

Научная статья

УДК 532.529.5

doi: 10.17223/19988621/83/8

Влияние фазовых превращений на параметры турбулентных неізотермических газокапельных струй

Юрий Владимирович Зуев

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Москва, Россия, yuri_zuev@bk.ru*

Аннотация. Проведенные расчеты неізотермической газокапельной турбулентной струи, истекающей в газовую среду с температурой, существенно превышающей температуры фаз в начальном сечении струи, позволили выявить влияние фазовых превращений на все осредненные параметры фаз струи. Показано, что при определенных условиях в струе могут существовать области, в которых одновременно наряду с испарением мелких капель происходит конденсация пара на крупных каплях, и с ростом температуры газа в окружающей среде эти области расширяются. Получены зависимости изменения вдоль оси струи интенсивности фазовых превращений для капель разного размера при различных граничных условиях.

Ключевые слова: двухфазная струя, пар, капли, испарение, конденсация, математическое моделирование, результаты расчетов

Для цитирования: Зуев Ю.В. Влияние фазовых превращений на параметры турбулентных неізотермических газокапельных струй // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2023. № 83. С. 86–101. doi: 10.17223/19988621/83/8

Original article

Effect of phase changes on parameters of turbulent non-isothermal gas-drop jets

Yuriy V. Zuev

Moscow Aviation Institute, Moscow, Russian Federation, yuri_zuev@bk.ru

Abstract. A mathematical model of a gas-drop non-isothermal polydisperse turbulent jet is developed with account for phase changes (the evaporation of drops and the condensation of vapor on them). The model is used in calculations of a two-phase jet outflowing into a gaseous medium with the temperature significantly exceeding the temperatures of phases in the initial section of the jet. It is shown that the occurrence of phase changes leads to a quantitative change in the dependences of phase velocities and volume concentrations of drops along the jet axis, while the type of the dependences remains constant.

When phase changes are neglected in calculations of temperatures of phases, not only quantitative but also qualitative errors may arise. The obtained results show that under certain conditions some areas may appear near the jet axis where, along with evaporation of small drops, the vapor condensation occurs on larger drops, and these areas extend with the gas temperature rise in the environment. The behavior of the intensity of phase changes along the jet axis is identical for drops of all sizes. Namely, near the initial section of the jet, the intensity of phase changes of low value decreases to the minimum, then it increases significantly, and when the maximum is attained, it starts to decrease tending to zero (while the drops evaporate completely). The research results show that phase changes must be considered when calculating gas-drop non-isothermal jets to avoid quantitative and qualitative errors.

Keywords: two-phase jet, fluid vapor, drops, evaporation, condensation, mathematical modeling, calculation results

For citation: Zuev, Yu.V. (2023) Effect of phase changes on parameters of turbulent non-isothermal gas-drop jets. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 83. pp. 86–101. doi: 10.17223/19988621/83/8

Введение

При организации смесеобразования в камерах сгорания тепловых двигателей для распыливания топлива используются различные форсунки. В качестве одного из мероприятий по улучшению характеристик камер сгорания газотурбинных двигателей рассматривается применение пневматических форсунок, имеющих ряд преимуществ перед форсунками других типов. Результаты работы [1] указывают, что факел распыла этих форсунок представляет собой двухфазную струю, в которой одновременно протекает много различных процессов, одним из которых является интенсивное испарение массы жидкости, сопровождающееся значительным теплоотводом от газа к каплям. В связи с этим результаты исследования двухфазных струй с фазовыми превращениями представляют значительный интерес при создании камер сгорания перспективных реактивных двигателей.

Процесс испарения капель в газокapельной струе целесообразно изучать не экспериментально, а используя метод математического моделирования, так как при этом можно получить большее количество информации о процессе при минимальных временных и материальных затратах. Для этого необходимо иметь математическую модель такой струи, учитывающую как можно большее количество явлений, протекающих в ней: неравновесность фаз по скоростям и температурам, полидисперсность капель, влияние дисперсной фазы на параметры турбулентности непрерывной фазы, фазовые превращения.

На протяжении многих лет математические модели двухфазных турбулентных течений включали системы уравнений Рейнольдса, которые замыкались с помощью различных моделей турбулентности. В последнее время расчет турбулентных течений проводится с помощью метода прямого численного моделирования, при использовании которого решаются нестационарные уравнения Навье–Стокса без привлечения моделей турбулентности.

В известных математических моделях двухфазных струй, базирующихся на уравнениях Рейнольдса, описание движения газовой фазы проводится с применением метода Эйлера, а при описании движения частиц используется как метод

Эйлера, так и метод Лагранжа. Метод Эйлера предполагает запись дифференциальных уравнений в частных производных, что можно сделать только в случае непрерывного распределения параметров фаз в области течения. Но в двухфазных течениях на границе раздела фаз все параметры, за исключением давления, терпят разрыв. Поэтому в случае записи уравнений в переменных Эйлера осреднению этих уравнений по времени [2] должно предшествовать осреднение по пространству [3]. В результате такого осреднения в уравнениях математической модели появляются объемные концентрации частиц, газовой фазы и ее компонентов. Для течений типа пограничного слоя вывод уравнений заканчивается оценкой порядка их членов [4], в результате чего получаются параболические дифференциальные уравнения.

За последние четыре десятилетия опубликовано достаточно большое количество работ, посвященных исследованию двухфазных струй с фазовыми превращениями. Эволюцию развития математических моделей таких течений можно проследить на примере публикаций [5–9].

В статье [5] приводится математическая модель двухфазной струи, включающая осредненные уравнения дисперсной и дисперсионной фаз, записанные в переменных Эйлера, и k - ϵ модель турбулентности. С помощью этой модели рассчитываются параметры воздушной струи с каплями фреона. Ввиду того что, согласно экспериментальным данным, температуры воздуха и фреона в струе меняются незначительно, уравнения энергии фаз не используются – они заменяются условием постоянства температур фаз.

В работе [6] сравниваются результаты расчетов газок капельных струй, выполненные с использованием двух математических моделей. В первой модели уравнения, описывающие движение газовой фазы и капель, записываются в переменных Эйлера, во второй для газовой фазы используется метод Эйлера, а для капель – метод Лагранжа. Уравнения газовой фазы и капель в переменных Эйлера аналогичны уравнениям [5], но при их записи сделаны упрощения – в уравнениях газовой фазы не учитывается объем, занятый частицами, и опущены моменты корреляции, содержащие пульсации концентраций фаз. В качестве модели турбулентности используется k - ϵ модель. В этой модели также отсутствуют уравнения энергии фаз, так как моделируется струя с каплями фреона. Во второй модели для капель записывается уравнение их движения в переменных Лагранжа с учетом пульсаций скорости газовой фазы (стохастическая модель). Сравнение расчетов, выполненных по рассмотренным в статье математическим моделям, показало хорошее совпадение их результатов.

