

Научная статья

УДК 532.5

doi: 10.17223/19988621/82/9

Пассивная конвективная вентиляция в двойном воздушно-пористом слое с внутренним тепловыделением, зависящим от доли твердой фазы

Екатерина Андреевна Колчанова¹, Николай Викторович Колчанов²

^{1,2} *Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия*

¹ *kolchanovaea@gmail.com*

² *kolchanovn@gmail.com*

Аннотация. Численно, методом стрельбы, исследуется пороговое возбуждение тепловой конвекции воздуха в пористом тепловыделяющем массиве, ограниченном сверху воздушной областью. Такая двухслойная воздушно-пористая система расположена между двумя горизонтальными теплопроводными пластинами одинаковой температуры. Учитывается зависимость мощности тепловыделения от объемной доли твердой фазы. Зафиксировано понижение порога крупномасштабной и локальной конвекции с ростом доли твердой фазы в пористом субслое и повышением относительной толщины воздушного субслоя. Изучена зависимость критических параметров от числа Дарси при заданной твердой фазе.

Ключевые слова: внутреннее тепловыделение, двухслойная система, объемная доля твердой фазы, локальная и крупномасштабная конвекция, пассивная вентиляция воздуха, пористая среда, влияние числа Дарси

Благодарности: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-71-10045, <https://rscf.ru/project/21-71-10045/>

Для цитирования: Колчанова Е.А., Колчанов Н.В. Пассивная конвективная вентиляция в двойном воздушно-пористом слое с внутренним тепловыделением, зависящим от доли твердой фазы // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2023. № 82. С. 108–119. doi: 10.17223/19988621/82/9

Original article

Passive convective ventilation in a double air-porous layer with internal heat generation depending on solid fraction

Ekaterina A. Kolchanova¹, Nikolay V. Kolchanov²

^{1,2} *Perm State University, Perm, Russian Federation*

¹ *kolchanovaea@gmail.com*

² *kolchanovn@gmail.com*

Abstract. The convective stability of a two-layered system consisting of a heat-generating porous region underlying an air region has been numerically studied. The linear dependence

of the heat release on the solid volume fraction is taken into account in the porous region. The equal constant temperature values are fixed on the external impermeable boundaries of the system. The critical internal Rayleigh-Darcy number at which the convection is induced in the system in the form of two-dimensional roll patterns with a given wave number has been determined. The convective flow is possible due to the formation of unstable density stratification in the presence of internal heat release.

Two types of stationary convection, namely, the local and the large-scale convection, have been studied. The local flow arises in the air sublayer and scarcely penetrates into the porous sublayer. The large-scale convection covers both sublayers. The change in the convective regime occurs with the growth of one or another parameter of the system and indicates the variation of the instability type. It is accompanied by an abrupt (by times and tens of times) change in the critical wave number of roll patterns.

Numerical calculations show a decrease in the onset value for both types of convection with increasing solid volume fraction ϕ in the porous sublayer and increasing relative thickness d of the air sublayer. The growth of the Darcy number (the dimensionless permeability of the porous sublayer) also causes destabilization of the air motionless state at the given ϕ and d . The variation of the convection regime from a large-scale flow to a local one occurs with increasing relative thickness of the air sublayer, whereas an opposite transition from the local to the large-scale convection regime is observed with increasing Darcy number.

Keywords: internal heat release, two-layered system, solid fraction, local and large-scale convection, passive air ventilation, porous medium, effect of the Darcy number

Acknowledgments: This work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 21-71-10045, <https://rscf.ru/en/project/21-71-10045/>).

For citation: Kolchanova, E.A., Kolchanov, N.V. (2023) Passive convective ventilation in a double air-porous layer with internal heat generation depending on solid fraction. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 82. pp. 108–119. doi: 10.17223/19988621/82/9

Введение

Пассивная конвективная вентиляция воздуха характерна для биологически активных пористых сред, способных выделять тепло. Например, такая ситуация возможна в массивах сельскохозяйственной продукции (корнеплодов, сена и др.), тепловыделение внутри которых зависит от плотности насыпи. Конвективное течение воздуха в таком пористом массиве ускоряет отвод тепла от перегретых участков по сравнению с обычным механизмом теплопередачи за счет теплопроводности. В нашей работе уделяется внимание вопросу о том, как будут меняться порог конвекции и критическое волновое число конвективных течений при добавлении слоя воздуха над тепловыделяющим пористым массивом и росте объемной доли твердой фазы. Изучается также зависимость критических параметров от числа Дарси, представляющего собой безразмерную проницаемость массива при заданной твердой фазе.

