетности истекающей сверхзвуковой струи получены амплитудно-частотные спектры акустического излучения в точке, находящейся на удалении от среза сопла. Установлено, что максимальная амплитуда колебаний для исследуемых конфигураций струи достигается при степени нерасчетности $n = 1$ на частоте 787 Гц. Уровень максимального звукового давления составляет 150 дБ.

Ключевые слова: газовая динамика, математическое моделирование, сверхзвуковая струя, звуковое давление

Благодарности: Результаты были получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России, проект № 0721-2020-0032.

Для цитирования: Аскеров А.А., Червакова А.В., Костюшин К.В. Исследование акустических характеристик одинойчной сверхзвуковой струи, истекающей в затопленное пространство // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2022. № 78. С. 49–59. doi: 10.17223/19988621/78/4

Investigation of acoustic characteristics of a single supersonic jet flowing into a flooded space

Adil A. Askerov¹, Anastasiya V. Chervakova², Kirill V. Kostyushin³

^{1, 2, 3} Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

¹ askerov121099@mail.ru

² ch-nastya1997@mail.ru

³ kostushink@niipmm.tsu.ru

Abstract. In this paper, the acoustic characteristics of a single supersonic jet flowing from a nozzle of a rocket engine into a flooded space at different pressure ratios are studied. A system of the Favre-averaged Navier-Stokes equations is used to describe the unsteady flow of a viscous compressible heat-conducting gas in a supersonic Laval nozzle and an outflowing jet. The system is enclosed by the ideal gas law. The implementation of the physical and mathematical model and the numerical studies are carried out using the OpenFOAM Extended open platform based on the modified dbnsTurbFoam solver. A conical nozzle with an opening angle of 45° at the Mach number of 3 at the nozzle exit is considered in this study. Air is used as the working gas. Amplitude-frequency spectra of acoustic radiation at the point located at a distance from the nozzle outlet are obtained at different pressure ratios of the outflowing supersonic jet. Analysis of the amplitude-frequency characteristics of the jet under study shows that the maxima occur mainly at low frequencies. The maximum oscillation amplitude for the considered jet configurations is revealed at a pressure ratio of 1 on a frequency of 787 Hz. The maximum sound pressure level is 149 dB.

Keywords: gas dynamics, mathematical modeling, supersonic jet, sound pressure

Acknowledgments: This research was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project No. 0721-2020-0032).

For citation: Askerov, A.A., Chervakova, A.V., Kostyushin, K.V. (2022) Investigation of acoustic characteristics of a single supersonic jet flowing into a flooded space. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 78. pp. 49–59. doi: 10.17223/19988621/78/4

В авиационной, ракетно-космической, металлургической, химической и других отраслях промышленности возникают задачи, связанные с течением газа в сверхзвуковых струях. Для ракетно-космической техники высокий практический интерес представляет решение задач о распространении сверхзвуковых струй в атмосфере и их взаимодействии с преградами. Исследованию сверхзвуковых течений посвящен ряд экспериментальных и расчетно-теоретических работ [1, 2]. Задача о ламинарном течении вязкого газа в сверхзвуковом осесимметричном сопле и истекающей из него в полубесконечное затопленное пространство струе подробно рассмотрена в работе [3]. В работах [4, 5] проведено исследование течений в проточных трактах ракетных двигателей в зависимости от геометрии профилированного соплового блока, изучено влияние степени нерасчетности на картину

течения. Расчетно-экспериментальная работа [6] посвящена исследованию ударно-волновой структуры одиночной сверхзвуковой струи, истекающей в затопленное пространство. Результаты исследования конфигурации струи, реализуемой на режиме перерасширения со степенью нерасчетности $n = 0.57$ и числом Маха $M = 3$, представлены в виде теневых фотографий истекающей струи и профилей полного давления в продольном и поперечных сечениях струи.