Статья [7] посвящена численному исследованию влияния размера и концентрации испаряющихся капель воды на параметры двухфазной неизотермической затопленной струи. Уравнения, описывающие движение газовой фазы и капель, записываются с использованием метода Эйлера. Осредненные уравнения газовой фазы получаются осреднением мгновенных уравнений Навье–Стокса по времени, а при выводе осредненных уравнений дискретной фазы используются кинетические уравнения для функций плотности распределения скорости и температуры частиц по размерам. При моделировании турбулентности газа применяется модель переноса рейнольдсовых напряжений.

В работе [8] приводится математическая модель двухфазной струи с испарением капель, истекающей в спутный газовый поток. Движение газовой фазы описывается в переменных Эйлера, а движение капель – в переменных Лагранжа

с помощью стохастической модели. Для замыкания системы осредненных уравнений используется стандартная k - ϵ модель турбулентности. Результаты расчетов сравниваются с данными экспериментального исследования струи с каплями ацетона, истекающей из сопла в воздух. Так как в эксперименте и при проведении расчетов различие в температурах фаз было незначительным (в пределах 20 К), то вопрос о возможности использования этой модели для расчета течений с большой разностью температур фаз остается открытым.

В статье [9] решается задача, аналогичная задаче, описанной в [8]: исследуется газовая струя с испаряющимися каплями ацетона, истекающая в спутный воздушный поток. При этом математическая модель течения близка модели, приведенной в статье [8]. Отличие заключается в том, что в [9] для решения задачи применяется метод прямого численного моделирования, при котором отпадает необходимость в использовании моделей турбулентности.

Общим недостатком математических моделей двухфазных течений [6–9] является то, что при выводе уравнений, описывающих движение газовой фазы или капель в переменных Эйлера, не проводится осреднение исходных мгновенных уравнений Навье–Стокса по пространству. При этом нарушается гипотеза непрерывности распределения параметров фаз (в том числе и газовой фазы) в области двухфазного течения, при выполнении которой возможно использование математического аппарата частных производных. Чтобы минимизировать последствия нарушения этой гипотезы, авторы публикаций [6–9] отмечают, что их математические модели можно использовать только при расчете двухфазных течений, в которых объемная концентрация дисперсной фазы не превышает 10^{-4} . Но такие небольшие концентрации частиц неинтересны при решении большинства прикладных задач.

Второй недостаток моделей [5–9] заключается в том, что в них либо отсутствуют уравнения энергии фаз [5, 6], либо при записи этих уравнений допущен ряд неточностей: не учитываются работы сил давления и межфазного взаимодействия несмотря на то, что соответствующие силы присутствуют в уравнениях движения; не учитываются затраты энергии газовой фазы на нагрев массы испарившейся жидкости от температуры капли до температуры газа в потоке [7–9]. Запись уравнений в моделях [5–9] позволяет использовать эти модели только для расчета течений с испарением капель. Но во многих случаях в одной области пространства возможны одновременное испарение мелких капель и конденсация пара на крупных каплях.

В опубликованных работах приводятся данные о влиянии граничных условий на отдельные параметры газок капельных струй с испарением, но отсутствует информация о том, как влияют фазовые превращения на распространение этих струй и существуют ли условия, при которых можно проводить расчеты без учета фазовых превращений.

Ниже приводится математическая модель двухфазной струи, которая лишена отмеченных недостатков, и с помощью этой модели проведены расчеты, позволившие оценить влияние фазовых превращений на все осредненные параметры двухфазной струи.

Математическая модель газок капельной струи с фазовыми превращениями

Математическая модель полидисперсной неизотермической газок капельной струи с фазовыми превращениями, приведенная в данной работе, является разви-

тием нашей математической модели двухфазной струи без фазовых переходов [10]. В модернизированной математической модели так же, как и в исходной модели, описание движения обеих фаз проводится в переменных Эйлера, а осредненные уравнения фаз получаются осреднением по пространству [3] и времени [2, 4] мгновенных микроуравнений каждой фазы, записанных для некоторого произвольного макрообъема области течения [3]. Вывод осредненных уравнений заканчивается оценкой порядка их членов с учетом особенностей струйного пограничного слоя по методике, изложенной в [4]. В связи с тем, что двухфазные турбулентные струйные течения являются автомодельными и подобными [1, 5, 6], для моментов корреляции пульсационных параметров фаз, входящих в осредненные уравнения, используются алгебраические выражения [10].

В данной математической модели двухфазной струи функция распределения капель по размерам заменяется гистограммой с выделением F классов капель, параметры которых обозначаются индексом f ($f = 1, 2, \dots, F$). Параметры газовой фазы (скорость, температура) индексов не имеют, а параметры ее компонентов (объемная концентрация, плотность) обозначаются индексом k ($k = 1, 2, \dots, K$). В решаемой задаче при наличии двух компонентов газовой смеси для пара $k = 1$, для инертного газа (воздуха) $k = 2$. С учетом изложенного осредненные по пространству и времени уравнения: неразрывности, движения и энергии фаз, концентрации газовых компонентов, изменения диаметра капель за счет фазовых превращений, состояния фаз, – описывающие газокapельную полидисперсную турбулентную неизотермическую осесимметричную струю с фазовыми превращениями в приближении пограничного слоя, в цилиндрической системе координат записываются следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x} u \sum_{k=1}^K (\rho_k \alpha_k) + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \sum_{k=1}^K (v \rho_k \alpha_k + \alpha_k \langle \rho'_k v' \rangle + \rho_k \langle \alpha'_k v' \rangle) = - \sum_{f=1}^F M_{f,ph}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho_f \alpha_f u_f + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \rho_f (\alpha_f v_f + \langle \alpha'_f v'_f \rangle) = M_{f,ph}, \quad (2)$$

$$u \sum_{k=1}^K (\rho_k \alpha_k) \frac{\partial u}{\partial x} + \sum_{k=1}^K (v \rho_k \alpha_k + \alpha_k \langle \rho'_k v' \rangle + \rho_k \langle \alpha'_k v' \rangle) \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \langle u' v' \rangle \sum_{k=1}^K (\rho_k \alpha_k) - \sum_{f=1}^F F_{cfx} - \sum_{f=1}^F M_{f,ph} (u_{ph} - u), \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