Для конвективных систем, частично заполненных пористой средой, характерны по крайней мере два типа течений. Это локальные течения, которые формируются в свободной от пористой среды области, и крупномасштабные течения, охватывающие всю систему. Пороговое возбуждение такого рода течений на фоне

линейного профиля температуры исследовалось, например, в [1] для трехслойной системы, состоящей из субслоя жидкости, окруженного двумя пористыми субслоями одинаковой проницаемости, или в [2, 3] для двухслойной системы жидкость – пористая среда. Конвекция воздуха в зазоре между двумя горизонтально ориентированными цилиндрами, частично заполненном пористой средой, рассмотрена в [4]. Линейный тепловой профиль формируется при наличии перепада температур на внешних границах системы. В условиях внутреннего тепловыделения, происходящего с постоянной в объеме пористой среды мощностью, конвективное движение возникает на фоне параболического теплового профиля даже при отсутствии перепада температуры на внешних границах среды [5–7]. Конвекция за счет внутреннего тепловыделения в трехслойной системе, состоящей из двух жидкостных субслоев, разделенных пористым субслоем, изучалась в [8]. Двухслойная жидкостно-пористая конфигурация рассмотрена в [9].

В отличие от предшествующих работ мы исследуем влияние зависимости внутреннего тепловыделения от объемной доли твердой фазы на порог локальной и крупномасштабной внутренней конвекции.

Постановка задачи

Рассматривается пористый массив, который заполняет горизонтальный субслой, граничащий сверху с воздушным субслоем (рис. 1). Твердый каркас массива способен выделять тепло. Мощность тепловыделения в общем объеме насыщенного воздухом пористого массива линейно зависит от доли твердой фазы. Система сопряженного воздушного и пористого субслоев ограничена сверху и снизу непроницаемыми теплопроводными плоскостями одинаковой температуры. При отсутствии течения максимальная температура в такой конфигурации отмечается в точке, приближающейся к границе раздела субслоев с ростом объемной доли твердой фазы. Конвекцию в этом случае можно сгенерировать только при наличии внутреннего тепловыделения.

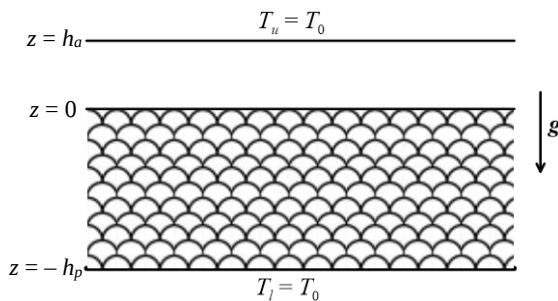


Рис. 1. Двухслойная система, состоящая из воздушного субслоя, расположенного над тепловыделяющим пористым субслоем, в поле силы тяжести

Fig. 1. A two-layered system consisting of an air sublayer overlying a heat-generating porous sublayer in the gravitational field

Уравнения конвекции в каждом из субслоев записываются в приближении Буссинеска [10, 11]. Они содержат уравнение движения, уравнение теплопроводности и уравнение неразрывности в воздушном субслое:

$$\frac{\partial \mathbf{V}_a}{\partial t} + (\mathbf{V}_a \nabla) \mathbf{V}_a = -\frac{1}{\rho_0} \nabla P_a + \nu \Delta \mathbf{V}_a + g\beta(T_a - T_0) \gamma, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_a}{\partial t} + (\mathbf{V}_a \nabla) T_a = \chi_a \Delta T_a, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_a = 0, \quad (3)$$

в пористом субслое:

$$0 = -\frac{1}{\rho_0} \nabla P_p - \frac{\nu}{K} \mathbf{V}_p + g\beta(T_p - T_0) \gamma, \quad (4)$$

$$b \frac{\partial T_p}{\partial t} + (\mathbf{V}_p \nabla) T_p = \chi_{eff} \Delta T_p + \phi \frac{Q_s}{(\rho_0 C)_a}, \quad (5)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_p = 0, \quad (6)$$

с условиями на верхней и нижней непроницаемых теплопроводных границах двухслойной системы:

$$z = h_a : \mathbf{V}_a = 0, T_a = T_0, \quad (7)$$

$$z = -h_p : V_{pz} = 0, T_p = T_0,$$

и на границе раздела субслоев:

$$z = 0 : V_{az} = V_{pz}, V_{ax} = 0, -P_a + 2(\rho_0 \nu) \nabla_z V_{az} = -P_p, \quad (8)$$

$$T_a = T_p, \kappa_a \nabla_z T_a = \kappa_p \nabla_z T_p.$$

Тепловыделение в пористом субслое считается медленным процессом по сравнению с процессом распространения тепловых и гидродинамических возмущений в системе. Считается, что оно происходит с постоянной мощностью Q во всем объеме субслоя. Для однородной пористой среды объемную мощность можно представить в виде линейной зависимости $Q = \phi Q_s$ от доли твердой фазы ϕ , где Q_s – мощность тепловыделения в единице объема твердой фазы.

