

Научная статья

УДК 539.422.53

doi: 10.17223/19988621/88/8

Численное исследование направления роста трещины в квазихрупком материале в градиентном поле температуры

Андрей Васильевич Заболотский¹, Андрей Иванович Дмитриев²

¹ ООО «Группа “Магнезит”», Сатка, Россия

^{1,2} Институт физики прочности и материаловедения Сибирского отделения РАН,
Томск, Россия

² Томский государственный университет, Томск, Россия

¹ zabolotsky@bk.ru

² dmitr@ispms.ru

Аннотация. Исследуется процесс роста трещины эллиптической формы в квазихрупком материале, находящемся в градиентном поле температуры. Предполагается, что упругие свойства материала имеют температурную зависимость, что характерно для материалов, находящихся вблизи температуры плавления. Показано, что в зависимости от ориентации оси трещины относительно направления температурного градиента возможны торможение, изменение направления роста трещины либо возникновение вторичных трещин в окрестности вершины основной трещины. Полученные расчетные результаты были успешно валидированы экспериментом по термическому разрушению блоков пресноводного льда.

Ключевые слова: хрупкое разрушение, температура плавления, расчет траектории трещин, предплавление

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта № 22-19-00688, <https://rscf.ru/project/22-19-00688>).

Для цитирования: Заболотский А.В., Дмитриев А.И. Численное исследование направления роста трещины в квазихрупком материале в градиентном поле температуры // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2024. № 88. С. 94–110. doi: 10.17223/19988621/88/8

Original article

Numerical study of the crack growth direction within a quasi-brittle material in a gradient temperature field

Andrey V. Zabolotskiy¹, Andrey I. Dmitriev²

¹ Magnezit Group, Satka, Russian Federation

^{1,2} Institute of Strength Physics and Materials Science of the Siberian Branch
of the Russian Academy of Sciences, Tomsk, Russian Federation

² Tomsk State University, Томск, Россия

¹ zabolotsky@bk.ru

² dmitr@ispms.ru

Abstract. The elliptical crack growth in a quasi-brittle material located in a gradient field of temperature next to the melting temperature for the thermodynamic phases of the material is studied. The elastic properties of the material are assumed to have an obvious dependence on temperature. This is typical for materials located close to the melting point. To determine the direction of crack growth, a gradient strain criterion is introduced, which assumes crack growth from the point of maximum elastic strain of the material toward its minimum. Depending on the orientation of the crack axis relative to the direction of the temperature gradient, the crack retardation, the change of the crack growth direction, or the appearance of secondary lateral cracks in the vicinity of the main crack tip are possible. The calculated results and the admissibility of applying the introduced criterion have been successfully validated by an experiment with thermal fracture of freshwater ice blocks. As a result, the phenomena predicted by finite element calculations have also been discovered experimentally.

Keywords: brittle fracture, melting temperature, crack trajectory calculation, premelting

Acknowledgments: This work is partially supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 22-19-00688).

For citation: Zabolotskiy, A.V., Dmitriev, A.I. (2024) Numerical study of the crack growth direction within a quasi-brittle material in a gradient temperature field. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 88. pp. 94–110. doi: 10.17223/19988621/88/8

Введение

Плавление поликристаллических материалов происходит в некотором интервале температур, зависящем в том числе от размеров зерен, составляющих материал [1], причем нижняя граница интервала находится ниже температуры плавления монокристалла данного вещества. Причина этого – поверхностные эффекты плавления, приводящие к появлению жидкой фазы на границах зерен при температурах существенно ниже точки плавления [2], что может стать причиной проскальзывания и вращения зерен или их агрегатов относительно друг друга. В результате изменяются интегральные упругие характеристики массивного материала, он проявляет особые механические свойства вблизи температуры плавления – так называемый «эффект предплавления», или ползучесть [3–5].

Изменение упругих свойств материала также влияет на эволюцию трещин, что может выражаться в изменении не только скорости их роста, но и направления. Учет этого фактора важен, например, для анализа термического разрушения материалов такого класса, как огнеупоры, которые применяются в качестве ограждения для осуществления высокотемпературных процессов в промышленности, часто протекающих при температуре более 1 500°C.

Огнеупоры представляют собой квазихрупкие при обычных условиях керамические материалы. Однако при температуре эксплуатации, близкой к температуре плавления материала или его отдельных компонентов, огнеупорные материалы за счет эффекта предплавления проявляют пластические свойства [5–7]. При

этом распространенной является ситуация, когда вблизи рабочей (горячей) поверхности имеет место пластическая деформация, а на противоположной стороне наблюдается хрупкое растрескивание [8].

Непосредственное наблюдение разрушения огнеупорных футеровок при эксплуатации невозможно вследствие высокой температуры. Для исследования динамики разрушения огнеупоров наиболее эффективным представляется использование методов компьютерного моделирования [9–11]. Эффективность численной модели будет определяться тем, насколько точно результаты моделирования согласуются с данными эксперимента. Поскольку рабочие условия огнеупорных футеровок являются экстремальными, экспериментальная валидация численной модели может быть проведена на материалах, которые проявляют подобные эффекты предплавления, но при более низких температурах. К таким материалам относятся, например, пресноводный лед в интервале температур от -5 до 0°C [12–15].

Цель работы – изучение характера напряженно-деформированного состояния (НДС) в окрестности вершины трещины, а также влияния ориентации трещины по отношению к градиенту температурного поля на особенности ее роста. Исследования выполнены с использованием метода конечных элементов с экспериментальной валидацией численной модели на примере анализа характера разрушения пресноводного льда.

Описание численной модели

Рассматривался трехмерный образец квазихрупкого материала ортогональной формы конечных размеров, находящийся в температурном поле, обладающем выраженным градиентом. Одна часть образца находилась в условиях относительно низкой температуры («холодная» часть), а противоположная – вблизи температуры плавления («горячая» часть). Модуль упругости и коэффициент Пуассона моделируемого материала в условиях его приближения к температуре плавления описывали линейными зависимостями, что является распространенной практикой для моделирования НДС при переменных температурах [16–19]:

$$\begin{cases} E = -k_1(T - T_0) + C_1 \\ \vartheta = k_2(T - T_0) + C_2 \end{cases}, \quad (1)$$

где E – модуль упругости, ϑ – коэффициент Пуассона, k_1 и k_2 – положительные коэффициенты (знак «минус» показывает обратно пропорциональную зависимость), T_0 – температура нижней границы интервала предплавления, C_1 и C_2 – константы, численно равные показателям свойств материала в «холодном» состоянии (при температуре ниже проявления эффектов предплавления).

Характеристики огнеупорного материала на основе оксида магния – одного из основных огнеупорных материалов, применяемых при производстве сталей, для которого изменение упругих характеристик в результате предплавления происходит в интервале температур $1\ 350$ – $1\ 450^{\circ}\text{C}$, – приведены в табл. 1. Считалось, что характеристики материала в температурном интервале меняются линейно.

