

Научная статья

УДК 539.32

doi: 10.17223/19988621/89/10

Влияние параметров включений с оболочкой на напряженно-деформированное состояние полимерной матрицы в дисперсно-армированном композиционном материале

Игорь Николаевич Сидоров¹, Владимир Александрович Куклин²,
Анна Игоревна Энская³, Максим Петрович Данилаев⁴

^{1, 2, 3, 4} Казанский национальный исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева – КАИ, Казань, Россия

¹ INSidorov@kai.ru

² iamkvova@yandex.ru

³ AIEnskaya@kai.ru

⁴ danilaev@mail.ru

Аннотация. Один из подходов к повышению смачиваемости дисперсных частиц наполнителя полимером основан на формировании полимерной оболочки на поверхностях частиц. Различия механических свойств ортотропного полимера и капсулированных частиц наполнителя являются основной причиной возникновения локальных напряженно-деформированных состояний в областях наполнителя. В работе представлены результаты математического моделирования формирования остаточных технологических напряжений на примере структурной модели полимерных композиционных материалов. Показана зависимость этих технологических напряжений от ориентации молекул полимера в кристаллитах по отношению к частицам наполнителя.

Ключевые слова: дисперсно-армированный полимер, напряженно-деформированные состояния, полимерный композиционный материал

Благодарности: Научные исследования проведены при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках исполнения обязательств по Соглашению № 075-03-2024-067 от 17.01.2024.

Для цитирования: Сидоров И.Н., Куклин В.А., Энская А.И., Данилаев М.П. Влияние параметров включений с оболочкой на напряженно-деформированное состояние полимерной матрицы в дисперсно-армированном композиционном материале // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2024. № 89. С. 135–146. doi: 10.17223/19988621/89/10

Effect of the parameters of inclusions with shells on the stress-strain state of a polymer matrix in a composite material reinforced with a dispersed filler

Igor' N. Sidorov¹, Vladimir A. Kuklin²,
Anna I. Enskaya³, Maksim P. Danilaev⁴

^{1, 2, 3, 4} *Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russian Federation*

¹ *INSidorov@kai.ru*

² *iamkvova@yandex.ru*

³ *AIEnskaya@kai.ru*

⁴ *danilaev@mail.ru*

Abstract. An increase in the wettability of dispersed particles with a polymer is one of the main tasks when creating polymer composite materials reinforced with a dispersed filler. Wettability can be increased due to the polymer shells provided on the surfaces of the particles. By varying the polymer shell thickness of the filler particles, the mechanical properties of the polymer composite materials can be controlled. In a polymer matrix with partial crystallinity, the stress-strain states can be induced by the orthotropy of macromolecules near the filler particles. The main reasons for the stress-strain states are the differences in the mechanical properties of the polymer and filler particles and the technological parameters. In this paper, mathematical modeling results for the occurrence of internal residual stresses are obtained using a three-phase structural model of polymer composite materials. It is shown that these technological stress-strain states are independent of the orientation of polymer molecules to the filler particles in crystallites, and they can decrease the mechanical properties of the entire composition. Thus, the effect of submicron filler particles with polymer shells on the mechanical properties of the polymer composition may vary depending on the amorphous or crystalline structure of the polymer matrix.

Keywords: polymer reinforced with a dispersed filler, stress-strain states, polymer composite material

Acknowledgments: This scientific research was financially supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (agreement No. 075-03-2024-067).

For citation: Sidorov, I.N., Kuklin, V.A., Enskaya, A.I., Danilaev, M.P. (2024) Effect of the parameters of inclusions with shells on the stress-strain state of a polymer matrix in a composite material reinforced with a dispersed filler. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 89. pp. 135–146. doi: 10.17223/19988621/89/10

Введение

От функционального полимерного композита требуется сочетание различных свойств [1, 2]. Например, механические свойства и устойчивость к биоразложению [3] требуются для полимерных композитов, которые используются в тропи-

ческом климате, или электрическая проводимость, оптическая прозрачность и сопротивление истиранию [4] требуются для полисилоксанового композиционного покрытия органического стекла в авиации. Частицы субмикронного наполнителя широко используются для придания полимерной композиции требуемых функциональных свойств (теплопроводность, электропроводность, стойкость к биодеструкции и др.) [5, 6].

Для защиты полимерных композитов от биодеструкции эффективно используют дисперсные частицы наполнителя, например оксида меди, оксида цинка [7, 8]. Так, частицы оксида цинка можно использовать для достижения биоцидного эффекта полиэтилена, который имеет частично кристаллическую структуру [7]. Обеспечение требуемых механических свойств наряду с функциональными таких полимерных композитов зачастую требует хорошей адгезии субмикронных частиц к полимерной матрице. Один из подходов к повышению адгезии между субмикронными частицами наполнителя и полимером основан на формировании полимерной оболочки на поверхности этих частиц [9, 10]. Например, создание биоцидного полимерного композита с требуемыми механическими характеристиками возможно за счет формирования оболочки из биоразлагаемого материала, например полилактида [11], на частицах, проявляющих токсичность к микроорганизмам-деструкторам [8]. Использование биоразлагаемого материала оболочки способствует повышению скорости растворения частиц: в результате деструкции полилактида ферментами микроорганизмов образуется молочная кислота [12]. Однако следует отметить, что в полимерной матрице с кристаллической структурой вблизи частиц наполнителя возможно возникновение локальных напряженно-деформированных состояний (НДС) [13]. Возникновение локальных НДС может быть вызвано структурной усадкой и температурной деформацией в полимерной матрице и полимерной оболочке при формировании полимерного композита. Это должно сказаться на механических характеристиках полимерного композиционного материала [14]. Характер локального НДС зависит от свойств матрицы, частиц наполнителя и полимерной оболочки на поверхности частиц.