Переходя к безразмерным переменным, получим уравнения в воздушном субслое:

$$\frac{Da}{Pr_p} \left[\frac{\partial \mathbf{V}_a}{\partial t} + b(\mathbf{V}_a \nabla) \mathbf{V}_a \right] = -\nabla P_a + Da \Delta \mathbf{V}_a + R_l \Theta_a \gamma, \quad (9)$$

$$\frac{\kappa}{b} \frac{\partial \Theta_a}{\partial t} + \kappa(\mathbf{V}_a \nabla) \Theta_a = \Delta \Theta_a, \quad (10)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_a = 0, \quad (11)$$

в пористом субслое:

$$0 = -\nabla P_p - \mathbf{V}_p + R_l \Theta_p \gamma, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \Theta_p}{\partial t} + (\mathbf{V}_p \nabla) \Theta_p = \Delta \Theta_p + 2\phi, \quad (13)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_p = 0, \quad (14)$$

с условиями на верхней и нижней непроницаемых теплопроводных границах двухслойной системы:

$$z = d : \mathbf{V}_a = 0, \Theta_a = 0,$$

$$z = -1: V_{pz} = 0, \Theta_p = 0, \quad (15)$$

и на границе раздела субслоев:

$$z = 0: V_{az} = V_{pz}, V_{ax} = 0, -P_a + 2Da \nabla_z V_{az} = -P_p, \\ \Theta_a = \Theta_p, \nabla_z \Theta_a = \kappa \nabla_z \Theta_p. \quad (16)$$

Уравнения (9)–(14) и граничные условия (15)? (16) приведены в терминах безразмерных переменных величин, для которых введены следующие обозначения: $\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_a^* / [\chi_{eff} / h_p]$ – скорость в воздушном субслое, $\mathbf{V}_p = \mathbf{V}_p^* / [\chi_{eff} / h_p]$ – скорость фильтрации, $P = P^* / [\rho_0 v \chi_{eff} / K]$ – давление без учета гидростатической добавки, $\Theta = (T^* - T_0) / [Q_s h_p^2 / 2(\rho_0 C)_a \chi_{eff}]$ – отклонение температуры от ее значения на верхней и нижней границах двухслойной системы. Здесь ρ_0 – плотность воздуха при температуре T_0 на внешних границах системы, v – кинематическая вязкость воздуха, $\chi_{eff} = \kappa_p / (\rho_0 C)_a$ – эффективная теплопроводность пористого субслоя, $\chi_a = \kappa_a / (\rho_0 C)_a$ – теплопроводность воздуха, κ – теплопроводность, $(\rho_0 C)$ – объемная теплоемкость, K – проницаемость, ϕ – объемная доля твердой фазы в пористом субслое, g – ускорение свободного падения, β – коэффициент объемного расширения, h_a, h_p – толщины воздушного и пористого субслоев, γ – орт вертикальной оси z . Символом * отмечены размерные величины, а индексами a и p – величины в воздушном и пористом субслоях соответственно.

Безразмерные комплексы, которые возникают в результате перехода к безразмерным переменным, следующие: $R_l = (g\beta Q_s K h_p^3) / (2v\kappa_p \chi_{eff})$ – внутреннее число Рэлея–Дарси, нормированное на объемную долю твердой фазы, $Da = K / h_p^2$ – число Дарси, $Pr_p = b v / \chi_{eff}$ – число Прандтля для пористого субслоя, $d = h_a / h_p$ – отношение толщин воздушного и пористого субслоев, $\kappa = \kappa_p / \kappa_a$ – отношение теплопроводностей субслоев, $b = (\rho_0 C)_p / (\rho_0 C)_a$ – отношение объемных теплоемкостей субслоев.

Мы рассматриваем слабые течения при малых числах Рейнольдса в пористой среде небольшой проницаемости, для которой справедлива модель Дарси (см. уравнение (4)) при $Da < 10^{-3}$ [11]. Считается также, что теплообмен между твердой и воздушной фазами происходит очень быстро, так что локально температуры обеих фаз равны друг другу. Коэффициент теплообмена h , обратно пропорциональный числу Дарси [11], в этом случае принимает большое значение.

Система (9)–(16) допускает стационарное равновесное решение, при котором воздух в субслоях не движется ($\mathbf{V}_a = 0, \mathbf{V}_p = 0$), а температура зависит от вертикальной координаты:

$$\hat{\Theta}_a(z) = \Theta_i (1 - z/d), \quad (17)$$

$$\hat{\Theta}_p(z) = (\Theta_i - \phi z)(1 + z), \quad (18)$$

где $\Theta_i = \kappa \phi d / (1 + \kappa d)$ – температура на границе раздела субслоев.