Истечение сверхзвуковых струй из сопел сопровождается излучением акустических шумов с высоким уровнем звукового давления. Эти шумы насыщают окружающую среду колебаниями высокой интенсивности, что создает дополнительную нагрузку на стартовые сооружения, негативно влияет на энерго-тяговые характеристики и компоненты корпуса установки, отрицательно воздействует на персонал космодромов. Исследование механизма возникновения шума в сверхзвуковых струях представлено в работах [7–9]. В работе [10] проведено математическое моделирование акустических излучений при взаимодействии сверхзвуковой струи с преградой. В настоящее время высокий практический интерес представляет изучение взаимосвязи между режимами истечения газа и акустическими характеристиками струи.

Целью данной работы является исследование акустических характеристик одиночной сверхзвуковой струи, истекающей из сопла ракетного двигателя в затопленное пространство при различных степенях нерасчетности.

Методика расчета

Рассматривается задача течения вязкого, сжимаемого, теплопроводного газа в сверхзвуковом сопле Лавала и истекающей струе в затопленное пространство. Для описания нестационарного течения газа используется система уравнений Навье–Стокса, осредненная по Фавру [11].

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\rho u_j] = 0, \quad (1)$$

где ρ – плотность, кг/м^3 ; t – время, с; x_j – декартова координата, м; u_j – проекция вектора скорости потока, м/с.

Уравнение движения:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\rho u_i u_j + p \delta_{ij} - \tau_{ij}] = 0, \quad (2)$$

где p – давление, Па; δ_{ij} – оператор Кронекера; τ_{ij} – тензор вязких напряжений:

$$\tau_{ij} = 2\mu \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right],$$

μ – коэффициент динамической вязкости, Па·с.

Уравнение сохранения энергии:

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\rho u_j E + u_j p + q_j - u_i \tau_{ij}] = 0, \quad (3)$$

где $E = C_v T + \rho u_j^2 / 2$ – полная энергия, Дж; C_v – удельная теплоемкость при постоянном объеме, Дж/К; T – температура, К; q_j – тепловой поток, Дж/(м²·с):

$$q_j = -C_p \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} - C_p \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_j},$$

C_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении, Дж/К; μ_t – коэффициент турбулентной вязкости, Па·с.

Система уравнений (1)–(4) замыкается уравнением состояния идеального газа:

$$p = \rho RT, \quad (4)$$

где R – удельная газовая постоянная, Дж/(кг·К).

Для решения системы уравнений (1)–(4) использовалась гибридная модель турбулентности SST (во внешнем потоке используется k - ϵ модель, в пристеночной области – k - ω модель [12]).

Схема расчетной области показана на рис. 1. В качестве начальных условий задаются параметры окружающей среды. Для случая невозмущенной среды скорость, кинетическая энергия турбулентности и удельная диссипация кинетической энергии турбулентности равны нулю. В качестве граничного условия на входе в сопло ($\Gamma 1$) задаются скорость, давление, температура, кинетическая энергия турбулентности и удельная диссипация кинетической энергии турбулентности. На стенках сопла ($\Gamma 2$) используются условия прилипания, стенки полагаются теплоизолированными. Для кинетической энергии турбулентности и удельной диссипации кинетической энергии турбулентности используются пристеночные функции. На внешних границах расчетной области ($\Gamma 3$, $\Gamma 4$, $\Gamma 5$) задаются параметры окружающей среды, при достижении возмущений внешних границ используются мягкие граничные условия. На границе $\Gamma 6$ используются условия симметрии.

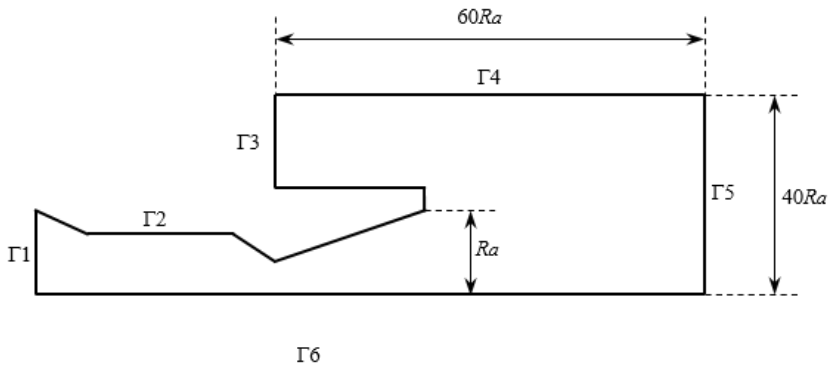


Рис. 1. Схема расчетной области:

$\Gamma 1$ – входное сечение; $\Gamma 2$ – стенка сопла; $\Gamma 3$, $\Gamma 4$, $\Gamma 5$ – внешние границы расчетной области; $\Gamma 6$ – ось симметрии; Ra – радиус среза сопла

Fig. 1. Computational domain scheme:

$\Gamma 1$ is the inlet section; $\Gamma 2$ is the nozzle wall; $\Gamma 3$, $\Gamma 4$, and $\Gamma 5$ are the external boundaries of the domain; $\Gamma 6$ is the symmetry axis; and Ra is the nozzle exit radius

Реализация физико-математической модели и численные исследования проведены с помощью открытой платформы OpenFOAM Extended на основе модифицированного решателя dbnsTurbFoam. Для определения параметров на гранях расчетных ячеек использовалось точное решение задачи Римана о распаде произ-

вольного разрыва [13]. Для повышения порядка точности по пространству использовался метод кусочно-линейной реконструкции решения с TVD ограничителем Barth and Jespersen [14]. Для повышения порядка точности по времени использовалась схема Рунге–Кутты четвертого порядка [15]. Для определения амплитудно-частотных характеристик использовался следующий алгоритм расчета:

1. Предварительный расчет до установления расхода через сверхзвуковое сопло и установления процесса истечения рабочего тела в затопленное пространство (в качестве критерия установления использовалось отношение между массовым расходом через выходное сечение сверхзвукового сопла и границами расчетной области).

2. Запись уровня давлений в фиксированных точках в расчетной области на каждом шаге интегрирования.

3. Расчет амплитудно-частотных характеристик пульсаций давления и уровня звукового давления с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье (Fast Fourier transform – FFT) [16].

Уровень звукового давления определялся как

$$L = 20 \cdot \lg \frac{p}{p_0},$$

где p – звуковое давление в рассматриваемой точке, p_0 – пороговое звуковое давление [17].

Результаты численных исследований

Для изучения взаимосвязи между режимами истечения газа и акустическими характеристиками сверхзвуковых струй проведены численные исследования струи, истекающей из сверхзвукового сопла в затопленное пространство. В расчетах использовалось коническое сопло, приведенное в экспериментальной работе [6]. Угол раствора сопла составлял $\alpha = 45^\circ$, число Маха на срезе – $M = 3$. Рабочий газ – воздух, температура на входе в сопло составляла 300 К. В качестве начальных условий во всей расчетной области были заданы параметры окружающей среды: давление $p_0 = 1$ атм, температура $T_0 = 300$ К, скорость $u_{i0} = 0$ м/с. Изменением давления на входе в сопло варьировалась степень нерасчетности. Параметрические исследования проведены для следующих значений степени нерасчетности струи: $n = 0.57; 0.7; 1.0; 1.5$. Внешняя расчетная область – цилиндр длиной 60 калибров (радиус среза сопла) и радиусом 40 калибров. Для проведения расчетов использовалась блочно-структурированная расчетная сетка. Шаг по времени составлял $1e-7$, что обеспечивает регистрацию сигнала в существующем диапазоне частот (согласно теореме Котельникова [18]).

Использовалась расчетная сетка с общим числом ячеек 101 835 (45 ячеек по радиусу сопла).

Проведена верификация разработанной методики путем сравнения численных результатов с результатами экспериментальной работы [6] для режима перерасширения со степенью нерасчетности $n = 0.57$. Результаты сравнения для градиента плотности показаны на рис. 2. Видно, что получено хорошее качественное совпадение в положении основных элементов струи. Сравнение расчетного распределения давления в поперечных сечениях струи на расстояниях от среза сопла

$x/R_a = 0.02, 1.33, 6$ с осредненным по времени давлением, полученным в эксперименте [6], представлено на рис. 3. Получено хорошее совпадение по локальным параметрам течения.