В качестве геометрической модели рассматривалась эллиптическая трещина конечных размеров, представляющая собой сектор эллипсоида вращения, в сплошном твердом теле, находящаяся под действием сжимающей нагрузки интенсивностью $P = 30$ МПа, направленной параллельно длинной оси трещины. Противоположная грань образца с трещиной была закреплена, причем допускалась

деформация материала в плоскости закрепления (рис. 1). Перемещения перпендикулярно плоскости закрепления (обозначена стрелками снизу) были запрещены.

Таблица 1

Характеристики периклазового огнеупора вблизи температуры эксплуатации

Свойства	Значения	
	При температуре менее 1 350°C	При температуре более 1 450°C
Модуль упругости, Па	10^{11}	10^{10}
Коэффициент теплового расширения 1/°C	10^{-5}	
Коэффициент Пуассона	0.15	0.45
Плотность, кг/м ³	3 000	

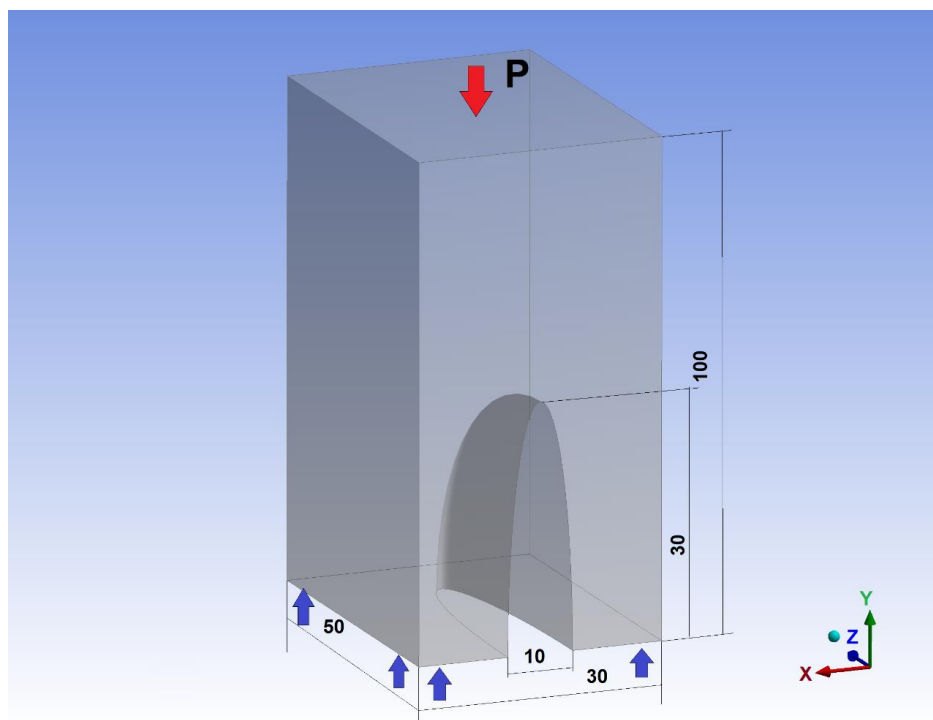


Рис. 1. Схема модельного образца с эллиптической трещиной

Fig. 1. Design of a sample with an elliptical crack

Рассматривали два предельных случая положения оси трещины: параллельно и перпендикулярно градиенту температурного поля. Соответствующие температурные поля приведены на рис. 2. Температурное поле определяли путем решения уравнения теплопроводности с граничными условиями первого и третьего рода. НДС возникало за счет собственного теплового расширения материала. Материал считали хрупким, поэтому рост трещин рассматривали как результат нормального отрыва. Критерием начала роста трещины было превышение одним

из главных напряжений критического значения. Для численного анализа направления роста трещины использовался градиентный деформационный критерий, суть которого заключается в следующем: направление развития трещины при наличии градиента поля упругих деформаций происходит в направлении от их максимума к минимуму [20]:

$$a\vec{c} = -grad(\epsilon), \quad (2)$$

где a – параметр, связывающий приращение длины трещины с уровнем упругой деформации в окрестности ее вершины, $\vec{c}$ – вектор, определяющий направление роста, ϵ – максимальные нормальные упругие деформации материала, являющиеся основной причиной разрушения для хрупкого тела.

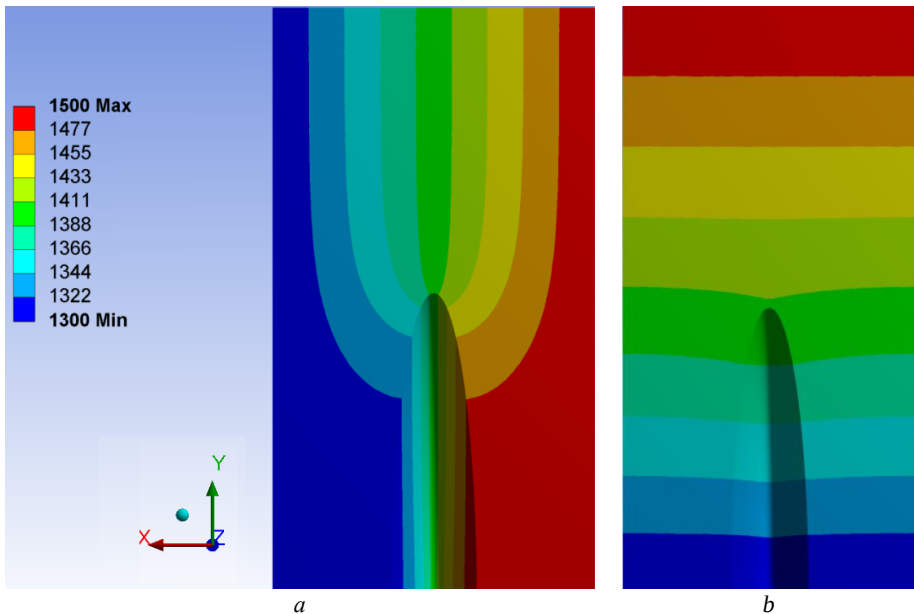


Рис. 2. Распределение температуры (°C) в образце, когда ось трещины была перпендикулярна (a) и параллельна (b) градиенту температуры.

Здесь и далее представлен вид сбоку в плоскости XZ

Fig. 2. Temperature (°C) distribution within a sample with a crack axis (a) perpendicular and (b) parallel to the temperature gradient. Hereinafter, a side view in XZ-plane is presented

Ранее подобный критерий был использован [21] для определения момента времени и локализации области разрушения для силикатных стекол при интенсивном теплообмене при низких температурах, но не использовался для определения направления распространения трещин.