Исследуем равновесное решение $(\hat{\mathbf{V}}, \hat{\Theta}, \hat{P})$ на устойчивость относительно малых возмущений $(\tilde{\mathbf{V}}(z), \tilde{\Theta}(z), \tilde{P}(z)) \cdot \exp\{\lambda t + i k x\}$, периодических по горизонтальной оси x с волновым числом k , где λ – скорость роста возмущений. Применяя линейный анализ устойчивости, запишем уравнения для амплитуд возмущений, исключив при этом с помощью операции $(\text{rotrot})_z$ давление и горизонтальные компоненты скорости [10, 11] в воздушном субслое:

$$\lambda \frac{Da}{Pr_p} \Delta \tilde{V}_{az} = Da \Delta^2 \tilde{V}_{az} - k^2 R_I \tilde{\Theta}_a, \quad (19)$$

$$\lambda \frac{\kappa}{b} \tilde{\Theta}_a + \kappa (\tilde{V}_{az} \nabla_z) \hat{\Theta}_a = \Delta \tilde{\Theta}_a, \quad (20)$$

в пористом субслое:

$$0 = \Delta \tilde{V}_{pz} + k^2 R_I \tilde{\Theta}_p, \quad (21)$$

$$\lambda \tilde{\Theta}_p + (\tilde{V}_{pz} \nabla_z) \hat{\Theta}_p = \Delta \tilde{\Theta}_p, \quad (22)$$

с условиями на внешних границах двухслойной системы:

$$\begin{aligned} z = d: \quad \tilde{V}_{az} = 0, \quad \nabla_z \tilde{V}_{az} = 0, \quad \tilde{\Theta}_a = 0, \\ z = -1: \quad \tilde{V}_{pz} = 0, \quad \tilde{\Theta}_p = 0, \end{aligned} \quad (23)$$

и на границе раздела субслоев:

$$\begin{aligned} z = 0: \quad \tilde{V}_{az} = \tilde{V}_{pz}, \quad Da (\nabla_z^3 \tilde{V}_{az} - 3k^2 \nabla_z \tilde{V}_{az}) = -\nabla_z \tilde{V}_{pz}, \\ \nabla_z \tilde{V}_{az} = 0, \quad \tilde{\Theta}_a = \tilde{\Theta}_p, \quad \nabla_z \tilde{\Theta}_a = \kappa \nabla \tilde{\Theta}_p, \end{aligned} \quad (24)$$

где $\Delta = (\nabla_z^2 - k^2)$ и $\Delta^2 = (\nabla_z^4 - 2k^2 \nabla_z^2 + k^4)$.

Методика решения и валидация

Краевая задача (19)–(24) моделируется с помощью численного метода стрельбы, основанного на алгоритме построения фундаментальной системы решений с применением ортогонализации векторов частных решений [12]. Исследуется устойчивость механического равновесия воздуха относительно малых монотонных возмущений с $\text{Im}(\lambda) = 0$ [10, 11]. Граница устойчивости определяется при $\text{Re}(\lambda) = 0$, когда возмущения не нарастают и не затухают, т.е. нейтральны. Для удобства нейтральная кривая $Ra_I(k)$ строится в терминах внутреннего числа Рэлея–Дарси $Ra_I = \phi R_I$ [11]. Минимум этой кривой дает пороговое число Ra_{I*} , при котором в системе возникает конвективное движение в виде двумерных валов с волновым числом k^* .

Численные расчеты проводятся для двухслойной системы с пористым массивом, имеющим следующие тепловые свойства:

$$\kappa_p = (1 - \phi) \kappa_a + \phi \kappa_s, \quad (25)$$

$$(\rho_0 C)_p = (1 - \phi) (\rho_0 C)_a + \phi (\rho_0 C)_s, \quad (26)$$

где отношения $\kappa_s/\kappa_a = 16$ и $(\rho_0 C)_s/(\rho_0 C)_a = 3 \cdot 10^3$ выбраны характерными для биологически активной среды, твердые элементы которой способны выделять тепло и содержат в своем составе воду, например для корнеплодов [13]. Проницаемость среды связана с объемной долей твердой фазы формулой Кармана–Козени: $K = D_p^2 (1 - \phi)^3 / (180 \phi^2)$, где D_p – средний размер твердого включения (гранулы) в среде [14].

Интерес к заданию указанных тепловых параметров связан двумя причинами. Во-первых, результаты моделирования могут быть полезны с точки зрения анализа эффективности управления тепломассопереносом в овоще- и зернохранилищах с целью предотвращения перегрева отдельных участков сырья, способного

выделять тепло за счет биологической активности. Во-вторых, мы изучаем ситуацию, когда с академической точки зрения интересно воспроизвести два возможных режима конвекции: локальный и крупномасштабный. Локализацию течения в воздушном субслое легко получить, так как теплопроводность воздуха мала по сравнению с теплопроводностью твердой фазы большинства тепловыделяющих сред. Пористая среда в этом случае будет выступать как твердый теплопроводный массив, где течения не возникает. Для наблюдения проникающей крупномасштабной конвекции нужно рассмотреть тепловыделяющую пористую среду с низкой теплопроводностью. Здесь возможна конкуренция между двумя конвективными режимами при изменении других параметров двухслойной системы, например относительной толщины воздушного субслоя, объемной доли твердой фазы, числа Дарси и др.