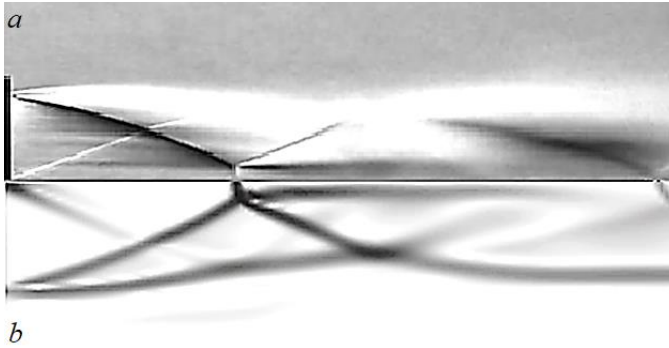


Рис. 2. Сравнение градиента плотности с экспериментальными данными [6]:
 а – Шлирен-изображения исследуемой струи; б – модуль градиента плотности

Fig. 2. Comparison of a density gradient with experimental data in [6]:
 (a) experimental data and (b) calculated results

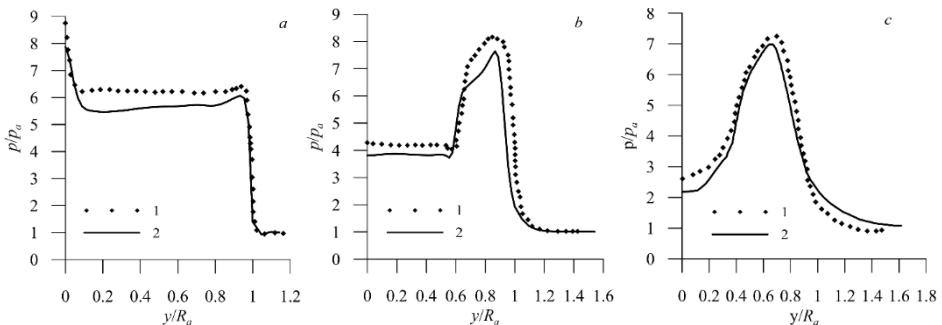


Рис. 3. Сравнение распределения давления в поперечных сечениях струи
 на расстоянии x/R_a от среза сопла:

а – $x/R_a = 0.02$; б – $x/R_a = 1.33$; в – $x/R_a = 6$

1 – эксперимент; 2 – расчет

Fig. 3. Comparison of pressure distributions in the jet cross-sections
 at a distance x/R_a from the outlet section:

$x/R_a = (a) 0.02; (b) 1.33; \text{ and } (c) 6$

Проведено исследование акустических характеристик одиночной сверхзвуковой струи, истекающей из сопла ракетного двигателя в затопленное пространство для различных степеней нерасчетности. На рис. 4–7 показаны амплитудно-частотные спектры акустического излучения струи в точке, находящейся на расстоянии 13 калибров от среза сопла и 5 калибров от оси (а) и градиент плотности истекающей струи (б) для степеней нерасчетности $n = 0.57; 0.7; 1.0; 1.5$. В таблице представлены значения амплитудно-частотных характеристик и уровней звукового давления исследуемой струи для различных степеней нерасчетности.

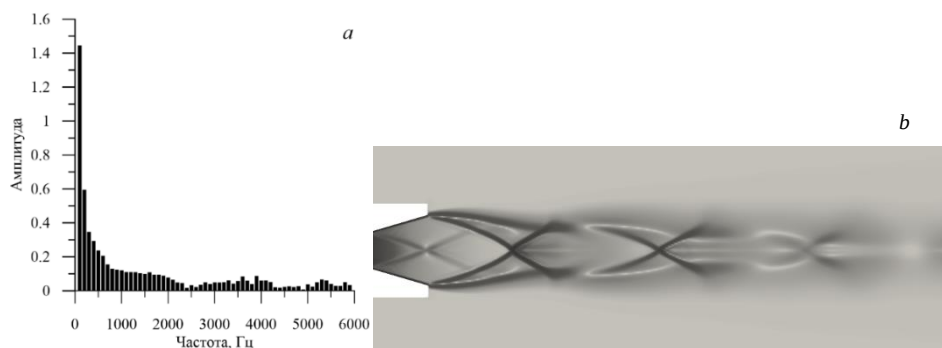


Рис. 4. Амплитудно-частотные спектры акустического излучения (a) и градиент плотности (b) истекающей струи для $n = 0.57$