Все расчеты были выполнены методом конечных элементов в среде программного комплекса Ansys Mechanical R15.0. Расчетная сетка состояла из тетраэдрических элементов, а их количество – 1,1 млн – выбиралось из условия сходимости численного решения. Расчеты, выполненные на сетках с содержанием от 0,2 до 2,2 млн конечных элементов, показали, что увеличение числа элементов сверх 1 млн не приводит к изменению значений параметров НДС в контрольных точках

более чем на 2%. В работе были использованы стандартные процедуры построения сеток, предусмотренные программным комплексом.

Результаты численного моделирования

Нагружение сжатием хрупких материалов в направлении оси трещины при отсутствии дополнительных термических напряжений (градиента температуры) вызывает ее рост вдоль оси приложения нагрузки [22, 23]. При этом ось трещины является осью симметрии для эпюры характеристик НДС (например, упругих деформаций) в окрестности вершины трещины.

На рис. 3 приведено поле упругих деформаций в окрестности вершины трещины для материала с постоянными значениями упругих свойств (контрольный случай) в рассмотренном поле температур. При этом задача решалась в стационарной постановке, когда температурное поле объекта в процессе счета оставалось неизменным. За счет температурных деформаций тела (горячая сторона расширяется сильнее) нарушается симметрия поля упругих деформаций в случае, представленном на рис. 3, *a*. Согласно выбранному градиентному деформационному критерию, следует ожидать отклонения направления роста трещины от первоначального в сторону менее растянутой области материала, т.е. в сторону меньшей температуры. В случае если трещина растет вдоль направления градиента температуры, изменения траектории ее роста не наблюдается (рис. 3, *b*).

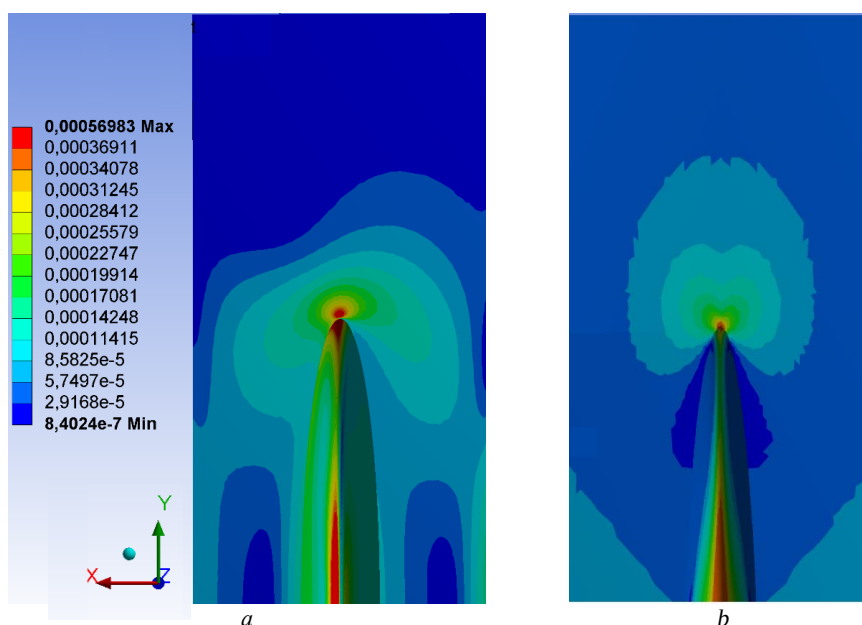


Рис. 3. Распределение упругих деформаций в окрестности вершины трещины в образце для случая, когда ось трещины была перпендикулярна (*a*) и параллельна (*b*) градиенту температурного поля. Упругие характеристики материала не зависят от температуры

Fig. 3. Distribution of elastic strains near the crack tip within a sample with a crack axis (*a*) perpendicular and (*b*) parallel to the temperature gradient. The elastic characteristics of the material do not depend on temperature

При развитии трещины в материале, обладающем упругими свойствами, зависящими от температуры, при наличии ее градиента (см. рис. 2) картина упругих деформаций будет существенно отличаться от приведенной на рис. 3. На рис. 4 представлены эпюры упругих деформаций материала, свойства которого приведены в табл. 1, а граничные условия сформулированы выше.

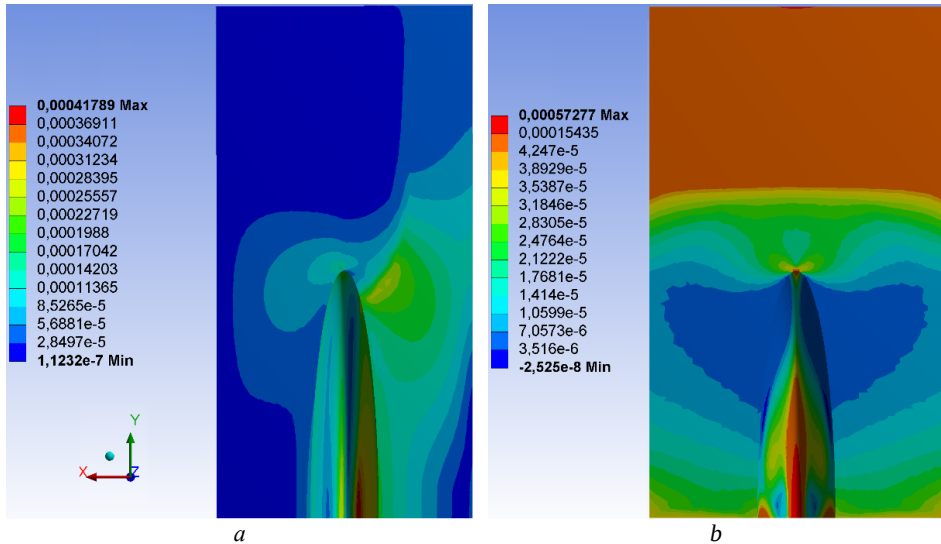


Рис. 4. Упругие деформации в окрестности вершины трещины в материале, обладающем температурной зависимостью упругих свойств, в случае, когда ось трещины была перпендикулярна (а) и параллельна (б) градиенту температурного поля

Fig. 4. Elastic strains near the crack tip in a material with temperature-dependent elastic properties in the case when the crack axis is (a) perpendicular and (b) parallel to the temperature gradient

При росте трещины вдоль градиента температуры (рис. 4, б) перед и позади вершины трещины, в окрестности которой растяжения максимальны, формируются зоны умеренных растяжений, при этом максимальные градиенты упругой деформации направлены противоположно направлению роста трещины в зону малых растяжений и сжатия, расположенную позади вершины. Это может приводить к торможению роста трещины в рассмотренных условиях.