Для валидации численного моделирования рассмотрим предельный случай тепловыделяющего пористого слоя ($d = 0$) с твердыми теплопроводными границами одинаковой температуры. Решение для порога внутренней конвекции в этом слое, полученное в терминах критических параметров Ra_I^* и k^* , не зависит от объемной доли твердой фазы и отношения тепловых свойств твердой и воздушной фаз. Ниже в таблице мы приводим результаты проведенных численных расчетов в сравнении с данными предшествующих работ [5–7]. Как видно, имеется хорошее количественное согласие численных данных.

Сравнение результатов с данными предшествующих работ в предельном случае тепловыделяющего пористого слоя с твердыми границами одинаковой температуры

Источники численных данных	Ra_I^*	k^*
Данные Кулацки и Рамчандани [5]	235.67	4.67
Данные Нури-Боружерди и др. [6] для малых чисел Дарси	235.69	4.68
Данные Кузнецова и Нилда [7]	246.0	4.53
Данные нашей работы	235.69	4.68

Результаты численного моделирования

Первоначально изучим изменение критических параметров с ростом объемной доли твердой фазы и отношения толщин субслоев при фиксированном отношении $D_p/h_p = 0.1$. На рис. 2, *a*, *b* представлены графики порогового внутреннего числа Рэлея–Дарси и волнового числа валиковых конвективных течений в зависимости от отношения толщин воздушного и пористого субслоев d при разных фиксированных значениях объемной доли твердой фазы ϕ . Ниже кривых $Ra_{I*}(d)$ на рисунке имеется область параметров, при которых воздух в субслоях остается неподвижным, выше этих кривых – область параметров, при которых монотонным образом возбуждается конвекция. Из графиков видно, что с увеличением твердой фазы, а значит, с усилением тепловыделения, порог конвекции понижается. В этом случае течение в системе возбудить проще, но оно локализуется в воздушном субслое, так как рост параметра ϕ приводит к уплотнению пористой среды (кривые 3 на рис. 2, *a*, *b*). Крупномасштабная длинноволновая конвекция, охватывающая оба субслоя, характерна для систем с малой объемной долей твердой фазы и / или малой толщиной воздушного субслоя (кривые 1 на рис. 2, *a*, *b*).

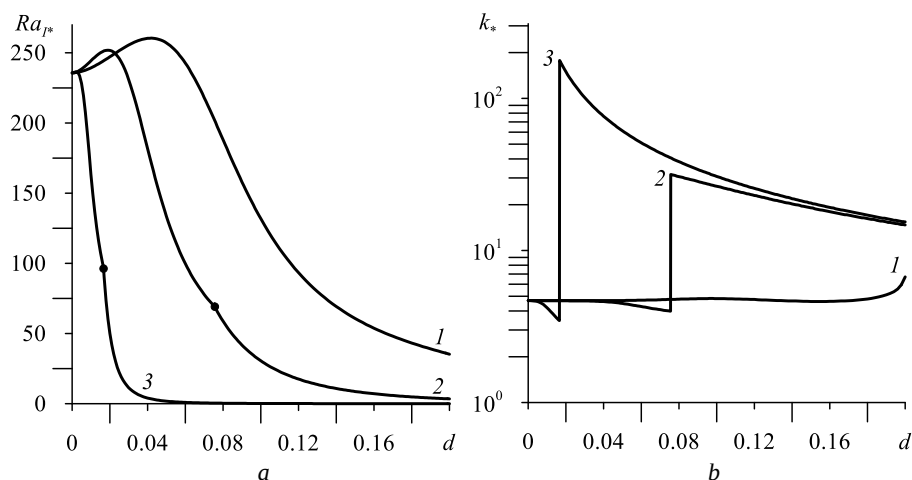


Рис. 2. Пороговые кривые в зависимости от отношения толщин воздушного и пористого субслоев d , соответствующие границе устойчивости равновесия воздуха в двухслойной системе при разных значениях объемной доли твердой фазы ϕ : 0.2 (кривые 1), 0.4 (кривые 2), 0.8 (кривые 3). Точки кривых 2 и 3 на рис. 2, a соответствуют изломам кривых 2 и 3 на рис. 2, b : a – минимальное внутреннее число Рэлея–Дарси, b – критическое волновое число валиковых течений