Fig. 4. (a) Amplitude-frequency spectra of the acoustic radiation and (b) a density gradient of the outflowing jet at $n = 0.57$

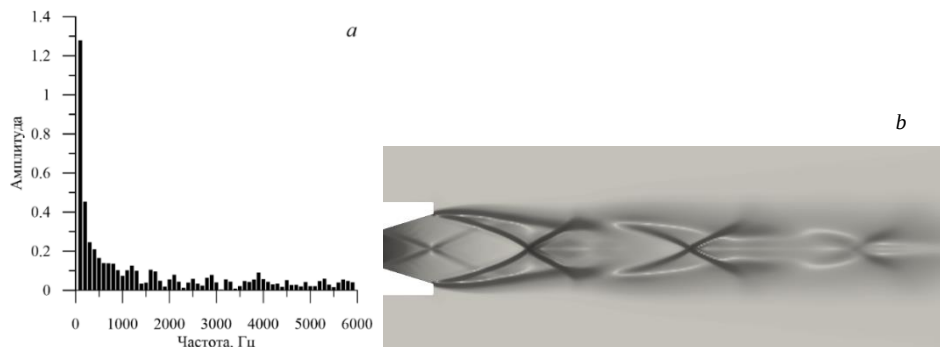


Рис. 5. Амплитудно-частотные спектры акустического излучения (a) и градиент плотности (b) истекающей струи для $n = 0.7$

Fig. 5. (a) Amplitude-frequency spectra of the acoustic radiation and (b) a density gradient of the outflowing jet at $n = 0.7$

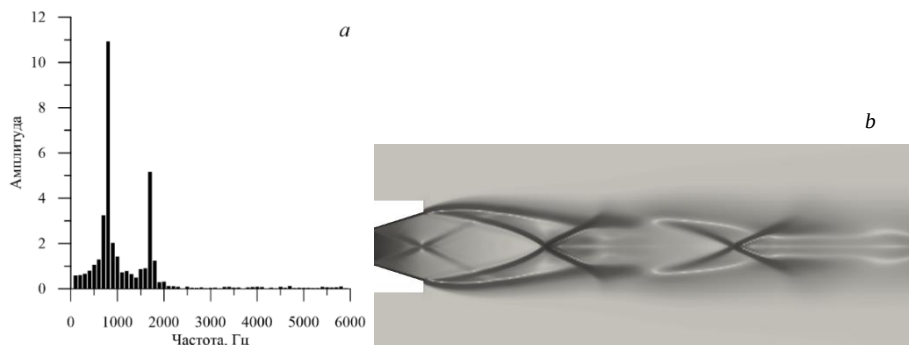


Рис. 6. Амплитудно-частотные спектры акустического излучения (a) и градиент плотности (b) истекающей струи для $n = 1$

Fig. 6. (a) Amplitude-frequency spectra of the acoustic radiation and (b) a density gradient of the outflowing jet at $n = 1$

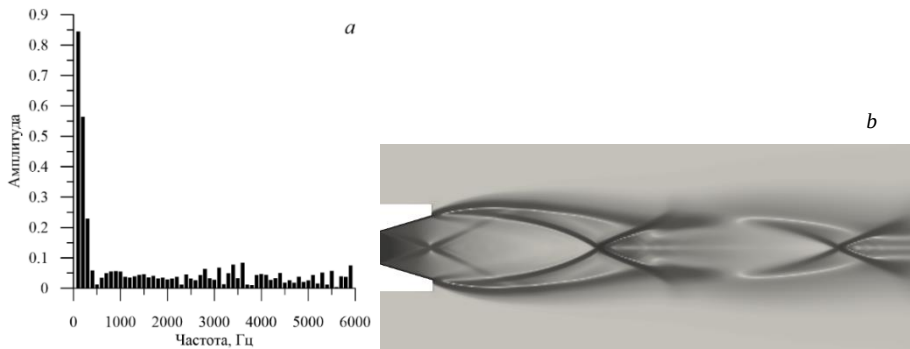


Рис. 7. Амплитудно-частотные спектры акустического излучения (а) и градиент плотности (b) истекающей струи для $n = 1.5$

