

МЕМУАРЫ, ПАМЯТНЫЕ ДАТЫ, ПЕРСОНАЛИИ**MEMOIRS, MEMORABLE DATES, PERSONALITIES**

Научная статья

УДК 51

doi: 10.17223/19988621/84/13

**Петр Андреевич Крылов.
К 75-летию со дня рождения**

Петр Андреевич Крылов родился 12 марта 1948 г. в селе Глинка Березовского района Красноярского края в семье сельских учителей, участников Великой Отечественной войны Андрея Степановича Крылова и Веры Петровны Крыловой (в девичестве – Никифоровой). Родители – выходцы из крестьянских семей, потомки переселенцев из европейской части России.

В 1966 г. Петр Андреевич окончил Новоподзорновскую среднюю школу Тисульского района Кемеровской области. Школьником участвовал в областной математической олимпиаде в г. Кемерово. В 1971 г. окончил механико-математический факультет Томского государственного университета. Еще будучи студентом, получил замечательные научные результаты, его студенческая работа была награждена премией имени заслуженного деятеля науки РСФСР П.П. Куфа-

рева и опубликована в журнале «Математические заметки». Дипломную работу Петр Андреевич писал у известного математика, основателя Томской алгебраической школы по абелевым группам, завоевавшей высокий авторитет в стране и за рубежом, Исаака Хаимовича Беккера. Отметим, что некоторые факты биографии П.А. Крылова изложены в более ранней работе [1].

Обе диссертации (кандидатскую в 1975 г. и докторскую в 1991 г.) Петр Андреевич защитил в Институте математики СО РАН. Оппонентами докторской диссертации выступили профессора А.В. Михалев, Ю.М. Рябухин и В.К. Харченко.

Научные интересы Петра Андреевича относятся к теории колец эндоморфизмов абелевых групп, абелевым группам с большим числом эндоморфизмов (транзитивные и вполне транзитивные группы и др.), группам расширений и гомоморфизмов абелевых групп, теории колец формальных матриц и колец инцидентности. В теории абелевых групп и теории колец и модулей он является одним из ведущих мировых специалистов.

Большой цикл работ П.А. Крылова посвящен исследованию абелевых групп как модулей над своими кольцами эндоморфизмов. В этих работах изучались группы, являющиеся плоскими, проективными, образующими и регулярными модулями над своими кольцами эндоморфизмов. Описаны нередуцированные эндорегулярные группы и эндорегулярные группы конечного ранга без кручения. Описаны абелевы группы A и B , такие что группа гомоморфизмов $\text{Hom}(A, B)$ является инъективным левым модулем над кольцом эндоморфизмов $E(B)$ группы B или инъективным правым модулем над кольцом эндоморфизмов $E(A)$ группы A . Для произвольных абелевых групп A и B найдены условия артиновости группы гомоморфизмов $\text{Hom}(A, B)$ как модуля над кольцом эндоморфизмов группы B или A . Выяснен вопрос, когда группа $\text{Hom}(A, B)$ алгебраически компактна.

Изучались также абелевы группы и модули с различными кольцевыми свойствами (наследственность, полупервичность, нетеровость), налагаемыми на их кольца эндоморфизмов, хопфовы и кохопфовы абелевы группы и модули. Наследственность кольца эндоморфизмов модуля A тесно связана с вопросом, когда подмодули A -свободных (A -проективных) модулей A -свободны (A -проективны). Получено обобщение теоремы Бэра–Колеттиса для модулей, включающее все известные ранее результаты. В классе групп без кручения с нетеровыми кольцами эндоморфизмов выполнение для группы теоремы Бэра равносильно наследственности и полупервичности ее кольца эндоморфизмов. Описаны эндообразующие группы без кручения конечного ранга, такая группа изоморфна прямой сумме проективных идеалов из центра ее кольца эндоморфизмов. Исследовался вопрос, когда группа автоморфизмов абелевой группы аддитивно порождает ее кольцо эндоморфизмов. Доказан интересный факт, что каждый эндоморфизм прямой суммы попарно изоморфных групп может быть представлен в виде суммы четырех ее автоморфизмов.