$$\rho_f \alpha_f u_f \frac{\partial u_f}{\partial x} + \rho_f (\alpha_f v_f + \langle \alpha'_f v'_f \rangle) \frac{\partial u_f}{\partial y} = - \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \rho_f \alpha_f \langle u'_f v'_f \rangle + F_{cfx} + M_{f,ph} (u_{ph} - u_f), \quad (5)$$

$$\rho_f \alpha_f u_f \frac{\partial v_f}{\partial x} + \rho_f (\alpha_f v_f + 2 \langle \alpha'_f v'_f \rangle) \frac{\partial v_f}{\partial y} = - \frac{\partial}{\partial x} \rho_f (\alpha_f \langle u'_f v'_f \rangle + u_f \langle \alpha'_f v'_f \rangle) - \frac{v_f}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \rho_f \langle \alpha'_f v'_f \rangle - \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \rho_f \alpha_f \langle v_f'^2 \rangle + F_{cfy} + M_{f,ph} (v_{ph} - v_f), \quad (6)$$

$$u \sum_{k=1}^K (\rho_k \alpha_k) \frac{\partial c_p T}{\partial x} + \sum_{k=1}^K (v \rho_k \alpha_k + \alpha_k \langle \rho'_k v' \rangle + \rho_k \langle \alpha'_k v' \rangle) \frac{\partial c_p T}{\partial y} = u \frac{\partial p}{\partial x} -$$

$$- \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \sum_{k=1}^K (c_{pk} \rho_k \alpha_k) \langle T' v' \rangle - \langle u' v' \rangle \sum_{k=1}^K (\rho_k \alpha_k) \frac{\partial u}{\partial y} - \sum_{f=1}^F F_{cfx} (u_f - u) -$$

$$- \sum_{f=1}^F M_{f,ph} \left[i_{ph} - i_v(T) + \frac{(u_{ph} - u)^2}{2} \right] - \sum_{f=1}^F Q_{f,conv}, \quad (7)$$

$$\rho_f \alpha_f u_f \frac{\partial c_f T_f}{\partial x} + \rho_f (\alpha_f v_f + \langle \alpha'_f v'_f \rangle) \frac{\partial c_f T_f}{\partial y} =$$

$$= - \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \rho_f \alpha_f c_f \langle T'_f v'_f \rangle - \rho_f \alpha_f \langle u'_f v'_f \rangle \frac{\partial u_f}{\partial y} +$$

$$+ M_{f,ph} \left[i_{ph} - i_f(T_f) + \frac{(u_{ph} - u_f)^2}{2} \right] + Q_{f,conv}, \quad (8)$$

$$u \sum_{k=1}^K (\rho_k \alpha_k) \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + \sum_{k=1}^K (v \rho_k \alpha_k + \alpha_k \langle \rho'_k v' \rangle + \rho_k \langle \alpha'_k v' \rangle) \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} =$$

$$= - \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \langle \alpha'_i v' \rangle \sum_{k=1}^K (\rho_k \alpha_k) - \sum_{f=1}^F M_{f,ph}, \quad (9)$$

$$\left(\frac{dD_f^3}{dx} \right)_{ph} = \frac{D_f^3}{\alpha_f \rho_f u_f} M_{f,ph}, \quad (10)$$

$$p = \rho_k R_k T; \quad \rho_f = const, \quad (11)$$

$$\sum_{k=1}^K \alpha_k + \sum_{f=1}^F \alpha_f = 1. \quad (12)$$

В этих уравнениях: x, y – оси координат (ось x совпадает с осью струи); ρ – физическая плотность; p – давление; T – температура; u, v – компоненты вектора скорости $\mathbf{W}$; α – объемная концентрация; D_f – диаметр капель класса f ; R_k – удельная газовая постоянная компоненты k ; c_p – удельная теплоемкость газовой фазы при постоянном давлении; c_f – удельная теплоемкость вещества капель класса f ; F_{cf} – сила сопротивления капель класса f ; $Q_{f,conv}$ – конвективный тепловой поток от газа к каплям класса f ; $i_v(T)$ – удельная энтальпия вещества капель в газообразном состоянии при температуре T ; $i_f(T_f)$ – удельная энтальпия вещества капель в жидком состоянии при температуре T_f ; u_{ph}, v_{ph} – компоненты скорости фазового перехода $\mathbf{W}_{ph}$; i_{ph} – удельная энтальпия вещества, претерпевающего фазовый переход; $M_{f,ph}$ – интенсивность фазовых переходов для капель класса f (масса вещества капель, претерпевающая фазовые превращения в единице объема среды в единицу времени). При испарении капель $\mathbf{W}_{ph} = \mathbf{W}_f$; $i_{ph} = i_v(T_f)$, при конденсации пара $\mathbf{W}_{ph} = \mathbf{W}$; $i_{ph} = i_v[T_{vs}(p_v)]$ [3] ($i_v(T_f)$ – энтальпия вещества капель в газообразном состоянии при температуре T_f ; $i_v[T_{vs}(p_v)]$ – энтальпия вещества капель на линии насыщения при парциальном давлении пара p_v в газовой смеси). Угловыми скоб-

ками обозначены моменты корреляции пульсационных величин; штрихами сверху – пульсационные параметры фаз.

Сила сопротивления капель рассчитывается по общеизвестной формуле $F_{cf} = 3\alpha_f C_{Df} \rho (\mathbf{W} - \mathbf{W}_f) |\mathbf{W} - \mathbf{W}_f| / (4D_f)$, приведенной в монографии [11]. При определении коэффициента сопротивления капель C_{Df} учитываются результаты работы [12], в которой исследовалось влияние потока массы через поверхность частицы на ее коэффициент сопротивления. Для конвективного теплового потока от газа к каплям используется формула $Q_{f,conv} = 6\alpha_{T,f} \alpha_f (T - T_f) / D_f$ [11], в которой $\alpha_{T,f}$ – коэффициент теплоотдачи для капель класса f .

В связи с тем, что объемная концентрация паров вещества капель при проведении расчетов не превышает 0.2, для расчета скорости фазовых превращений используется выражение [13]

$$M_{f,ph} = \frac{6\alpha_f \cdot D_\alpha \cdot Sh}{D_f^2} (\rho_{vp} - \rho_{vs}),$$

в котором: D_α – коэффициент диффузии паров вещества капель; ρ_{vp} – плотность пара вещества капель, рассчитанная по парциальному давлению этого пара в потоке; ρ_{vs} – плотность пара вещества капель, рассчитанная по давлению насыщения при температуре капли T_f ; Sh – критерий Шервуда.

Система осредненных уравнений (1)–(12) замыкается с помощью алгебраических выражений для моментов корреляции пульсационных параметров фаз, приведенных в [10]. Пульсационные скорости фаз, входящие в эти выражения, определяются с помощью модели турбулентности, описанной в статье [14].