Особенностью роста трещины перпендикулярно градиенту температуры (см. рис. 2, а) в материале со свойствами, зависящими от температуры, является появление локальной зоны растяжения в окрестности вершины трещины позади нее (область на рис. 4, а справа ниже вершины трещины). Градиент упругих деформаций в самой вершине трещины направлен вдоль ее оси таким образом, что отклонение траектории роста трещины от прямолинейной, согласно выбранным критериям, не прогнозируется. Дополнительная напряженная зона при рассмотрении ее в сечении, параллельном плоскости XZ на рис. 4 (перпендикулярно плоскости изображения), позволяет выявить максимальный градиент упругих деформаций и направления развития дополнительных трещин в этой окрестности. Такая эпюра приведена на рис. 5, а (линией показано направление максимального градиента упругой деформации в этой области, совпадающее с прогно-

зируемым направлением роста дополнительной боковой трещины). На рис. 5, *b* приведена эпюра температурного поля в этом сечении. Соответственно, следует ожидать роста вторичных трещин в окрестности вершины основной трещины в направлении горячей стороны образца – в область более пластичных характеристик материала. В случае объединения основной и вторичных трещин возникает картина ветвления основной трещины.

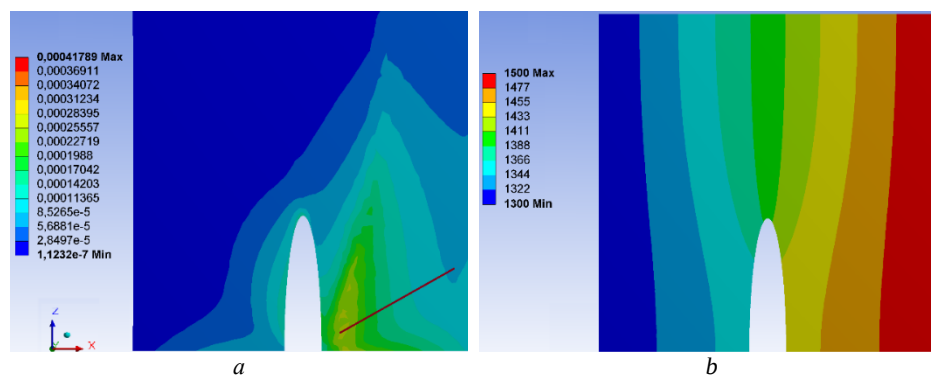


Рис. 5. Упругие деформации (*a*) и температура, °C (*b*) в сечении локального максимума деформаций в окрестности вершины трещины в материале с температурно-зависимыми упругими свойствами в градиентном поле температуры

Fig. 5. (a) Elastic strains and (b) temperature (°C) in the section with the local maximum of strains near the crack tip in a material with temperature-dependent elastic properties in a gradient temperature field

Расчетом НДС окрестности вершины трещины в квазихрупком материале при температуре, близкой к температуре плавления, в том числе при наличии температурного градиента, показано, что в зависимости от взаимной ориентации оси эллиптической трещины и градиента температуры возможны различные сценарии роста трещины в этих условиях. Для проверки полученных результатов был проведен эксперимент по термическому разрушению блоков пресноводного льда, который обладает соответствующим свойством – изменяет свои упругие характеристики аналогично огнеупорным материалам с хрупких на пластичные в узком интервале температур, близком к температуре плавления.

Экспериментальная валидация модели и обсуждение результатов

Для экспериментальной валидации численной модели анализировались закономерности разрушения образцов пресноводного льда, находящегося в условиях неравномерного нагрева. Льду, как и огнеупорным керамкам, свойственно проявление эффекта «предплавления» при более низких температурах (от -5 до 0°C). При этом упругие характеристики льда имеют выраженную температурную зависимость вблизи температуры плавления. Так, в работе [8] приводятся данные о двукратном снижении значений модуля упругости льда при повышении температуры от -20 до -5°C , а по данным [12–14] изменения модуля упругости могут достигать порядка величины. Соответственно, при нагревании льда до температур, близких к температуре плавления, следует ожидать возникновения в матери-

але областей, для которых не характерен хрупкий характер трещинообразования. Кроме того, лед оптически прозрачен, что позволяет исследовать направление и структуру трещин визуально. Свойства льда, использованные в дальнейших расчетах [24–30], приведены в табл. 2. Для приготовления льда использовалась водопроводная вода стандартного качества для Санкт-Петербурга, свойства которой по данным ежемесячного контроля ГУП «Водоканал Санкт-Петербурга» приведены в [31]. Видимые трещины в блоках на момент начала опытов отсутствовали.

Таблица 2

Характеристики льда вблизи температуры плавления

Свойства	Значение	
	При температуре -20°C	При температуре $-5 \dots 0^{\circ}\text{C}$
Модуль упругости, Па	$7 \cdot 10^9$	$7 \cdot 10^8$
Коэффициент теплового расширения $1/^{\circ}\text{C}$	$5,1 \cdot 10^{-5}$	
Коэффициент Пуассона	0.3	0.45
Плотность, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$	920	
Теплопроводность, $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	2.4	
Теплоемкость, $\text{кДж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	1.9	

Схема теплового нагружения ледяного образца показана на рис. 6. Нагрев участков 2 и 4, ширина которых соизмерима с высотой блока, считали «точечным» нагревом. Нагрев области 3 – «локальным» нагревом. Нагрев всей стороны (участок 1) – односторонним нагревом. Область 5, приведенная на фото, является областью роста трещин.

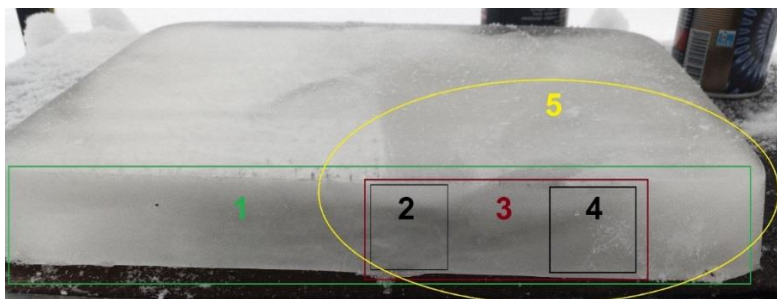


Рис. 6. Схема теплового нагружения образца льда. Пояснения приведены в тексте
Fig. 6. Scheme of thermal loading of an ice sample. Explanations are given in the article

В ходе эксперимента нагрев одной грани ледяного образца или ее небольшого участка проводился следующим образом. На нагреваемую площадку устанавливали металлическую прокладку, которую в дальнейшем нагревали пламенем газовой горелки. Температурное поле в объеме блока и поля параметров НДС определяли расчетным путем методом конечных элементов в среде ANSYS Mechanical R15.0 в нестационарной постановке. При этом на нагреваемой поверхности использовали температурное условие третьего рода, а для имитации тесных условий – условие непересечения для одной или нескольких граней блока. Анализ возможных направлений роста трещин проводился в момент достижения

расчетными значениями напряжений критической величины (предела прочности льда при растяжении). Тепловая и механическая задачи решались следующим образом. Первоначально для определенных моментов времени выполнялся расчет температурного поля, после чего для этих же моментов времени определялись упругие термические деформации блоков. Таким образом, рассчитанное температурное поле являлось одним из исходных данных для решения механической задачи.