Петр Андреевич ввел в рассмотрение sr -группы (смешанные группы, которые естественным образом вкладываются в качестве чистых подгрупп в прямые произведения своих p -компонент). Им исследовались эндоплоская и эндопроективная размерности смешанных абелевых sr -групп. Получено полное описание эндопроективных и эндообразующих самомалых смешанных sr -групп конечного ранга без кручения, выяснены условия правой и левой наследственности кольца эндоморфизмов. Одновременно с профессором А.А. Фоминым П.А. Крыловым

было введено понятие кольца псевдорациональных чисел и показано, что всякая сама малая смешанная sr -группа конечного ранга без кручения является конечно-порожденным модулем над кольцом псевдорациональных чисел. Все это привело к открытию нового направления – теории модулей над этим кольцом и над различными его обобщениями, которое и сейчас продолжает активно развиваться.

Петром Андреевичем получены глубокие результаты по теории радикалов колец эндоморфизмов абелевых групп. Он перенес результаты Р.П. Пирса о радикале Джекобсона кольца эндоморфизмов примарной группы на группы без кручения и смешанные sr -группы. Им дана характеристика радикала Джекобсона кольца эндоморфизмов группы без кручения конечного ранга и вполне разложимой группы без кручения. Полностью выяснено, когда радикал Джекобсона кольца эндоморфизмов группы без кручения конечного ранга нильпотентен или равен нулю. Исследовались полупрimitивность колец эндоморфизмов и характеристики факторколец колец эндоморфизмов по модулю радикала Джекобсона.

Петр Андреевич распространил введенное И. Капланским понятие вполне транзитивной примарной абелевой группы на случай группы без кручения и получил ряд существенных и важных результатов по этим и близким к ним классам групп (транзитивные, сильно однородные, квазисервантно инъективные). Один из классов таких групп специалисты сейчас называют транзитивными по Крылову группами. Петр Андреевич получил описание счетных однородных вполне транзитивных групп без кручения и вполне транзитивных групп без кручения, совпадающих со своим псевдоцоклем. Он доказал, что любой топологический изоморфизм колец эндоморфизмов двух однородных вполне транзитивных групп без кручения индуцируется изоморфизмом этих групп. Доказал, что квазисервантно инъективная группа без кручения с циклическими p -базисными подгруппами является межпрямой суммой неразложимых квазисервантно инъективных групп, допускающих удовлетворительное описание. Показал, что сильно однородная группа без кручения A обладает интересным свойством групп ранга 1, а именно всякий элемент прямой суммы произвольного числа экземпляров группы A можно вложить в прямое слагаемое, изоморфное A . Серьезное значение для теории имеют построенные Петром Андреевичем примеры исследуемых групп, к каковому относится пример счетной суперразложимой (т.е. не имеющей ненулевых неразложимых прямых слагаемых) вполне транзитивной группы без кручения с нулевым псевдоцоклем. Получены разнообразные результаты о E -кольцах и E -модулях; ассоциативное кольцо R называется E -кольцом, если имеет место канонический изоморфизм самого кольца R с кольцом эндоморфизмов его аддитивной группы R^+ . Эти и другие результаты об абелевых группах изложены в монографиях [2–4].

Петром Андреевичем изучался вопрос, когда тензорное произведение $A \otimes C$ абелевых групп A и C является нетеровым модулем над кольцом эндоморфизмов группы A . Напомним, что аффинной группой модуля называется полупрямое расширение аддитивной группы модуля с помощью группы его автоморфизмов. Изучение аффинных групп модулей связано с теориями абелевых и некоммутативных групп, модулей и колец. В аффинной группе проявляется зависимость между структурой модуля и его аддитивной группы, группой модульных автоморфизмов и аддитивных. Петр Андреевич описал максимальные абелевы нормальные подгруппы аффинной группы и доказал, что операторные изоморфизмы

аффинных групп индуцируются изоморфизмами модулей. Он изучал автоморфизмы аффинной группы, не оставляющие модуль на месте, и нашел условия нехарактеристичности модуля в его аффинной группе. Им изучены условия, при которых группа расширений не имеет кручения. Для абелевых групп без кручения конечного ранга он получил ответ на задачу 11.51, поставленную А. Мадером в сборнике нерешенных проблем по теории групп, известном под названием Коуровской тетради, а также на проблему 43 из монографии [5]. В частности, доказано, что если A и B – группы без кручения конечного ранга, не имеющие циклических прямых слагаемых, то их группы расширений $\text{Ext}(A, C)$ и $\text{Ext}(B, C)$ изоморфны для любой группы C тогда и только тогда, когда группы A и B квазиизоморфны. Доказано также, что для редуцированных групп A и B без кручения конечного ранга существуют группы $C_1, \dots, C_n$ без кручения конечного ранга такие, что из квазиизоморфизма групп $\text{Hom}(A, C_i)$ и $\text{Hom}(B, C_i)$ при $i = 1, \dots, n$ следует квазиизоморфизм A и B .