Fig. 7. (a) Amplitude-frequency spectra of the acoustic radiation and (b) a density gradient of the outflowing jet at $n = 1.5$

Амплитудно-частотные характеристики исследуемой струи

n	Частота колебаний с максимальной амплитудой, Гц	Максимальная амплитуда давления, Па	Уровень звукового давления, дБ
0.57	71	1.534	111
0.7	61	2.064	110
1	787	8.978	132
1.5	108	0.944	115

Из анализа амплитудно-частотных характеристик исследуемой струи получено, что ярко выраженные пики преимущественно реализуются на низких частотах (см. рис. 4, а–7, а). С ростом степени нерасчетности от $n = 0.57$ до $n = 1$ увеличивается значение максимальной амплитуды колебаний, что в общем случае связано с повышением уровня давления на срезе сопла. Максимальная амплитуда колебаний достигается для конфигурации струи, реализуемой на расчетном режиме ($n = 1$), на частоте 787 Гц, уровень звукового давления при этом составляет 132 дБ. Для расчетного режима (в сравнении с конфигурациями струи, реализуемыми на нерасчетных режимах истечения) пики амплитуды колебаний смещаются в область более высоких частот. Для данного режима на частоте 1 930 Гц наблюдается второй максимум амплитуды, уровень звукового давления здесь составляет 140 дБ. Анализ акустических спектров для всех исследуемых степеней нерасчетности показывает, что уровень звукового давления лежит в пределах от 74 до 150 дБ.

Заключение

Выполнены численные исследования характеристик одиночной сверхзвуковой струи, истекающей в затопленное пространство для различных степеней нерасчетности. Проведено сравнение распределения параметров в поперечном сечении струи с экспериментальными данными. Для различных степеней нерасчетности истекающей сверхзвуковой струи получены амплитудно-частотные спектры акустического излучения в точке, находящейся на удалении от среза сопла. Установ-

лено, что максимальная амплитуда колебаний для исследуемых конфигураций струй достигается при степени нерасчетности $n = 1$ на частоте 787 Гц. Уровень максимального звукового давления составляет 150 дБ. Полученные данные позволяют учесть акустическое излучение при разработке методик для численных и экспериментальных исследований акустических нагрузок на этапе пуска ракет. Знание характерных частот колебаний позволяет облегчить их выделение при натурных испытаниях ракетных двигателей.