Правомерность использования алгебраических формул для моментов корреляции пульсационных параметров фаз двухфазных турбулентных струй обусловлена тем, что эти струи, как отмечено выше, являются автомодельными и подобными.

При решении системы уравнений (1)–(12), описывающих осесимметричное струйное течение, задаются следующие граничные условия: при $x = 0$ (в начальном сечении струи) – зависимости параметров фаз от координаты y ; при $y = \infty$ – значения параметров фаз на бесконечном удалении от оси струи (жесткие граничные условия); при $y = 0$ (на оси струи) – условия симметрии течения.

При аппроксимации дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка (2), (3), (5)–(9) разностными уравнениями используется неявный метод Кранка–Николсона с весовым коэффициентом 1/2, при котором конечно-разностные аналоги этих уравнений записываются для шеститочечного шаблона [15]. Уравнение в частных производных (1), являющееся уравнением первого порядка, аппроксимируется по явной четырехточечной схеме.

Валидация математической модели газокапельной струи

Подтверждение адекватности разработанной математической модели моделируемому течению – двухфазной неизотермической струе с фазовыми превращениями – проводится с привлечением данных, приведенных в статье [1]. Эта публикация посвящена экспериментальному исследованию двухфазной струи, которая образуется при истечении керосина из пневматической форсунки в спутный воздушный поток со скоростью 7,3 м/с и температурой 450 К. Измерения парамет-

ров фаз в двухфазной струе проводились в шести сечениях, расположенных на различных расстояниях от среза форсунки. Безразмерные поперечные поля скорости газовой фазы и средней скорости капель, построенные по результатам эксперимента, хорошо описываются формулой Шлихтинга, что свидетельствует об автомодельности двухфазных струйных течений.

В качестве исходного (начального) сечения для расчета выбрано сечение с радиусом 10 мм, находящееся на расстоянии 40 мм от форсунки, так как в статье [1] для этого сечения приводится наиболее полная информация по значениям параметров газа и капель.

На рис. 1 приведено сравнение результатов расчета с данными эксперимента по изменению суммарной объемной концентрации капель керосина в двухфазной струе. Суммарная объемная концентрация капель рассчитывалась по формуле $\alpha_{f\Sigma} = \sum \alpha_{fi}$.

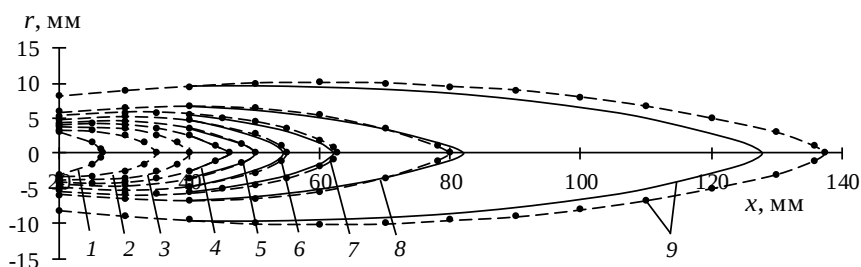


Рис. 1. Сопоставление результатов расчета с данными эксперимента [1]. Линии соответствуют постоянным значениям объемной концентрации капель $\alpha_{f\Sigma}$: 1 – $81 \cdot 10^{-5}$; 2 – $72 \cdot 10^{-5}$; 3 – $63 \cdot 10^{-5}$; 4 – $54 \cdot 10^{-5}$; 5 – $45 \cdot 10^{-5}$; 6 – $36 \cdot 10^{-5}$; 7 – $27 \cdot 10^{-5}$; 8 – $18 \cdot 10^{-5}$; 9 – $9 \cdot 10^{-5}$. Сплошные линии – расчет; точки, соединенные пунктирными линиями, – эксперимент

Fig. 1. Isolines of volume concentration of drops: $\alpha_{f\Sigma} = (1) 81 \cdot 10^{-5}$; (2) $72 \cdot 10^{-5}$; (3) $63 \cdot 10^{-5}$; (4) $54 \cdot 10^{-5}$; (5) $45 \cdot 10^{-5}$; (6) $36 \cdot 10^{-5}$; (7) $27 \cdot 10^{-5}$; (8) $18 \cdot 10^{-5}$; and (9) $9 \cdot 10^{-5}$. Comparison of calculated results (solid lines) with experimental data (dotted and dashed lines) [1]

Из рис. 1 следует, что разработанная математическая модель удовлетворительно описывает распределение объемной концентрации капель в области струйного течения. Так как величина объемной концентрации капель зависит от их размера и скорости, а скорость капель определяется скоростью газа, то можно считать, что эта модель с достаточной степенью точности описывает изменение всех параметров двухфазной струи с фазовыми превращениями и может использоваться для расчета реальных течений.

Результаты расчетов

Цель данной работы заключается в выявлении влияния фазовых превращений на изменение параметров неизоэнтальпических двухфазных турбулентных струй. Эта цель достигается сравнением результатов расчетов струй, проведенных с одинаковыми граничными условиями, при наличии и отсутствии фазовых превращений. При проведении расчетов принято, что непрерывной фазой является смесь воздуха с парами воды, а дисперсной фазой – капли воды, объединенные в пять классов с характерными диаметрами $D_f = 15, 45, 75, 105$ и 135 мкм. Количество классов капель выбрано в соответствии с рекомендациями [16]. При выборе ха-

рактерных размеров классов капель предполагается, что капли получаются с помощью пневматической форсунки, их размер находится в диапазоне 0–150 мкм, а распределение объемной концентрации по размерам подчиняется нормальному закону.

Принимается, что в начальном сечении осесимметричной струи радиусом $R_0 = 25 \cdot 10^{-3}$ м скорость газа $u_0 = 100$ м/с, скорости капель всех классов $u_{f0} = 80$ м/с, температуры газа и капель $T_0 = T_{f0} = 300$ К, объемная концентрация водяного пара $\alpha_{k=1} = 0.033$, что соответствует влажности воздуха 90%. Струя истекает в неподвижный воздух с давлением $p = 10^5$ Па, в котором концентрация паров воды $\alpha_{k=1} = 0.026$ (соответствует влажности воздуха 70%). Расчеты выполнены для трех вариантов с различными значениями объемной концентрации капель в начальном сечении струи α_{f0} и температуры газа в окружающей среде T_e : вариант 1 – $\alpha_{f0} = 10^{-4}$, $T_e = 400$ К; вариант 2 – $\alpha_{f0} = 10^{-3}$, $T_e = 400$ К; вариант 3 – $\alpha_{f0} = 10^{-3}$, $T_e = 500$ К. При проведении этих расчетов предполагалось, что соотношение между начальными объемными концентрациями капель α_{f0} выделенных пяти классов сохранялось неизменным: 1:2:4:2:1, и поперечные поля всех параметров фаз в начальном сечении струи равномерные. Так как в данной работе исследуется влияние только фазовых превращений на параметры двухфазной струи, то коагуляция и дробление капель при их взаимодействии не учитывались.