Fig. 2. Onset curves for critical parameters versus depth ratio d corresponding to the stability boundary for the air motionless state in a two-layered domain at different values of the solid fraction ϕ : 0.2 (curves 1), 0.4 (curves 2), and 0.8 (curves 3). The solid points on curves 2 and 3 in Fig. 2(a) stand for the breaks of curves 2 and 3 in Fig. 2(b): (a) a minimal internal Rayleigh–Darcy number and (b) a critical wave number of roll flows

Увеличивая толщину воздушного субслоя при промежуточном фиксированном значении $0.2 < \phi < 0.8$, можно получить критическое отношение толщин субслоев d_{cr} , при котором происходит резкий переход от крупномасштабной длинноволновой конвекции к локальному коротковолновому течению (см., например, кривые 2 на рис. 2, a , b). Этот переход показан точками на рис. 2, a . Волновое число при таком переходе может возрастать в десять и более раз (см. рис. 2, b). Характерный размер локальных валов π/k_* определяется в основном толщиной воздушного субслоя. Отметим, что под переходом в данной ситуации понимается смена характера неустойчивости или режима конвекции. Эволюция того или иного режима с ростом надкритического значения внутреннего числа Рэлея–Дарси является предметом наших будущих исследований.

На втором этапе рассмотрим изменение критических параметров с ростом числа Дарси, имеющего смысл безразмерной проницаемости пористого субслоя при фиксированном значении объемной доли твердой фазы $\phi = 0.6$. На рис. 3, a , b представлены пороговые кривые, которые показывают зависимости критического внутреннего числа Рэлея–Дарси, нормированного на Da , и критического волнового числа от числа Дарси соответственно. Ожидаемо, что с ростом безразмерной проницаемости порог конвекции понижается, т.е. при заданной фиксированной мощности тепловыделения течение сравнительно легко генерируется в среде с большой проницаемостью (см. рис. 3, a). С повышением числа Дарси происхо-

дит переход от локальной к крупномасштабной проникающей конвекции. Этот переход наблюдается при $d = 0.03$ и $d = 0.05$ и сопровождается скачкообразным уменьшением волнового числа (кривые 1 и 2 на рис. 3, b).

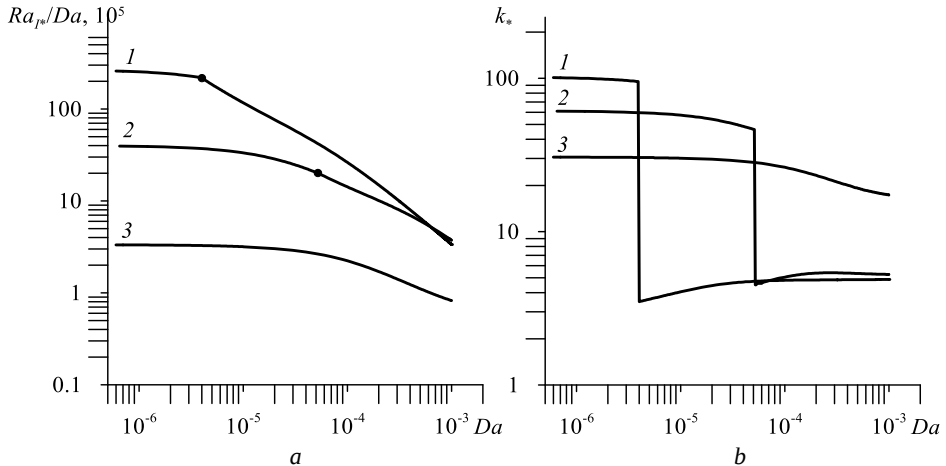


Рис. 3. Пороговые кривые в зависимости от числа Дарси Da при $\phi = 0.6$, соответствующие границе устойчивости равновесия воздуха в двухслойной системе при разных значениях отношения толщин субслоев d : 0.03 (кривые 1), 0.05 (кривые 2), 0.10 (кривые 3). Точки кривых 2 и 3 на рис. 2, а соответствуют изломам кривых 2 и 3 на рис. 2, b: а – минимальное внутреннее число Рэлея–Дарси, b – критическое волновое число валиковых течений

Fig. 3. Onset curves for critical parameters versus the Darcy number Da at $\phi = 0.6$ corresponding to the stability boundary for the air motionless state in a two-layered domain at different values of the depth ratio d : 0.03 (curves 1), 0.05 (curves 2), and 0.10 (curves 3). The solid points of curves 2 and 3 in Fig. 2(a) stand for the breaks of curves 2 and 3 in Fig. 2(b): (a) a minimal internal Rayleigh–Darcy number and (b) a critical wave number of roll flows

Плавное изменение критического волнового числа характерно для систем с относительно большой толщиной воздушного субслоя (кривая 3 на рис. 3, b).