Блок во время эксперимента опирался на неподвижное металлическое основание, которое не препятствовало его расширению в других направлениях. Также проводили эксперименты в стесненных условиях, например при боковом и тыльном зажатии блока.

Разрушение (трещинообразование) происходило в течение 5–20 с от начала нагрева, при этом плавление льда было локальным и незначительным: изменение толщины блока за счет плавления как при нагреве всей грани, так и при точечном не превышало нескольких миллиметров. Результат разрушения фотографировали и проводили численное моделирование НДС для условий эксперимента.

В условиях эксперимента наблюдали остановку трещин вблизи нагретой поверхности, которая была предсказана расчетами (см. рис. 3, 4). Фотография трещины, остановившейся у нагретой поверхности, приведена на рис. 7 (горизонтальными стрелками обозначены вершины остановившихся трещин, а вертикальными – граница зоны нагрева; плоскость изображения на рис. 7 совпадает с плоскостью максимального размера на рис. 6). Локальный нагрев проводился на участке 3, обозначенном на рис. 6.

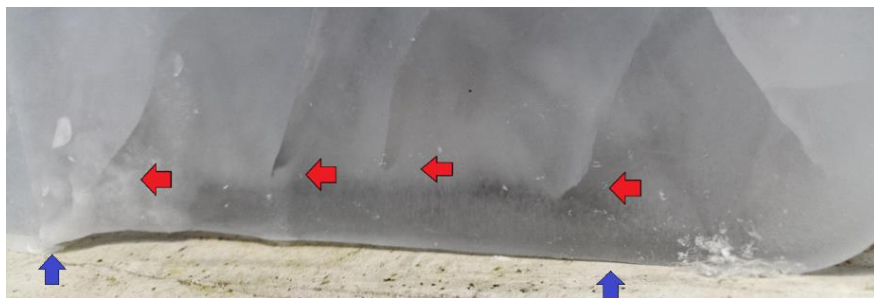


Рис. 7. Пример остановки трещин у нагретой поверхности
Fig. 7. An example of the arrest of cracks near the heated surface

Кроме того, наблюдалось ветвление (образование вторичных) трещин вблизи нагретой поверхности, согласно результатам расчета, приведенным на рис. 4, а и 5, а, предсказывающим возможность возникновения вторичных боковых трещин в окрестности вершины основной трещины. На рис. 8 представлена эпюра упругих деформаций для определения направления роста основной трещины в блоке льда при его несимметричном точечном нагреве на площадке 2 (см. рис. 6). Рассмотрено пять альтернативных направлений роста трещин, для которых определены величины градиента деформации. При этом момент времени определялся на основе экспериментальных данных [32, 33], согласно которым предел упругости льда достигается при деформациях 0.05–0.1%. Градиент упругих деформаций определялся в нескольких равномерно распределенных точках предполагаемой

траектории роста трещины, после чего вычислялось среднее значение по каждому из направлений. Средние и фактически измеренные значения градиента упругих деформаций для рассмотренных направлений приведены в табл. 3.

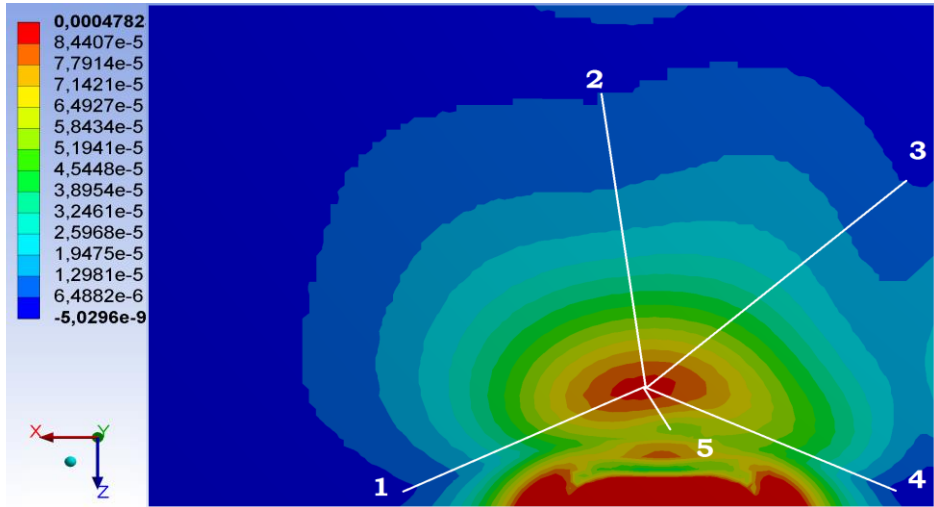


Рис. 8. Упругие деформации блока льда при несимметричном точечном нагреве. Сечение, параллельное плоскости XZ (см. рис. 7). Белыми цифрами и линиями обозначены возможные направления роста трещин

Fig. 8. Elastic strains of the ice block exposed to the asymmetric spot heating. The section is parallel to XZ-plane (Fig. 7). White numbers and lines indicate possible directions of the crack growth

Таблица 3

Градиенты упругих деформаций для альтернативных направлений роста трещин, мм/мм²

Измерение	Номер направления				
	1	2	3	4	5
1	0.00078	0.00136	0.00105	0.00094	0.00157
2	0.00059	0.00042	0.00039	0.00099	0.00158
3	0.00042	0.00084	0.00078	0.00093	0.00105
4	0.00041	0.00019	0.00021	0.00081	0.00099
Среднее	0.00055	0.00070	0.00061	0.00092	0.00130

Максимальное значение градиента определено для направления 5, однако в этом направлении наблюдается немонотонное изменение характера деформаций (снижение растягивающей нагрузки изменяется на ее возрастание); кроме того, данное направление роста трещины совпадает с градиентом температуры (соответственно, упругие характеристики материала в данном направлении изменяются в сторону повышения его пластичности).

Вид фактически образовавшихся трещин при несимметричном точечном нагреве блока льда, расчет НДС которого приведен на рис. 8, показан на рис. 9. Сплошными стрелками, направленными вниз, обозначена основная трещина, направление роста которой совпадает с расчетными результатами в случае при-

менения деформационного градиентного критерия для определения траектории разрушения (направление 4 на рис. 8). Горизонтальными сплошными стрелками обозначены вторичные трещины (боковые ответвления основной трещины) за счет роста из локальных максимумов упругих деформаций в окрестности вершины основной трещины (рис. 4, а и 5, а). Сплошными стрелками, направленными вверх обозначены границы области локального нагрева материала. Направление осмотра на рис. 9 вверху совпадает с осью Y на рис. 6, а на рис. 9 внизу – с осью Z на рис. 8.