Результаты расчетов при $\alpha_{f0} = 10^{-3}$ и $T_e = 400$ К (вариант 2) приведены на рис. 2. На нем в безразмерном виде изображены графики изменения параметров фаз двухфазной струи вдоль ее оси, полученные в результате расчетов этой струи с учетом фазовых превращений (сплошные кривые) и при их отсутствии (пунктирные кривые). При этом введены обозначения: $\bar{x} = x/R^*$; $\bar{u}_m = u_m/u^*$; $\bar{u}_{fm} = u_{fm}/u^*$; $\bar{\alpha}_{fm} = \alpha_{fm}/\alpha_f^*$; $\bar{D}_{fm} = D_{fm}/D_f^*$; $\bar{T}_m = T_m/T^*$; $\bar{T}_{fm} = T_{fm}/T^*$ (индекс m соответствует оси струи). В качестве масштабов линейных размеров, скоростей и температур выбраны следующие их значения: $R^* = R_0 = 25 \cdot 10^{-3}$ м; $D_f^* = 100 \cdot 10^{-6}$ м; $u^* = u_0 = 100$ м/с; $T^* = 288$ К; $\alpha_f^* = \alpha_{f0} = \Sigma \alpha_{f0}$.

На рис. 2, а изображено изменение вдоль оси струи скоростей капель пяти классов (кривые 1–5) и скорости газа (кривая 6) при наличии фазовых превращений. На небольшом участке струи за соплом капли ускоряются, а после того, как их скорость достигает скорости газа, начинают тормозиться за счет взаимодействия с газом, имеющим меньшую скорость. При этом скорость капель класса $f = 1$ практически совпадает со скоростью газа, а скорости более крупных капель отличаются от скорости газа, и это отличие возрастает с увеличением размера капель, т.е. с увеличением их инерционности.

На рис. 2, б приведены зависимости изменения вдоль оси струи скорости капель класса $f = 5$ (кривая 5) и скорости газа (кривая 6) с учетом и без учета фазовых превращений. Наибольшая погрешность в расчете этих скоростей при пренебрежении фазовыми превращениями составляет 12%.

Влияние фазовых превращений на изменение вдоль оси струи температур фаз иллюстрирует график на рис. 2, с. При удалении от начального сечения струи температура газовой фазы увеличивается за счет подмешивания в нее горячего газа из окружающего пространства. Но при наличии фазовых превращений это увеличение менее значительное, и различие температуры газа на участке $120 < \bar{x} < 300$ с учетом и без учета фазовых превращений составляет от 5.5 до 7.5%. Изменение

температуры частиц в струе с фазовыми превращениями качественно отличается от ее изменения в струе без фазовых превращений. В первом случае температуры частиц всех размеров при $\bar{x} < 100$ незначительно возрастают, сближаясь между собой, а затем, начиная с $\bar{x} = 100$, они примерно одинаковы и постоянны по длине струи. Во втором случае при удалении от начального сечения струи температуры частиц стремятся к температуре газа, и при определенных значениях $\bar{x}$, зависящих от размера частиц, сравниваются с этой температурой.

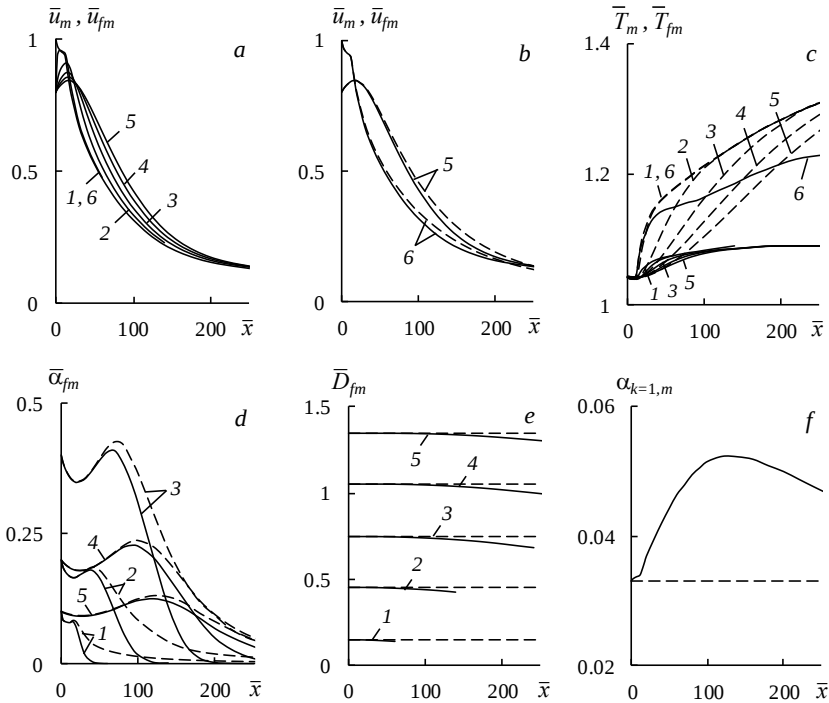


Рис. 2. Изменение параметров фаз вдоль оси двухфазной струи при $\alpha_{f20} = 10^{-3}$ и $T_e = 400$ К: *a* – скорости газа и капель пяти классов; *b* – скорости газа и капель класса $f = 5$; *c* – температуры газа и капель; *d* – объемные концентрации капель; *e* – диаметры капель; *f* – объемная концентрация водяного пара. 1–5 – параметры капель пяти классов; 6 – параметры газа; сплошные линии – расчет с учетом фазовых превращений; пунктирные линии – расчет без учета фазовых превращений

Fig. 2. Change of phase parameters along the axis of a two-phase jet at $\alpha_{f20} = 10^{-3}$ and $T_e = 400$ K: (a) gas velocity and velocity of the drops of five classes; (b) gas velocity and velocity of the drops of the class $f = 5$; (c) temperatures of the gas and drops; (d) volume concentrations of the drops; (e) diameters of the drops; and (f) volume concentration of the water vapor. (1)–(5) parameters of the drops of five classes; (6) gas parameters; the solid lines indicate a calculation with account for phase changes; the dashed lines, a calculation without phase changes

На рис. 2, *d* показано изменение вдоль оси струи объемной концентрации капель. В струе наблюдается эффект «шнурования» (немонотонного изменения концентрации частиц вдоль оси струи), обусловленный торможением частиц [17]. За счет фазовых превращений уменьшается объемная концентрация капель, причем

чем меньше размер капель, тем сильнее это проявляется. Следствием этого является увеличение среднего (заутеровского) диаметра капель $D_{\Sigma} = \Sigma \alpha_{fj} \Sigma (\alpha_{fj} D_{fj})$ [16].