Список источников

1. Кагенов А.М., Костюшин К.В., Алигасанова К.Л., Котоногов В.А. Математическое моделирование взаимодействия составной сверхзвуковой струи с преградой // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2020. № 68. С. 72–79. doi: 10.17223/19988621/68/7
2. Кагенов А.М. Численное исследование влияния струй двигательной установки космического аппарата «ЭкзоМарс» на эрозию поверхности Марса // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2016. № 2 (40). С. 71–81. doi: 10.17223/19988621/40/8
3. Ветлуцкий В.Н., Ганимедов В.Л., Мучная М.И. Исследование течения в вязкой струе, истекающей через сверхзвуковое сопло в полубесконечное затопленное пространство // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50, № 6. С. 6–15.
4. Gross A., Weiland C. Numerical simulation of separated cold gas nozzle flows // J. Propulsion Power. 2004. V. 20, No. 3. P. 509–519. doi: 10.2514/1.2714
5. Xiao Q., Tsai H.M., Papamoschou D. Numerical investigation of supersonic nozzle flow separation // AIAA J. 2007. V. 45, No. 3. P. 532–541. doi: 10.2514/1.20073
6. Запругаев В.И., Кавун И.Н., Кундасев С.Г. Расчетно-экспериментальное исследование газодинамической структуры сверхзвуковой перерасширенной струи // Прикладная механика и техническая физика. 2010. № 4. С. 58–64.
7. Powell A. First Noise Research Interim Report: a “Schlieren” Study of Small Scale Air Jets and Some Noise Measurements on Two-inch Diameter Air Jets. Southampton : University College, 1951.
8. Powell A. On the mechanism of choked jets noise // Pros. Phys. Soc. 1953. V. 1366. P. 1039–1057. doi: 10.1088/0370-1301/66/12/306
9. Powell A. On the edgetone // J. Acoustical Society of America. 1961. V. 33, No. 4. P. 395–409. doi: 10.1121/1.1908677
10. Николин С.А., Сокол Г.И. Математическое моделирование акустических излучений при взаимодействии сверхзвуковой струи с плоской преградой // Вестник Днепровского национального университета. 2018. Т. 26, № 4. С. 73–80.
11. Глазунов А.А., Кагенов А.М., Костюшин К.В., Еремин И.В., Алигасанова К.Л., Котоногов В.А. Математическое моделирование взаимодействия одиночной сверхзвуковой струи с преградами // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2020. № 63. С. 87–101. doi: 10.17223/19988621/63/8
12. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST Turbulence model // Proceedings of the 4th International Symposium on Turbulence. Heat and Mass Transfer. Begell House Inc., West Redding. 2003. P. 625–632.
13. Toro E.F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. Berlin ; Heidelberg : Springer-Verlag, 2009. 442 p. doi: 10.1007/b79761_10
14. Barth T.J., Jespersen T.J. The Design and application of upwind schemes on unstructured meshes // AIAA Paper. 1989. No. 89. Art. 366. doi: 10.2514/6.1989-366
15. Пинчуков В.И. О неявных абсолютно устойчивых схемах Рунге–Кутты четвертого порядка // Вычислительные технологии. 2002. Т. 7, №1. С. 96–105.

16. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. М. : Радио и связь, 1985. 248 с.
17. Основы исследований и изобретательства в машиностроении : практикум : учеб. пособие / под ред. М.М. Кане. – Минск : Вышэйшая школа, 2020. 312 с.
18. Ястребов И.П. Дискретизация непрерывных сигналов во времени. Теорема Котельникова. Н. Новгород : Нижегород. гос. ун-т им. Н.И. Лобачевского, 2012. 31 с.