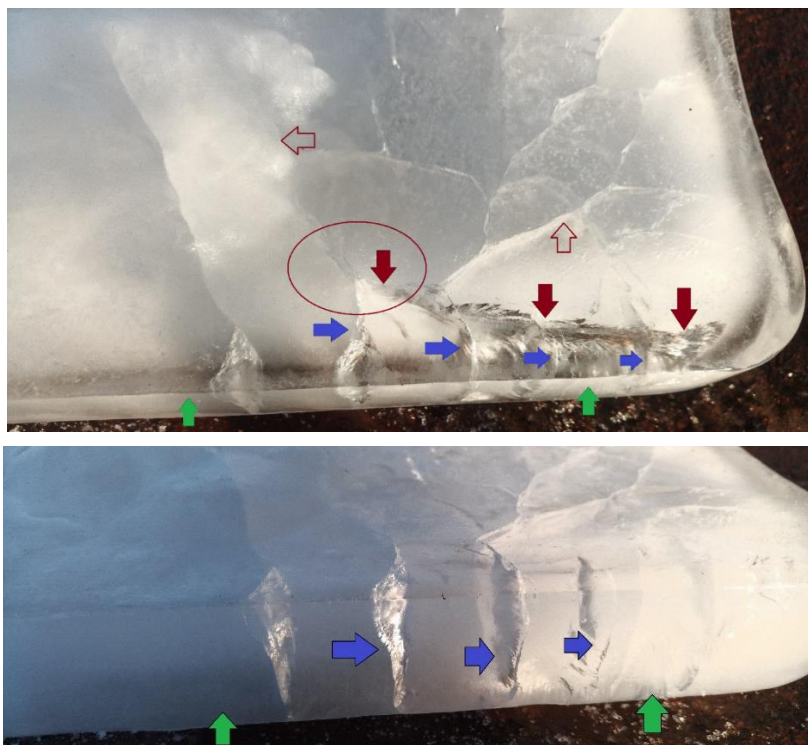


Рис. 9. Вид трещин, образовавшихся при несимметричном точечном нагреве блока пресноводного льда. Описание в тексте

Fig. 9. Type of cracks arising during the asymmetric spot heating of a freshwater ice block. Description is presented in the article

Отметим, что на рис. 9 вверху видны также трещины, идущие в направлениях 2 и 3 (см. рис.8), обозначенные контурами стрелок. Овалом на рисунке выделена область локального максимума растяжений.

Таким образом, экспериментальные результаты на примере блоков пресноводного льда продемонстрировали соответствие фактического расположения трещин ранее сформулированным предположениям (на основе численного моделирования) о совпадении направления роста термических трещин с максимальным градиентом упругой деформации материала. Расчетным путем обоснованы возможность и механизм возникновения вторичных боковых трещин в окрестности вершины основной трещины, направленных в сторону увеличения пластичности материала

(в сторону нагретой поверхности). Кроме того, экспериментально показано, что при температуре материала, близкой к температуре плавления, возможны ветвление вследствие образования вторичных трещин и остановка роста трещины в области материала, где наблюдается эффект предплавления с изменением упругих свойств материала.

Заключение

Методами численного моделирования исследованы особенности роста трещин в квазихрупких материалах при температурах, близких к температуре фазового перехода (плавления), который сопровождается изменением упругих характеристик материала и формированием градиентного распределения свойств. Показано, что в этом случае в зависимости от направления градиента температуры и упругих свойств возможно либо торможение роста трещины, либо появление боковых ответвлений (вторичных трещин) в окрестности вершины основной трещины, направленных в сторону более пластичной (нагретой) области материала. При отсутствии градиента свойств предсказано изменение траектории роста трещины в противоположную сторону – к «холодной» грани образца. На блоках пресноводного льда, проявляющего изменение упругих характеристик вблизи точки плавления, успешно проведена валидация полученных результатов моделирования.

Список источников

1. *Соболев Р.Н.* Температурный интервал плавления кристаллического вещества // Доклады Академии наук. 2017. Т. 473, № 3. С. 351–354.
2. *Гусаров В.В., Суворов С.А.* Температура плавления локально-равновесных поверхностных фаз в поликристаллических системах на основе одной объемной фазы // Журнал прикладной химии. 1990. Т. 63, № 8. С. 1689–1694.
3. *Ролов Б.Н., Юркевич В.Э.* Физика размывных фазовых переходов. Ростов н/Д : РГУ, 1983.
4. *Уббеллоде А.* Плавление и кристаллическая структура. М. : Мир, 1969.
5. *Stueckelschweiger M., Gruber D., Jin S., Harmuth H.* Creep testing of carbon containing refractories under reducing conditions // *Ceramics International*. 2019. V. 45 (8). P. 9776–9781. doi: 10.1016/j.ceramint.2019.02.013
6. *Бакунов В.С., Лукин Е.С., Сысоев Э.П.* Длительная прочность плотной поликристаллической оксидной керамики до 1 600°C // Новые огнеупоры. 2015. № 7. С. 34–41.
7. *Заболотский А.В.* Математическое моделирование термостойкости оксида магния // Новые огнеупоры. 2011. № 6. С. 90–98.
8. *Zabolotskiy A.V., Turchin M.Y., Khadyev V.T., Migashkin A.O.* Numerical investigation of refractory stress-strain condition under transient thermal load // *AIP Conference Proceedings*. 2020. V. 2310. Art. 020355. doi: 10.1063/5.0034479
9. *Dmitriev A.I., Nikonov A.Yu., Österle W.* Molecular dynamics sliding simulations of amorphous Ni, Ni–P and nanocrystalline Ni films // *Computational Materials Science*. 2017. V. 129. P. 231–238. doi: 10.1016/j.commatsci.2016.12.039
10. *Dmitriev A.I., Nikonov A.Y., Shugurov A.R., Panin A.V.* Numerical study of atomic scale deformation mechanisms of Ti grains with different crystallographic orientation subjected to scratch testing // *Applied Surface Science*. 2019. V. 471. P. 318–327. doi: 10.1016/j.apsusc.2018.12.021