Испарение капель приводит к уменьшению их размера (см. рис. 2, e) и увеличению объемной концентрации паров воды (см. рис. 2, f) по сравнению со случаем отсутствия фазовых превращений. При удалении от сопла объемная концентрация паров воды на оси струи сначала увеличивается, при $\bar{x} = 120$ достигает максимума, а затем начинает уменьшаться, стремясь к концентрации этих паров в окружающей среде. Расстояние от начального сечения струи, на котором капли полностью испаряются, зависит от их размера.

При уменьшении начальной объемной концентрации капель до 10^{-4} (вариант 1) и увеличении температуры окружающей среды до 500 К (вариант 3) изменение параметров двухфазной струи вдоль ее оси аналогично тому, как это происходит в рассмотренном варианте расчетов 2 (при $\alpha_{f\Sigma 0} = 10^{-3}$, $T_e = 400$ К); наблюдается лишь количественное различие. Например, в варианте 1 наибольшее значение концентрации водяного пара на оси струи 0.038, наибольшее различие в расчете скоростей газа и капель с учетом и без учета фазовых превращений 17%, различие температуры газа на участке $120 < \bar{x} < 300$ с учетом и без учета фазовых превращений составляет 4–9%. В варианте 3 значения этих параметров соответственно равны 0.062, 23%, 4.5–16%.

На рис. 3 представлены зависимости пересыщения водяного пара на оси струи S_m от безразмерной координаты $\bar{x}$, полученные в трех вариантах расчетов. Под пересыщением пара понимается отношение парциального давления пара в газовой смеси к его давлению насыщения при температуре капли: $S = \alpha_{k=1} p / p_s$ ($\alpha_{k=1}$ – объемная концентрация пара в газовой смеси, p – давление в окружающей среде, p_s – давление насыщения при температуре капли T_f).

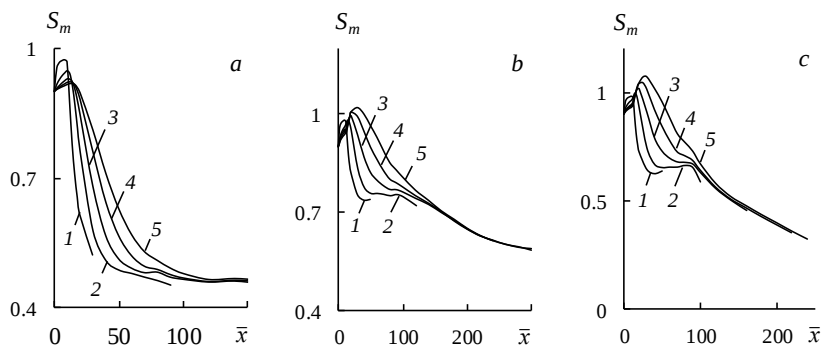


Рис. 3. Сравнение зависимостей пересыщения водяного S_m пара от безразмерной координаты $\bar{x}$ при изменении значений начальной объемной концентрации капель $\alpha_{f\Sigma 0}$ и температуры газа в окружающей среде T_e : а – $\alpha_{f\Sigma 0} = 10^{-4}$, $T_e = 400$ К; б – 10^{-3} , 400 К; с – 10^{-3} , 500 К; номера кривых соответствуют номерам классов капель

Fig. 3. Comparison of dependences of water vapor supersaturation S_m on dimensionless coordinate $\bar{x}$ at various initial volume concentrations of drops $\alpha_{f\Sigma 0}$ and gas temperatures in the environment T_e : (a) 10^{-4} , 400 К; (b) 10^{-3} , 400 К; and (c) 10^{-3} , 500 К; the curve numbers correspond to the numbers of drop classes

Равновесные фазовые превращения протекают при $S = 1$; значения $S \neq 1$ соответствуют неравновесным процессам, причем при $S < 1$ наблюдается испарение

перегретой жидкости, а при $S > 1$ – конденсация переохлажденного пара на каплях.

Из рис. 3 видно, что в области струи вблизи ее начального сечения пересыщение пара больше для капель меньшего размера, но затем, при удалении от этого сечения, картина меняется – величина пересыщения пара при фиксированных значениях $\bar{x}$ растет с увеличением размера капель. Это связано с характером изменения температуры капель различных классов в струе при одинаковой для всех размеров капель объемной концентрации пара. При $\alpha_{\text{p}0} = 10^{-4}$, $T_e = 400$ К (см. рис. 3, а) начиная с $\bar{x} = 120$ пересыщение пара для неиспарившихся капель становится постоянным. Это же происходит при увеличении объемной концентрации капель $\alpha_{\text{p}0}$ (см. рис. 3, b), но при большем значении $\bar{x}$. В варианте 3 (см. рис. 3, c) – при $\alpha_{\text{p}0} = 10^{-3}$, $T_e = 500$ К – на графике $S_m = S_m(\bar{x})$ отсутствуют признаки асимптотического приближения пересыщения пара к постоянной величине в связи с испарением всех капель на меньшем расстоянии от сопла. Следует отметить, что в некоторой области струи возможно одновременное испарение мелких капель и конденсация пара на более крупных каплях. Это следует из графиков на рис. 3, b и 3, c.

На рис. 4 представлены зависимости интенсивности фазовых превращений $\bar{M}_{f,ph} = M_{f,ph}/(D_{\alpha}^* \rho^*/D_f^{*2})$ от расстояния $\bar{x}$ для капель различного размера (D_{α}^* и ρ^* – коэффициент диффузии и плотность водяного пара при нормальных условиях; D_f^* – масштаб диаметра капель, равный $100 \cdot 10^{-6}$ м), полученные в вариантах расчетов 1–3. Следует отметить, что интенсивность фазовых превращений $M_{f,ph}$, входящая в уравнения (1)–(3), (5)–(9), представляет собой массу капель класса f , претерпевающую фазовые превращения в единице объема среды в единицу времени.