Заключение

Исследована конвективная устойчивость двухслойной системы, состоящей из пористого тепловыделяющего массива, ограниченного сверху воздушной областью. Учтена линейная зависимость тепловыделения в массиве от объемной доли твердой фазы. Численно, методом стрельбы, определено критическое внутреннее число Рэлея–Дарси, при котором в системе генерируется конвекция в виде двумерных валов с заданным волновым числом. Конвективное течение возможно за счет формирования неустойчивой стратификации по плотности при наличии внутреннего тепловыделения. В этой ситуации на внешних непроницаемых границах двухслойной системы поддерживаются постоянные одинаковые температуры.

Изучено два вида режимов стационарной конвекции: локальная и крупномасштабная. Локальное конвективное течение формируется в верхнем воздушном субслое и практически не проникает в нижний пористый субслой. Крупномасштабная конвекция охватывает оба субслоя. Смена конвективного режима про-

исходит с ростом того или иного параметра системы и говорит о смене характера неустойчивости. Она сопровождается резким (в разы и десятки раз) изменением критического волнового числа валов.

Ниже приводятся основные выводы, которые можно сделать по результатам исследования:

1. Зафиксировано понижение порога крупномасштабной и локальной конвекции с ростом объемной доли твердой фазы ϕ в пористом субслое и относительной толщины d воздушного субслоя. В этом случае задается постоянное значение отношения среднего размера твердого включения (гранулы) в пористой среде к общей ее толщине $D_p/h_p = 0.1$.

2. При заданных значениях объемной доли твердой фазы ($\phi = 0.6$) и относительной толщины воздушного субслоя ($d = 0.03, 0.05$ или 0.10) получена дестабилизация механического равновесия воздуха с ростом числа Дарси. Число Дарси представляет собой безразмерную проницаемость пористого субслоя.

3. Определено, что смена режима конвекции с крупномасштабного течения на локальное происходит с повышением относительной толщины воздушного субслоя. При увеличении числа Дарси, наоборот, наблюдается переход от локальной конвекции к крупномасштабной.

Список источников

1. Lyubimova T.P., Muratov I.D. Interaction of the longwave and finite-wavelength instability modes of convection in a horizontal fluid layer confined between two fluid-saturated porous layers // *Fluids*. 2017. V. 2 (3). Art. 39. doi: 10.3390/fluids20300391
2. Kolchanova E., Lyubimov D., Lyubimova T. The onset and nonlinear regimes of convection in a two-layer system of fluid and porous medium saturated by the fluid // *Transport in Porous Media*. 2013. V. 97. P. 25–42. doi: 10.1007/s11242-012-0108-8
3. Mccurdy M., Moore N., Wang X. Convection in a coupled free flow-porous media system // *SIAM Journal on Applied Mathematics*. 2019. V. 79. P. 2313–2339. doi: 10.1137/19M1238095
4. Ait saada M., Chikh S., Campo A. Natural Convection Reduction in a Composite Air/Porous Annular Region With Horizontal Orientation // *Journal of Heat Transfer*. 2009. V. 131. Art. 022601. doi: 10.1115/1.2993544
5. Kulacki F., Ramchandani R. Hydrodynamic instability in a porous layer saturated with a heat generating fluid // *Wärme und Stoffübertragung-Thermo and Fluid Dynamics*. 1975. V. 8. P. 179–185. doi: 10.1007/BF01681559
6. Nouri-Borujerdi A., Noghrehabadi A.R., Rees D.A.S. Influence of Darcy number on the onset of convection in a porous layer with a uniform heat source // *International Journal of Thermal Sciences*. 2008. V. 47. P. 1020–1025. doi: 10.1016/j.ijthermalsci.2007.07.014
7. Kuznetsov A.V., Nield D.A. The effect of strong heterogeneity on the onset of convection induced by internal heating in a porous medium: A layered model // *Transport in Porous Media*. 2013. V. 99. P. 85–100. doi: 10.1007/s11242-013-0175-5
8. Shalbaf S., Noghrehabadi A., Assari M.R., Dezfali A.D. Linear stability of natural convection in a multilayer system of fluid and porous layers with internal heat sources // *Acta Mechanica*. 2013. V. 224. P. 1103–1114. doi: 10.1007/s00707-012-0793-y
9. Lisboa K.M., Su J., Cotta R.M. Single domain integral transform analysis of natural convection in cavities partially filled with heat generating porous medium // *Numerical Heat Transfer. Part A*. 2018. doi: 10.1080/10407782.2018.1511141
10. Герицун Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М. : Наука, 1972. 392 с.