11. Shugurov A.R., Panin A.V., Dmitriev A.I. Multiscale Fracture of Ti-Al-N Coatings under Uniaxial Tension // Physical Mesomechanics. 2021. V. 24. P. 185–195. doi: 10.1134/S102995921020089
12. Марченко А.В., Карулин Е.Б., Чистяков П.В. Экспериментальное определение упругих характеристик морского ледяного покрова // Вести газовой науки : научно-технический сборник. 2020. Т. 45, № 3. С. 129–140.
13. Войнов Г.Н. Приливные явления и методология их исследований в шельфовой зоне арктических морей (на примере Карского и северо-восточной части Баренцева морей) : автореф. дис. ... д-ра геогр. наук. СПб., 2003.
14. Зубакин Г.К., Дмитриев Н.Е., Войнов Г.Н., Нестеров А.В., Виноградов Р.А. Динамика вод и льдов Печорского моря по экспериментальным данным // Труды RAO-03, Санкт-Петербург, 16–19 сентября 2003. С. 300–303.
15. Степанов И.В., Кубышкин Н.В. Результаты многолетних экспедиционных исследований физико-механических свойств льдов Печорского моря // Труды RAO-03, Санкт-Петербург, 16–19 сентября 2003. С. 194–197.
16. Артемов М.А., Барановский Е.С., Бердзенишвили Г.Г., Семка Э.И., Фатхудинов Д.Б. О нейтральном нагружении диска при тепловом и силовом воздействиях // Инженерный вестник Дона. 2018. № 2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-neytralnom-nagruzhenii-diska-pri-teplovom-i-silovom-vozdeystviyah/viewer>
17. Коноплин Н.А. Температурная зависимость параметров упругости железа // Природообустройство. 2009. № 4. С. 99–101.
18. Еришова А.Ю., Мартыросов М.И. Экспериментально-теоретические исследования дисперсно-упрочненных композитов применительно к задачам аэрокосмической промышленности. // Труды МАИ. 2016. № 89. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/eksperimentalno-teoreticheskie-issledovaniya-dispersno-uprochnennyh-kompozitov-primenitelno-k-zadacham-aerokosmicheskoy>
19. Токий Н.В., Токий В.В., Пилипенко А.Н., Письменова Н.Е. Температурная зависимость модулей упругости субмикрокристаллической меди // Физика твердого тела. 2014. № 5. С. 966–969.
20. Григорьев А.С., Данильченко С.В., Заболотский А.В., Мигашкин А.О., Турчин М.Ю., Хадыев В.Т. Особенности разрушения футеровок в оборудовании разного размера // Новые огнеупоры. 2022. № 12. С. 3–11.
21. Kuliev V.D., Morozov E.M. The gradient deformation criterion for brittle fracture // Doklady Physics. 2016. V. 61. P. 502–504. doi: 10.1134/S1028335816100062
22. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Модель хрупкого разрушения пористых материалов при сжатии // Математическое моделирование систем и процессов. 2009. № 17. С. 47–58.
23. Заболотский А.В., Мигашкин А.О., Григорьев А.С., Дмитриев А.И., Турчин М.Ю., Хадыев В.Т., Шилько Е.В. Моделирование зарождения трещин в материалах с регулярно расположенными сферическими порами в условиях многоосного нагружения // Новые огнеупоры. 2023. № 3. С. 13–20.
24. Войтковский К.Ф. Механические свойства льда. М. : Изд-во АН СССР, 1960.
25. Близяк Е.В. Инженерная гидрология. М. : Речиздат, 1939.
26. Сериков М.И. Определение модуля упругости льда резонансным методом // Проблемы Арктики. 1959. № 6. С. 81–87.
27. Богородский В.В., Гаврило В.П., Гусев А.В. О нелинейных эффектах при разрушении льда в жидкости. М. : Транспечать, 1970. (Труды ААНИИ).
28. Иванов Б.Д. Тепловое расширение гексагонального льда // Вестник Якутского государственного университета. 2009. Т. 6, № 4. С. 35–39.
29. Чубик И.А. Маслов А.М. Справочник по теплофизическим характеристикам пищевых продуктов и полуфабрикатов. М. : Пищевая промышленность, 1970.
30. Волков А.И., Жарский И.М. Большой химический справочник. М. : Сов. школа, 2005.

31. Данные текущего контроля качества воды ГУП «Водоканал Санкт-Петербурга». URL: https://www.vodokanal.spb.ru/vodosnabzhenie/kachestvo_vody/
32. Li L., Shkhinek K. The ultimate bearing capacity of ice beams // Magazine of Civil Engineering. 2013. V. 1 (36). P. 65–74. doi: 10.5862/MCE.36.8
33. Sodhi D.S. Vertical penetration of floating ice sheets // International Journal of Solid and Structures. 1998. V. 35 (32). P. 4275–4294.

References

1. Sobolev R.N. (2017) The temperature range of melting of crystalline material. *Doklady Earth Sciences*. 473(1). pp. 367–370. doi: 10.1134/S1028334X1703028X
2. Gusarov V.V., Suvorov S.A. (1990) Temperatura plavleniya lokal'no-ravnovesnykh poverkhnostnykh faz v polikristallicheskikh sistemakh na osnove odnoy ob'emnoy fazy [Melting temperature of local-equilibrium surface phases in polycrystalline systems based on one phase]. *Zhurnal prikladnoy khimii – Journal of Applied Chemistry of the USSR*. 63(8). pp. 1689–1694.
3. Rolov B.N., Yurkevich V.E. (1983) *Fizika razmyvnykh perekhodov* [Physics of scouring phase transformations]. Rostov-on-Don: Rostov State University.
4. Ubbelode A. (1965) *Melting and a Crystal Structure*. Oxford: Clarendon Press.
5. Stueckelschweiger M., Gruber D., Jin S., Harmuth H. (2019) Creep testing of carbon containing refractories under reducing conditions. *Ceramics International*. 45(8). pp. 9776–9781. doi: 10.1016/j.ceramint.2019.02.013
6. Bakunov V.S., Lukin E.S., Sysoev É.P. (2015) Stress-rupture strength of polycrystalline oxide ceramic up to 1600°C. *Refractories and Industrial Ceramics*. 56(4). pp. 375–382. doi: 10.1007/s11148-015-9850-0
7. Zabolotskii A.V. (2011) Mathematical simulation of the thermal stability of magnesium oxide. *Refractories and Industrial Ceramics*. 52(3). pp. 170–177. doi: 10.1007/s11148-011-9390-1
8. Zabolotskiy A.V., Turchin M.Y., Khadyev V.T., Migashkin A.O. (2020) Numerical investigation of refractory stress-strain condition under transient thermal load. *AIP Conference Proceedings*. 2310. Article 020355. doi: 10.1063/5.0034479
9. Dmitriev A.I., Nikonov A.Yu., Österle W. (2017) Molecular dynamics sliding simulations of amorphous Ni, Ni-P and nanocrystalline Ni films. *Computational Materials Science*. 129. pp. 231–238. doi: 10.1016/j.commatsci.2016.12.039
10. Dmitriev A.I., Nikonov A.Y., Shugurov A.R., Panin A.V. (2019) Numerical study of atomic scale deformation mechanisms of Ti grains with different crystallographic orientation subjected to scratch testing. *Applied Surface Science*. 471. pp. 318–327. doi: 10.1016/j.apsusc.2018.12.021
11. Shugurov A.R., Panin A.V., Dmitriev A.I. (2021) Multiscale fracture of Ti-Al-N coatings under uniaxial tension. *Physical Mesomechanics*. 24(2). pp. 185–195. doi: 10.1134/S1029959921020089
12. Marchenko A.V., Karulin E.B., Chistyakov P.V. (2020) Eksperimental'noe opredelenie uprugikh kharakteristik morskogo ledyanogo pokrova [Experimental studies of sea ice elastic behavior]. *Vesti gazovoi nayki*. 45(3). pp. 129–140.
13. Voynov G.N. (2003) *Prilivnye yavleniya i metodologiya ikh issledovaniy v shel'fovoy zone arkticheskikh morey (na primere Karskogo i severo-vostochnoy chasti Barentseva morey)* [Tidal phenomena and methodology of their research in a shelf zone of the Arctic seas (using the example of the Kara and northeastern parts of the Barents Seas)]. Dissertation. Arctic and Antarctica Scientific Research Institute, Saint Petersburg.
14. Zubakin G.K., Dmitriev N.E., Voynov G.N., Nesterov A.V., Vinogradov R.A. (2003) Dinamika vody i l'dov Pechorskogo morya po eksperimental'nym dannym [Dynamics of water and ice of the Pechora sea according to experimental data]. *Trudy RAO-03 – Proceedings RAO-03. Saint Petersburg*. pp. 300–303.