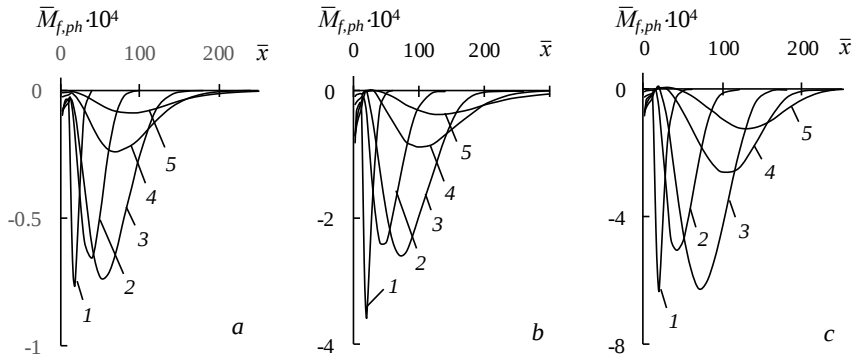


Рис. 4. Зависимости интенсивности фазовых превращений $\bar{M}_{f,ph}$ от расстояния до начального сечения струи $\bar{x}$, полученные в вариантах расчетов 1–3: а – $\alpha_{\text{p}0} = 10^{-4}$, $T_e = 400$ К; б – 10^{-3} , 400 К; в – 10^{-3} , 500 К; номера кривых соответствуют номерам классов капель

Fig. 4. Intensity of phase changes $\bar{M}_{f,ph}$ as the functions of the distance to the initial jet section $\bar{x}$ obtained in calculations 1–3: (a) $\alpha_{\text{p}0} = 10^{-4}$, $T_e = 400$ К; (b) $\alpha_{\text{p}0} = 10^{-3}$, 400 К; and (c) $\alpha_{\text{p}0} = 10^{-3}$, $T_e = 500$ К; the curve numbers correspond to the numbers of drop classes

Из графиков этого рисунка следует, что с увеличением начального значения объемной концентрации капель $\alpha_{\text{p}0}$ и увеличением температуры газа в окружа-

ющей среде T_e интенсивность фазовых превращений увеличивается. При этом характер изменения зависимостей $\bar{M}_{f,ph} = \bar{M}_{f,ph}(\bar{x})$ одинаков для капель всех классов: вблизи начального сечения струи интенсивность фазовых превращений при ее небольшой величине уменьшается до минимума, затем она существенно возрастает и после достижения максимума начинает уменьшаться, стремясь к нулю (при этом капли полностью испаряются). Увеличение интенсивности фазовых превращений вдоль оси струи связано с ростом объемной концентрации паров воды при незначительном изменении концентрации капель, а уменьшение этой интенсивности – и с уменьшением концентрации капель, и с уменьшением концентрации водяных паров. Причем, максимумы зависимостей $\bar{M}_{f,ph} = \bar{M}_{f,ph}(\bar{x})$ с увеличением размера капель смещаются в область больших значений $\bar{x}$. Величины этих максимумов зависят от размера капель и их объемной концентрации.

Заключение

Анализ результатов расчетов газокapельной струи, истекающей в газовую среду с температурой, значительно превышающей температуру фаз в начальном сечении струи, показал следующее. Наличие фазовых превращений приводит к количественному изменению зависимостей скоростей фаз и объемных концентраций капель вдоль оси струи при сохранении вида этих зависимостей. При наличии фазовых превращений в струе размер капель уменьшается при удалении от сопла и при определенных значениях $\bar{x}$, зависящих от граничных условий, они полностью испаряются. Вследствие того, что интенсивность испарения мелких капель больше интенсивности испарения более крупных капель, по длине струи увеличивается их средний (заутеровский) диаметр. Испарение капель приводит к изменению объемной концентрации водяного пара – при удалении от сопла эта концентрация на оси струи сначала возрастает, достигает максимума и далее начинает уменьшаться, стремясь к концентрации пара в окружающей среде. Наибольшее влияние фазовые превращения оказывают на изменение температуры капель. При наличии фазовых превращений в струе начиная с некоторого расстояния от сопла температуры капель всех классов становятся практически одинаковыми и не меняются по длине струи, а в струе без фазовых превращений при удалении от сопла температуры частиц возрастают, стремясь к температуре газа. Полученные зависимости изменения пересыщения пара вдоль оси струи указывают на то, что при определенных граничных условиях вблизи оси струи могут существовать области, в которых наряду с испарением мелких капель происходит конденсация пара на более крупных каплях, и с ростом температуры газа в окружающей среде эти области расширяются. В результате расчетов получена информация об интенсивности фазовых превращений в струе. Характер изменения вдоль оси струи интенсивности фазовых превращений одинаков для капель всех размеров: вблизи начального сечения струи интенсивность фазовых превращений при ее небольшой величине уменьшается до минимума, затем она существенно возрастает, а после достижения максимума начинает уменьшаться, стремясь к нулю (при этом капли полностью испаряются). Интенсивность фазовых превращений возрастает при увеличении концентрации капель и увеличении температуры газа в окружающей среде. Результаты проведенного исследования позволяют сделать вывод, что при расчете двухфазных неизоатермических газокap-

пельных струй в обязательном порядке необходимо учитывать фазовые превращения, так как при несоблюдении этой рекомендации возможны не только количественные, но и качественные ошибки.