11. Nield D.A., Bejan A. Convection in porous media. Switzerland : Springer, 2017. 988 p.
12. Лобов Н.И., Любимов Д.В., Любимова Т.П. Численные методы решения задач теории гидродинамической устойчивости : учеб. пособие. Пермь : Изд-во ПГУ, 2004. 101 с.
13. Алтухов И.В., Очиров В.Д. Теплофизические характеристики как основа расчета постоянной времени нагрева сахаросодержащих корнеплодов в процессах тепловой обработки // Вестник КрасГАУ. 2010. № 4. С. 134–139.
14. Carman P.C. Fluid flow through granular beds // Transactions of the Institution of Chemical Engineers. 1937. V. 15. P. S32–S48. doi: 10.1016/S0263-8762(97)80003-2

References

1. Lyubimova T.P., Muratov I.D. (2017) Interaction of the longwave and finite-wavelength instability modes of convection in a horizontal fluid layer confined between two fluid-saturated porous layers. *Fluids*. 2-3(39). doi: 10.3390/fluids20300391
2. Kolchanova E., Lyubimov D., Lyubimova T. (2013) The onset and nonlinear regimes of convection in a two-layer system of fluid and porous medium saturated by the fluid. *Transport in Porous Media*. 97. pp. 25–42. doi: 10.1007/s11242-012-0108-8
3. Mccurdy M., Moore N., Wang X. (2019) Convection in a coupled free flow-porous media system. *SIAM Journal on Applied Mathematics*. 79. pp. 2313–2339. doi: 10.1137/19M1238095
4. Ait saada M., Chikh S., Campo A. (2009) Natural convection reduction in a composite air/porous annular region with horizontal orientation. *Journal of Heat Transfer*. 131. Article 022601. doi: 10.1115/1.2993544
5. Kulacki F., Ramchandani R. (1975) Hydrodynamic instability in a porous layer saturated with a heat generating fluid. *Wärme und Stoffübertragung – Thermo and Fluid Dynamics*. 8. pp. 179–185. doi: 10.1007/BF01681559
6. Nouri-Borujerdi A., Noghrehabadi A.R., Rees D.A.S. (2008) Influence of Darcy number on the onset of convection in a porous layer with a uniform heat source. *International Journal of Thermal Sciences*. 47. pp. 1020–1025. doi: 10.1016/j.ijthermalsci.2007.07.014
7. Kuznetsov A.V., Nield D.A. (2013) The effect of strong heterogeneity on the onset of convection induced by internal heating in a porous medium: a layered model. *Transport in Porous Media*. 99. pp. 85–100. doi: 10.1007/s11242-013-0175-5
8. Shalhaf S., Noghrehabadi A., Assari M.R., Dezfali A.D. (2013) Linear stability of natural convection in a multilayer system of fluid and porous layers with internal heat sources. *Acta Mechanica*. 224. pp. 1103–1114. doi: 10.1007/s00707-012-0793-y
9. Lisboa K.M., Su J., Cotta R.M. (2018) Single domain integral transform analysis of natural convection in cavities partially filled with heat generating porous medium. *Numerical Heat Transfer, Part A*. doi: 10.1080/10407782.2018.1511141
10. Gershuni G.Z., Zhukovitskii E.M. (1976) *Convective Stability of Incompressible Fluids*. Jerusalem: Keter Publications, Wiley.
11. Nield D.A., Bejan A. (2017) *Convection in Porous Media*. Switzerland: Springer.
12. Lobov N.I., Liubimov D.V., Liubimova T.P. (2004) *Chislennyye metody resheniya zadach teorii gidrodinamicheskoy ustoychivosti. Uchebnoye posobie* [Numerical methods for solving problems of hydrodynamic stability theory. A textbook]. Perm: PSU.
13. Altukhov I.V., Ochirov V.D. (2010) Teplofizicheskie kharakteristiki kak osnova raschyota postoyannoy vremeni nagreva sakharosoderzhashchykh korneplodov v protsessakh teplovoy obrabotki [Thermalphysic characteristics as the basis of calculation of the heating time constant of the sacchariferous root crops in the thermal processing processes]. *Vestnik KrasGAU – The Bulletin of KrasGAU*. 4. pp. 134–139.
14. Carman P.C. (1937) Fluid flow through granular beds. *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*. 15. pp. S32–S48. doi: 10.1016/S0263-8762(97)80003-2

Сведения об авторах:

Колчанова Екатерина Андреевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики физического факультета Пермского государственного национального исследовательского университета, Пермь, Россия. E-mail: kolchanovaea@gmail.com

Колчанов Николай Викторович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики физического факультета Пермского государственного национального исследовательского университета, Пермь, Россия. E-mail: kolchanovn@gmail.com

Information about the authors:

Kolchanova Ekaterina A. (Candidate of Physics and Mathematics, Perm State University, Perm, Russian Federation). E-mail: kolchanovaea@gmail.com

Kolchanov Nikolay V. (Candidate of Physics and Mathematics, Perm State University, Perm, Russian Federation). E-mail: kolchanovn@gmail.com

Статья поступила в редакцию 10.03.2022; принята к публикации 31.03.2023

The article was submitted 10.03.2022; accepted for publication 31.03.2023