Цель данной работы – определение влияния толщины полимерной оболочки из полилактида на поверхностях частиц оксида цинка, а также среднего размера этих частиц на характер напряженно-деформированного состояния в частично кристаллической матрице.

Теоретическая часть

Рассмотрим решение задачи определения поля остаточных технологических напряжений (ОТН) элементов полимерного композиционного материала (ПКМ) на этапе его создания. Построение математической модели будем проводить аналогично работе [15] в приближении линейной теории упругости. Для анализа возникновения внутренних деформаций и соответствующих им напряжений в ПКМ будем рассматривать модель, представленную на рис. 1. Объем ПКМ (см. рис. 1) состоит из следующих элементов: Ω_1 – ортотропная, обладающая кристаллическостью полимерная матрица; субмикронные сферические частицы, состоящие из внешней изотропной оболочки постоянной толщины с известными механическими характеристиками – Ω_2 ; включения в виде изотропного элемента (дисперсной частицы наполнителя) также с известными механическими характеристиками – Ω_3 .

Решение задачи будем рассматривать при малой объемной доле содержания сферических включений в полимерной матрице, полагая их сферически симметричное деформирование в бесконечно протяженной полимерной матрице (см. рис. 1) при действии температурных и усадочных деформаций матрицы.

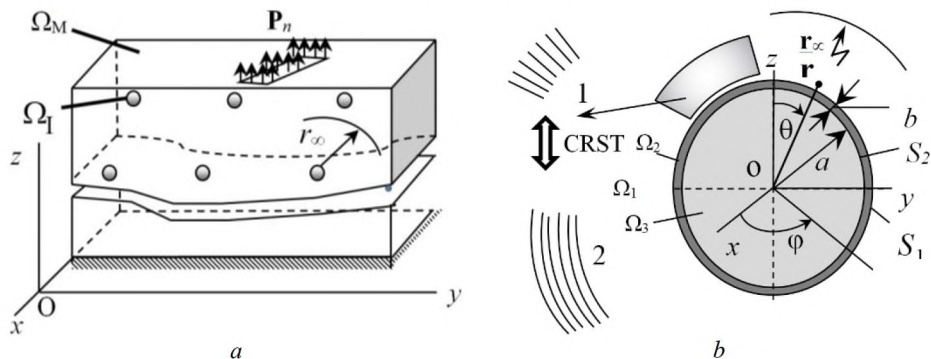


Рис. 1. Дисперсно-армированный ПКМ: *a* – общий вид дисперсно-армированного ПКМ, где Ω_M – объем матрицы, Ω_1 – объем субмикронной сферической частицы включения; *b* – объем субмикронной сферической частицы со структурой, где Ω_1 , Ω_2 , Ω_3 – объемы матрицы, оболочки и включения, CRST – структура ориентации кристаллов полимерной матрицы, S_1 , S_2 – поверхности раздела матрицы, оболочки и включения

Fig. 1. Polymer composite material with a dispersed filler: (*a*) schematic view, where Ω_M is the volume of the matrix and Ω_1 is the volume of a submicron spherical filler particle; (*b*) volume of a submicron spherical filler particle, where Ω_1 , Ω_2 , and Ω_3 are the volumes of the matrix, shell, and filler particle, respectively; CRST is the crystal orientation in the polymer matrix; S_1 and S_2 are the interface surfaces between the matrix, shell, and filler particle

В этом случае система уравнений равновесия приводится к одному уравнению вида [16, 17]:

$$d_{,r}\sigma_{rr} + \frac{1}{r}(2\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\phi\phi}) = 0, \quad 0 \leq r \leq r_\infty, \quad (1)$$

где σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, $\sigma_{\phi\phi}$ – физические компоненты радиальных и тангенциальных нормальных напряжений, r_∞ – радиус сферы, на которой отсутствуют радиальные напряжения (выполнено $\sigma_{rr}|_{r_\infty} \approx 0$), и его значение определяется расстоянием между включениями (см. рис. 1), $d_{,r} \equiv d/dr$, $d_{,rr} \equiv d^2/dr^2$.