Список источников

1. Yule A.J., Seng C.Ah., Felton P.G., Ungut A., Chigier N.A. A Study of Vaporizing Fuel Sprays by Laser Techniques // *Combustion and Flame*. 1982. V. 44. P. 71–84. doi: 10.1016/0010-2180(82)90064-5.
2. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. М. : Физматлит, 2008. 368 с.
3. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред : в 2 ч. М. : Наука, 1987. Ч. 1. 464 с.
4. Хинце И.О. Турбулентность, ее механизм и теория. М. : Физматгиз, 1963. 680 с.
5. Mostafa A.A., Elghobashi S.E. A two-equation turbulence model for jet flows laden with vaporizing droplets // *International Journal of Multiphase Flow*. 1985. V. 11 (4). P. 515–533. doi: 10.1016/0301-9322(85)90073-4
6. Mostafa A.A., Mongia H.C. On the modeling of turbulent evaporating sprays: Eulerian versus Lagrangian approach // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1987. V. 30 (12). P. 2583–2593. doi: 10.1016/0017-9310(87)90139-6
7. Пахомов М.А., Терехов В.И. Численное исследование турбулентной структуры полидисперсной двухфазной струи с испаряющимися каплями // *Математическое моделирование*. 2016. Т. 28, № 11. С. 64–78.
8. De S., Lakshmisha K.N. Simulations of Evaporating Spray Jet in a Uniform Co-Flowing Turbulent Air Stream // *International Journal of Spray and Combustion Dynamics*. 2009. V. 1 (2). P. 169–198. doi: 10.1260/175682709788707459
9. Wang J., Dalla Barba F., Picano F. Direct numerical simulation of an evaporating turbulent diluted jet-spray at moderate reynolds number // *International Journal of Multiphase Flow*. 2021. V. 137. Art. 103567. doi: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2021.103567
10. Зуев Ю.В. Погрешность расчета параметров двухфазной турбулентной струи при использовании одножидкостной математической модели // *Ученые записки Казанского университета. Сер. Физико-математические науки*. 2020. Т. 162, кн. 4. С. 411–425. doi: 10.26907/2541-746.2020.4.411-425
11. Стернин Л.Е., Шрайбер А.А. Многофазные течения газа с частицами. М. : Машиностроение, 1994. 320 с.
12. Архипов В.А., Басалаев С.А., Перфильева К.Г., Поленчук С.Н., Усанина А.С. Методы определения коэффициента сопротивления при вдуве газа с поверхности сферической частицы // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*. 2022. № 76. С. 56–69. doi: 10.17223/19988621/76/5
13. Fuchs N.A. Evaporation and droplet growth in gaseous media. London : Pergamon Press, 1959. 80 p.
14. Зуев Ю.В., Лепешинский И.А., Решетников В.А., Истомин Е.А. Выбор критериев и определение их значений для оценки характера взаимодействия фаз в двухфазных турбулентных струях // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*. 2012. № 1. С. 42–54.
15. Anderson D., Tannehill J.C., Pletcher R.H. Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. 2nd ed. London : Taylor & Francis, 1997. 816 p.
16. Стернин Л.Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М. : Машиностроение, 1974. 212 с.
17. Зуев Ю.В. О некоторых причинах немоноготонного изменения концентрации дискретной фазы в двухфазной турбулентной струе // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. 2020. № 2. С. 51–60. doi: 10.1134/S0015462820020147

References

1. Yule A.J., Seng C.Ah., Felton P.G., Ungut A., Chigier N.A. (1982) A study of vaporizing fuel sprays by laser techniques. *Combustion and Flame*. 44. pp. 71–84. doi: 10.1016/0010-2180(82)90064-5
2. Volkov K.N., Emel'yanov V.N. (2008) *Modelirovanie krupnykh vikhrey v raschetakh turbulentnykh techeniy* [Modeling of large whirlwinds in calculations of turbulent flows]. Moscow: FIZMATLIT.
3. Nigmatulin R.I. (1990) *Dynamics of Multiphase Medium*. Volume 1. New York: Hemisphere Publishing Corporation.
4. Hinze J.O. (1959) *Turbulence. An Introduction to Its Mechanism and Theory*. New York: McGraw-Hill.
5. Mostafa A.A., Elghobashi S.E. (1985) A two-equation turbulence model for jet flows laden with vaporizing droplets. *International Journal of Multiphase Flow*. 11(4). pp. 515–533. doi: 10.1016/0301-9322(85)90073-4
6. Mostafa A.A., Mongia H.C. (1987) On the modeling of turbulent evaporating sprays: Eulerian versus Lagrangian approach. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 30(12). pp. 2583–2593. doi: 10.1016/0017-9310(87)90139-6
7. Pakhomov M.A., Terekhov V.I. (2016) Chislennoe issledovanie turbulentnoy struktury polidispersnoy dvukhfaznoy strui s isparayushchimisya kaplyami [Numerical simulation of turbulent flow in a polydispersed two-phase jet with evaporating droplets]. *Matematicheskoe modelirovanie*. 28(11). pp. 64–78.
8. De S., Lakshmisha K.N. (2009) Simulations of evaporating spray jet in a uniform co-flowing turbulent air stream. *International Journal of Spray and Combustion Dynamics*. 1(2). pp. 169–198. doi: 10.1260/175682709788707459
9. Wang J., Dalla Barba F., Picano F. (2021) Direct numerical simulation of an evaporating turbulent diluted jet-spray at moderate reynolds number. *International Journal of Multiphase Flow*. 137. Article 103567. doi: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2021.103567
10. Zuev Yu.V. (2020) Miscalculation of two-phase turbulent jet parameters while using one-liquid mathematical model. *Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya Fiziko-matematicheskie nauki*. 162(4). pp. 411–425. doi: 10.26907/2541-7746.2020.4.411-425
11. Sternin L.E., Shrayber A.A. (1994) *Mnogofaznye techeniya gaza s chastitsami* [Multiphase flows of gas with particles]. Moscow: Mashinostroenie.
12. Arkhipov V.A., Basalae S.A., Perfilieva K.G., Polenчук S.N., Usanina A.S. (2022) Metody opredeleniya koeffitsienta soprotivleniya pri vduve gaza s poverkhnosti sfericheskoy chastitsy [Methods for determining the drag coefficient at gas injection from the surface of spherical particle]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 76. pp. 56–69. doi: 10.17223/19988621/76/5
13. Fuchs N.A. (1959) *Evaporation and Droplet Growth in Gaseous Media*. London: Pergamon Press.
14. Zuev Yu.V., Lepeshinskiy I.A., Reshetnikov V.A., Istomin E.A. (2012) Vybor kriteriev i opredelenie ikh znacheniy dlya otsenki kharaktera vzaimodeystviya faz v dvukhfaznykh turbulentnykh struyakh [Selection of criteria and determination of their values for estimating the phase interaction behavior in two-phase turbulent jets]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya Mashinostroenie – Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*. 1. pp. 42–54.
15. Anderson D., Tannehill J.C., Pletcher R.H. (1997) *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*. 2nd ed. London: Taylor&Francis.
16. Sternin L.E. (1974) *Osnovy gazodinamiki dvukhfaznykh techeniy v soplakh* [Fundamentals of gas dynamics of two-phase flows in nozzles]. Moscow: Mashinostroenie.

17. Zuev Y.V. (2020) Some reasons for nonmonotonic variation of discrete-phase concentration in a turbulent two-phase jet. *Fluid Dynamics*. 55(2). pp. 194–203. doi: 10.1134/S0015462820020147

Сведения об авторе:

Зуев Юрий Владимирович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Теория воздушно-реактивных двигателей» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), Москва, Россия. E-mail: yuri_zuev@bk.ru

Information about the author:

Zuev Yuriy V. (Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow Aviation Institute, Moscow, Russian Federation). E-mail: yuri_zuev@bk.ru

Статья поступила в редакцию 23.06.2022; принята к публикации 01.06.2023

The article was submitted 23.06.2022; accepted for publication 01.06.2023