Позже в совместном с профессором А.А. Туганбаевым цикле работ Петр Андреевич исследует модули над кольцами обобщенных (или формальных) матриц. Кольца формальных матриц привлекают большое внимание специалистов. Это естественно, поскольку такие кольца регулярно появляются в теории колец и модулей. В частности, они играют важную роль при изучении ряда классов артиновых колец и алгебр. Они также служат источником разнообразных примеров для общей теории колец и модулей. Так, класс колец формальных матриц порядка n совпадает с классом колец эндоморфизмов модулей, разложимых в прямую сумму n ненулевых слагаемых. Кольца формальных матриц порядка 2 часто называют кольцами контекста Мориты. В конкретных задачах могут появляться кольца формальных матриц любого порядка n . В общей теории обычно изучаются кольца матриц порядка 2, в основном по причине технического удобства. Случай $n > 2$ иногда можно в определенном смысле свести к случаю матриц порядка 2: кольцо формальных матриц порядка $n > 2$ изоморфно некоторому кольцу формальных матриц порядка k для каждого $k = 2, \dots, n - 1$. Существуют различные конструкции, позволяющие, наоборот, исходя из данного кольца формальных матриц, строить кольца формальных матриц большего порядка. П.А. Крыловым охарактеризованы инъективные, плоские, проективные и наследственные модули над кольцами обобщенных матриц. В ряде случаев вычислены группа Гротендика K_0 и группа Уайтхеда K_1 кольца обобщенных матриц, а также найдены связи этих групп с соответствующими группами исходных колец. Доказан следующий красивый результат: кольца формальных матриц $K_s(R)$ и $K_t(R)$ изоморфны в точности тогда, когда элементы s и t кольца R с точностью до автоморфизма отличаются на обратимый элемент. Введено понятие (коммутативного) определителя обобщенной матрицы и гомоморфизма Фробениуса между кольцами обобщенных матриц. Для колец формальных матриц над данным кольцом рассматривались (совместно с профессором А.А. Туганбаевым) задачи реализации и изоморфизма, описания групп автоморфизмов колец формальных матриц. Введено и изучено понятие определителя формальной матрицы над данным кольцом. Найдено строение группы автоморфизмов алгебры формальных матриц над данным кольцом. Группа автоморфизмов такой алгебры является полупрямым произведением нескольких подгрупп, состоящих из автоморфизмов с известным строением. Это достигается за счет того, что алгебра формальных матриц представляется как расщепляющее-

ся расширение некоторого нильпотентного идеала с помощью произведения обычных колец матриц. Данные подходы и результаты распространены на группы автоморфизмов произвольных колец формальных матриц.

В последнее время П.А. Крылов заинтересовался смежными вопросами теории категорий и теории модулей, алгебрами и коалгебрами инцидентности, их автоморфизмами и дифференцированиями. Алгебры инцидентности были введены в середине 1960-х гг. как естественная среда для изучения некоторых комбинаторных проблем, например для обобщений формулы обращения Мебиуса в теории чисел. Вскоре стало ясно, что этот объект интересен и сам по себе. В частности, он включает в себя произведение n копий кольца R и кольцо верхнетреугольных матриц над R . Существует тесная связь между алгебрами инцидентности и подалгебрами кольца матриц над полем. П.А. Крылов в соавторстве с А.А. Туганбаевым выполнил исследование автоморфизмов и дифференцирований алгебр и коалгебр инцидентности. В случае коалгебр важным оказалось то, что дуальная алгебра для коалгебры инцидентности изоморфна определенной алгебре инцидентности. П.А. Крыловым совместно с А.А. Туганбаевым получены различные результаты об идемпотентных функторах и локализациях в категориях модулей и абелевых групп. Установлено, что идемпотентные функторы и, в частности, локализации сохраняют кольцевые и модульные структуры. Введены стандартные идемпотентные функторы и стандартные локализации. С их помощью найдены локализации некоторых модулей и абелевых групп. Ими рассмотрены также стандартные колокализации модулей и двойственность в категории абелевых групп без кручения.