15. Stepanov I.V., Kubyskhin N.V. (2003) Rezul'taty mnogoletnikh ekspeditsionnykh issledovaniy fiziko-mekhanicheskikh svoystv l'dov Pechorskogo morya [Results of long-time expedition exploration of physical and mechanical properties of the Pechora sea ice]. *Trudy RAO-03 – Proceedings RAO-03. Saint Petersburg*. pp. 194–197.
16. Artyomov M.A., Baranovskiy E.S., Berdzenishvili G.G., Semka E.I., Fatkhudinov D.B. (2018) O neitral'nom nagruzhении diska pri teplovom i silovom vozdeystvii [On neutral loading of a disk under thermal and force influences]. *Inzhenernyy Vestnik Dona – Engineering Journal of Don*. 49(2). pp. 1–11.
17. Konoplin N. A. (2009) Temperaturnaya zavisimost' uprugikh parametrov zheleza [Temperature dependence of elasticity parameters of iron]. *Prirodoobustroystvo – Environmental Engineering*. 4. pp. 99–101.
18. Ershova A.Yu., Martirosov M.I. (2016) Eksperimental'no-teoreticheskie issledovaniya dispersionno-uprochnyonykh kompozitov, primenitel'no k zadacham aerokosmicheskoy promyshlennosti [Dispersion-reinforced composites experimental and theoretical studies as applied to the problems of the aerospace industry]. *Trudy MAI*. 89. pp. 1–25.
19. Tokiy N.V., Tokiy V.V., Pilipenko A.N., Pismenova N.E. (2014) Temperature dependence of the elastic modulus of submicrocrystalline copper. *Physics of Solid State*. 56(5). pp. 966–969. doi: 10.1134/S106378341405031X
20. Grigoriev A.S., Danilchenko S.V., Zabolotsky A.V., Migashkin A.O., Turchin M.Y., Khadyev V.T. (2023) Features of the fracture of refractory linings depending on the equipment size. *Refractories and Industrial Ceramics*. 63(6). pp. 585–592. doi: 10.1007/s11148-023-00773-6
21. Kuliev V.D., Morozov E.M. (2016) The gradient deformation criterion for brittle fracture. *Doklady Physics*. 61. pp. 502–504. doi: 10.1134/S1028335816100062
22. Gol'dsteyn R.V., Osipenko N.M. (2009) Model' khrupkogo razrusheniya poristyykh materialov pri szhatii [The model of brittle fracture of porous materials under compression]. *Matematicheskoe modelirovanie system i protsessov – PNRPU Mechanics Bulletin*. 17. pp. 47–58.
23. Zabolotsky A.V., Migashkin A.O., Grigor'ev A.S., Dmitriev A.I., Turchin M.Y., Khadyev V.T., Shil'ko E.V. (2023) Simulation of crack nucleation in materials with regularly arranged spherical pores under multiaxial loading conditions. *Refractories and Industrial Ceramics*. 64(2). pp. 119–125. doi: 10.1007/s11148-023-00813-1
24. Voytkovskiy K.F. (1960) *Mekhanicheskie svoystva l'da* [Mechanical properties of ice]. Moscow: Izdatel'stvo AN SSSR.
25. Bliznyak E.V. (1939) *Inzhenernaya gidrologiya* [Engineering hydrology]. Moscow: Rechizdat.
26. Serikov M.I. (1959) Opredelenie modulya uprugosti l'da rezonansnym metodom [Determination of the modulus of elasticity of ice by the resonance method]. *Problemy Arktiki*. 6. pp. 81–87.
27. Bogorodskiy V.V., Gavrilov V.P., Gusev A.V. (1970) O nelineynykh effektakh pri razrushenii l'da v zhidkosti [On nonlinear effects during the ice destruction in a fluid]. Moscow: Transprint.
28. Ivanov B.D. (2009) Teplovoe rasshirenie geksagonal'nogo l'da [Thermal expansion of hexagonal ice]. *Vestnik YaGU*. 6(4). pp. 35–39.
29. Chubik I.A., Maslov A.M. (1970) *Spravochnik po teplofizicheskim kharakteristikam pishchevykh produktov i polufabrikatov* [Handbook on the thermophysical characteristics of food products and semi-finished products]. Moscow: Pishchevaya promyshlennost'.
30. Volkov A.I., Zharskiy I.M. (2005) *Bol'shoy khimicheskiy spravochnik* [Great chemical handbook]. Moscow: Sovetskaya shkola.
31. Results of water quality monitoring provided by the State Unitary Enterprise «Vodokanal of Saint Petersburg». URL: https://www.vodokanal.spb.ru/vodosnabzhenie/kachestvo_vody/
32. Li L., Shkhinek K. (2013) The ultimate bearing capacity of ice beams. *Magazine of Civil Engineering*. 36(1). pp. 65–74. doi: 10.5862/MCE.36.8

33. Sodhi D.S. (1998) Vertical penetration of floating ice sheets. *International Journal of Solid and Structures*. 35(32). pp. 4275-4294.

Сведения об авторах:

Заболотский Андрей Васильевич – кандидат технических наук, инженер-технолог отдела инжиниринга Управления инжиниринга, проектов и производства работ ООО «Группа «Магнезит», Сатка, Россия; научный сотрудник Института физики прочности и материаловедения Сибирского отделения РАН, Томск, Россия. E-mail: zabolotsky@bk.ru

Дмитриев Андрей Иванович – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Института физики прочности и материаловедения Сибирского отделения РАН, Томск, Россия; профессор кафедры физики металлов Томского государственного университета, Томск, Россия. E-mail: dmitr@ispms.ru

Information about the authors:

Zabolotskiy Andrey V. (Candidate of Technical Sciences, Technical Engineer, Magnezit Group, Satka, Russian Federation; Institute of Strength Physics and Materials Science of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Tomsk, Russian Federation). E-mail: zabolotsky@bk.ru

Dmitriev Andrey I. (Doctor of Physics and Mathematics, Main Researcher, Institute of Strength Physics and Materials Science of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Tomsk, Russian Federation; Tomsk State University, Tomsk, Russia). E-mail: dmitr@ispms.ru

Статья поступила в редакцию 12.12.2023; принята к публикации 10.04.2024

The article was submitted 12.12.2023; accepted for publication 10.04.2024