References

1. Kagenov A.M., Kostyushin K.V., Aligasanova K.L., Kotonogov V.A. (2020) Matematicheskoe modelirovanie vzaimodeystviya sostavnoy sverkhzvukovoy strui s pregradoy [Mathematical modeling of a supersonic twin jet interaction with an obstacle]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 68(1). pp. 72–79. doi: 10.17223/19988621/68/7.
2. Kagenov A.M. Chislennoe issledovanie vliyaniya struy dvigatel'noy ustanovki kosmicheskogo apparata «EkzoMars» na eroziyu poverkhnosti Marsa [Numerical investigation of the influence of the “Exomars” spacecraft propulsion system jets on erosion of the Mars surface]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 2(40). pp. 71–81. doi: 10.17223/19988621/40/8.
3. Velutskiy V.N., Ganimedov V.L., Muchnaya M.I. (2009) Issledovanie techeniya v vyazkoy strue, istekayushchey cherez sverkhzvukovoe soplo v polubeskonechnoe zatoplennoe prostranstvo [Investigation of the flow in a viscous jet flowing through a supersonic nozzle into a semi-infinite flooded space]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika – Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 50(6). pp. 6–15.
4. Gross A., Weiland C. (2004) Numerical simulation of separated cold gas nozzle flows. *Journal of Propulsion and Power*. 20(3). pp. 509–519. doi: 10.2514/1.2714.
5. Xiao Q., Tsai H. M., Papamoschou D. (2007) Numerical investigation of supersonic nozzle flow separation. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. 45(3). pp. 532–541. doi: 10.2514/1.20073.
6. Zapryagaev V.I., Kavun I.N., Kundasev S.G. (2010) Raschetno-eksperimental'noe issledovanie gazodinamicheskoy struktury sverkhzvukovoy pererasshirennoy strui [Computational and experimental study of a gas-dynamic structure of a supersonic overexpanded jet]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*. 4(1). pp. 58–64.
7. Powell A. (1951) *First Noise Research Interim Report: A "Schlieren" Study of Small Scale Air Jets and Some Noise Measurements on Two-inch Diameter Air Jets*. Southampton: University College.
8. Powell A. (1953) On the mechanism of choked jets noise. *Proceedings of the Physical Society. Section B*. 66(12). pp. 1039–1057. doi: 10.1088/0370-1301/66/12/306.
9. Powell A. (1961) On the edgetone. *Journal of the Acoustical Society of America*. 33(4). pp. 395–409. doi: 10.1121/1.1908677.
10. Nikolin S.A., Sokol G.I. (2018) Matematicheskoe modelirovanie akusticheskikh izlucheni pri vzaimodeystvii sverkhzvukovoy strui s ploskoy pregradoy [Mathematical modeling of acoustic radiation during the interaction of a supersonic jet with a flat barrier]. *Vestnik Dneprovskogo natsional'nogo universiteta – The Bulletin of the Dneprovsk University*. 26(4). pp. 73–80.
11. Glazunov A.A., Kagenov A.M., Kostyushin K.V., Eremin I.V., Kotonogov V.A., Aligasanova K.L. (2020) Matematicheskoe modelirovanie vzaimodeystviya odinochnoy sverkhzvukovoy strui s pregradami [Mathematical modeling of the interaction of a single supersonic jet with obstacles]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 63(1). pp. 87–101. doi: 10.17223/19988621/63/8.

12. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. (2003) Ten years of industrial experience with the SST Turbulence model. *Proceedings of the 4th International Symposium on Turbulence. Heat and Mass Transfer, West Redding*. pp. 625–632.
13. Toro E.F. (2009) *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Berlin – Heidelberg: Springer-Verlag. doi: 10.1007/b79761_10.
14. Barth T.J., Jespersen T.J. (1989) The design and application of upwind schemes on unstructured meshes. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*. 89. Article 366. doi: 10.2514/6.1989-366.
15. Pinchukov V.I. (2002) O neyavnykh absolyutno ustoychivyykh skhemakh Runge-Kutty chetvertogo poryadka [On the implicit absolutely stable fourth-order Runge–Kutta schemes]. *Vychislitel'nye tekhnologii – Computational Technologies*. 7(1). pp. 96–105.
16. Nussbaumer G. (1985) *Bystroe preobrazovanie Fur'e i algoritmy vychisleniya svertoch* [Fast Fourier transform and computational algorithms for convolutions]. Moscow: Radio i svyaz'.
17. Kane M.M. (2020) *Osnovy issledovaniy i izobretatel'stva v mashinostroenii* [Fundamentals of research and invention in mechanical engineering]. Minsk: Vysheyschaya shkola.
18. Yastrebov I.P. (2012) *Diskretizatsiya nepreryvnykh signalov vo vremeni. Teorema Kotelnikova* [Discretization of continuous signals in time. The Kotelnikov theorem]. Nizhny Novgorod: Nizhegorodskiy gosudarstvennyy universitet im. N.I. Lobachevskogo.

Сведения об авторах:

Аскеров Адиль Арманович – студент кафедры прикладной аэромеханики Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: askerov121099@mail.ru

Червакова Анастасия Владимировна – инженер-исследователь Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: ch-nastya1997@mail.ru

Костюшин Кирилл Владимирович – младший научный сотрудник Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: kostushink@niipmm.tsu.ru

Information about the authors:

Askerov Adil A. (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: askerov121099@mail.ru

Chervakova Anastasiya V. (Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: ch-nastya1997@mail.ru

Kostyushin Kirill V. (Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: kostushink@niipmm.tsu.ru

Статья поступила в редакцию 11.02.2022; принята к публикации 12.07.2022

The article was submitted 11.02.2022; accepted for publication 12.07.2022