Петр Андреевич является соавтором книг [2–4, 7–15]. После известной переводной двухтомной монографии американского алгебраиста Л. Фукса [5] (в 2015 г. вышло новое издание [6]) книги [2, 3] являются наиболее полными и подробными энциклопедиями по теории колец эндоморфизмов абелевых групп и близких к ним классов модулей; эти книги, а также книга [11] стали настольными у большинства отечественных алгебраистов, занимающихся абелевыми группами. Кольца эндоморфизмов абелевых групп также рассматриваются в публикациях А.Г. Куроша [16], Д. Арнольда [17], К. Бенабдаллаха [18]. По своему содержанию работы А.Г. Куроша, Л. Фукса, К. Бенабдаллаха, Д. Арнольда и книги [2, 3] во многом дополняют друг друга; в [2, 3] представлены все основные направления теории колец эндоморфизмов, изложены как классические результаты, так и последние достижения и открытые проблемы; читатель подводится к переднему краю исследований. Отметим, что в [11] впервые систематизирован накопленный богатый и содержательный материал о модулях над (не обязательно коммутативными) областями дискретного нормирования. Книги [3, 11, 13] вышли также за рубежом: в Нидерландах [4], Германии [12, 14]. Работа [11] также опубликована в КНР на китайском языке.

П.А. Крылов является экспертом РФ (и ранее РФФИ) по алгебре. Неоднократно был членом оргкомитетов ряда математических конференций, рецензент нескольких математических журналов, оппонирует кандидатские и докторские диссертации. Он является членом редакционных коллегий научных журналов «Вестник Томского государственного университета. Математика и механика» и «Прикладная дискретная математика», председателем диссертационного совета НИ ТГУ 01.01 при Томском университете. Четверть века (1998–

2022) он заведовал кафедрой алгебры Томского государственного университета и руководил научным семинаром в ТГУ по алгебре.

Сорок восемь лет Петр Андреевич преподает в Томском университете, на высочайшем уровне читал и продолжает читать основные курсы лекций – алгебру, дискретную математику – для всех студентов ММФ ТГУ, а также разработал несколько специальных курсов для студентов-алгебраистов. Петр Андреевич – заботливый, чуткий и вместе с тем требовательный научный руководитель, десять его учеников успешно защитили кандидатские диссертации и один – докторскую (Е.А. Тимошенко). На сегодняшний день половина сотрудников кафедры алгебры ТГУ – прямые «научные потомки» Петра Андреевича.

За научно-педагогические и организаторские достижения Петр Андреевич награжден нагрудным знаком «Почетный работник высшего профессионального образования РФ», медалью «За заслуги перед Томским университетом», медалью «Д.И. Менделеев», юбилейной медалью «400 лет городу Томску», почетными грамотами с благодарностью администрации Томской области за большой вклад в развитие науки и высшего образования, дважды награждался премией Томского университета за высокие достижения в науке; П.А. Крылов – лауреат премии Томской области в сфере образования, науки, здравоохранения и культуры.

В высшей степени образованный и многосторонне одаренный человек, глубокий исследователь и знаток человеческой души, талантливейший педагог и добрый наставник, Петр Андреевич снискал глубокое уважение со стороны студентов и преподавателей механико-математического факультета Томского университета. Студенты мехмата отмечают, что Петр Андреевич, начиная с первых занятий, умеет расположить к себе, заронить искру интереса к алгебре, предлагая серьезные лекции и практические задачи, которые соединяют в себе крайнюю степень абстракции, изящество и какое-то манящее желание постигнуть этот уровень видения красоты математики, каким мастерски владеет их лектор. По-видимому, в этом и заключается искусство настоящего педагога – все очень трудное, с чем знакомит студентов Петр Андреевич, становится в его умелых руках и увлекательном изложении не столько легким, сколько интересным и впечатляющим. И трудности отступают.

Сотни выпускников мехмата признательны Петру Андреевичу за приобщение к служению математике, за глубокие знания. Академический стиль чтения лекций и математическая строгость изложения материала, присущие П.А. Крылову, формируют у студента совершенно правильное отношение к математике как науке, стремящейся к четко сформулированным принципам, индуктивной и дедуктивной доказательности, дисциплине, задающей образец научности.

Петр Андреевич обладает незаурядными личностными качествами. Талант ученого и педагога, жизненная мудрость, строгость и требовательность, открытость, доброта, необыкновенная работоспособность, широчайший кругозор, эрудиция, доскональное знание своего предмета, энергия и оптимизм, педантичность, умение работать с людьми, тактично и оперативно решать самые сложные проблемы, неизменно выбирая оптимальные стратегии для решения, готовность помочь, поддержать, способность увлечь студентов знаниями и научить их мыслить самостоятельно, доброжелательное, объективное и уважительное отношение к студентам и коллегам – все эти замечательные качества притягивают к нему людей и являются основой его успехов.

П.А. Крылов – большой любитель природы, сельского труда и ценитель душеполезного общения; теплое время года он проводит на даче в приятных садово-огородных хлопотах. И земля не томит ожиданием: по осени Петр Андреевич собирает богатый урожай ягод, плодов и овощей.

Редакционная коллегия журнала «Вестник Томского государственного университета. Математика и механика», коллектив и студенты механико-математического факультета, авторы заметки от всей души поздравляют Петра Андреевича с юбилеем, желают ему крепкого сибирского здоровья, творческого долголетия, счастья, радости от занятия любимой наукой и общения с близкими, коллегами и учениками.

Список источников

1. Гриншпон С.Я., Чехлов А.Р. Крылов Петр Андреевич (к 65-летию со дня рождения). Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 1 (21). С. 116–122.
2. Крылов П.А., Михалев А.В., Туганбаев А.А. Связи абелевых групп и их колец эндоморфизмов. Томск : Изд-во Том. ун-та, 2002.
3. Крылов П.А., Михалев А.В., Туганбаев А.А. Абелевы группы и их кольца эндоморфизмов. М. : Факториал Пресс, 2006.
4. Krylov P.A., Mikhalev A.V., Tuganbaev A.A. Endomorphism Rings of Abelian Groups. Dordrecht–Boston–London : Kluwer Academic Publishers, 2003.
5. Фукс Л. Бесконечные абелевы группы. М. : Мир, 1974. Т. 1; 1977. Т. 2.
6. Fuchs L. Abelian Groups. Cham : Springer, 2015. (Springer Monogr. Math.).
7. Крылов П.А., Туганбаев А.А., Чехлов А.Р. Задачи по теории колец, модулей и полей. М. : Факториал Пресс, 2007.
8. Крылов П.А., Туганбаев А.А., Чехлов А.Р. Упражнения по группам, кольцам и полям. Томск : Изд-во Том. ун-та, 2008.
9. Крылов П.А., Туганбаев А.А., Чехлов А.Р. Упражнения по группам, кольцам и полям. М. : Флинта, 2012, 2017.
10. Крылов П.А., Туганбаев А.А., Чехлов А.Р. Задачи и упражнения по основам общей алгебры. М. : Флинта, 2012, 2017.
11. Крылов П.А., Туганбаев А.А. Модули над областями дискретного нормирования. М. : Факториал Пресс, 2006.
12. Krylov P.A., Tuganbaev A.A. Modules over Discrete Valuation Domains. Berlin : Walter de Gruyter, 2008, 2018.
13. Крылов П.А., Туганбаев А.А. Кольца формальных матриц и модули над ними. М. : МЦНМО, 2017.
14. Krylov P., Tuganbaev A. Formal Matrices. Berlin : Springer-Verlag, 2017.
15. Крылов П.А., Туганбаев А.А. Кольца инцидентности: автоморфизмы и дифференцирования. М. : Флинта, 2023.
16. Курош А.Г. Теория групп. М. : Наука, 1967.
17. Arnold D. Finite rank torsion-free Abelian groups and rings. Berlin ; New York : Springer-Verlag, 1982. (Lecture Notes Math.; v. 931).
18. Benabdallah K. Groupes abéliens sans torsion. Montréal, Qué. : Presses de l'Université de Montréal, 1981.

А.А. Туганбаев, Е.А. Тимошенко, А.А. Фомин, А.В. Царев,
А.Р. Чехлов, Е.В. Кайгородов, Ц.Д. Норбосамбуев