Уравнения для определения радиальной компоненты вектора перемещений элемента ПКМ u_r после введения безразмерных параметров задачи с использованием соотношений $r = a \cdot r^*$, $u_r = a \cdot u_r^*$, $\sigma_{rr} = E_r \cdot \sigma_{rr}^*$, $\sigma_{\theta\theta} = E_r \cdot \sigma_{\theta\theta}^*$ получим с использованием подхода, рассмотренного в работе [15]. Для ортотропной полимерной матрицы (координатные линии сферической системы координат являются осями ортотропии полимерной матрицы)

$$d_{,rr}u_r + \frac{2}{r}d_{,r}u_r - 2\gamma\frac{u_r}{r^2} = \frac{2\gamma_{T\varepsilon}}{r}, \quad \left(1 + \frac{b}{a}\right) \leq r \leq \frac{r_\infty}{a}, \quad (2)$$

$$\gamma_{T\varepsilon} = \frac{\varepsilon_r(E_r^I \alpha_r^I - E_\theta^I \alpha_\theta^I) - (E_r^I \varepsilon_r^I - E_\theta^I \varepsilon_\theta^I)}{E_r^I(1 - \mu_{\theta\phi})}, \quad \gamma = \frac{E_\theta^I(1 - \mu_{\theta r})}{E_r^I(1 - \mu_{\theta\phi})},$$

$$\begin{aligned}
 E_i^I &= \frac{E_i/E_r}{1-\mu_i-2\mu_i^2}, \alpha_i^I = \alpha_i(1+\mu_i), E_r^I = k_\mu, \alpha_r^I = 2\mu_{r0}\left(\frac{\alpha_{0\phi}}{\alpha_r}\right) + (1-\mu_{0\phi}), \\
 \varepsilon_r^I &= \varepsilon_{(0)r}\left(2\mu_{r0}\left(\frac{\varepsilon_{(0)\phi\phi}}{\varepsilon_{(0)r}}\right) + (1-\mu_{0\phi})\right), E_\theta^I = \left(\frac{E_\theta}{E_r}\right)k_\mu, \alpha_\theta^I = \left(\frac{\alpha_{0\phi}}{\alpha_r}\right) + \mu_{0r}, \\
 \varepsilon_\theta^I &= \varepsilon_{(0)\theta}\left(\left(\frac{\varepsilon_{(0)\phi\phi}}{\varepsilon_{(0)r}}\right) + \mu_{0r}\right), \varepsilon_{rr} = d_{,r}u_r, \varepsilon_{\theta\theta} = u_r/r, \varepsilon_{tr} = \alpha_r\Delta T, k_\mu = 1/\left(1-\mu_{0\phi}-2\mu_{r0}\mu_{0r}\right), \\
 E_\theta &= E_\phi, \mu_{r0} = \mu_{r\phi}, \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\phi\phi}, \varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{\phi\phi}, E_\theta\mu_{0r} = E_r\mu_{r0},
 \end{aligned}$$

изотропных однородных (без усадки) полимерной оболочке ($i = 2$) и включении ($i = 3$):

$$d_{,r}\left(\frac{1}{r^2}d_{,r}\left(r^2u_r\right)\right) = 0, \quad 0 \leq r \leq (1+b/a). \quad (3)$$

Здесь E_r, E_θ, E_ϕ – модули Юнга в радиальном и тангенциальных направлениях, $\mu_{r0}, \mu_{0r}, \mu_{0\phi}$ – коэффициенты Пуассона материала матрицы; $\alpha_r, \alpha_{0\phi}$ – радиальные и тангенциальные коэффициенты линейного термического расширения (КЛТР) материала матрицы; u_r – радиальная компонента вектора перемещений элемента ПКМ от начала его полимеризации; $\varepsilon_{(0)r}, \varepsilon_{(0)\phi\phi}$ – усадочные деформации материала матрицы (предполагаем, что модули Юнга, КЛТР, усадочные деформации не зависят от радиуса); E_i, μ_i, α_i – модуль Юнга, коэффициент Пуассона, КЛТР оболочки и включения; $\Delta T = T_0 - T_1$ – изменение температуры объема ПКМ при охлаждении от температуры T_1 (начальная температура; в работе принята 450 К), соответствующей вязкому состоянию ПКМ при его формировании, до температуры окружающей среды T_0 (конечная температура; в работе принята 300 К).

Дополним уравнения (2), (3) граничными условиями и условиями сопряжения на границах раздела S_2 ($r = 1$; включение–оболочка) (см. рис. 1) и S_1 ($r = 1 + b/a$; оболочка–матрица) с учетом того, что на этапе формирования ПКМ вектор напряжений (см. рис. 1) на внешней поверхности его объема $\mathbf{P}_n = 0$:

$$\sigma_{rr}^{(3)}\Big|_{r=1} = \sigma_{rr}^{(2)}\Big|_{r=1}, u_r^{(3)}\Big|_{r=1} = u_r^{(2)}\Big|_{r=1}, \quad (4)$$

$$\sigma_{rr}^{(2)}\Big|_{S_1} = \sigma_{rr}^{(1)}\Big|_{S_1}, u_r^{(2)}\Big|_{S_1} = u_r^{(1)}\Big|_{S_1}, \quad (5)$$

$$\sigma_{rr}^{(1)}\Big|_{(r_\infty/a)} = 0, u_r^{(3)}\Big|_{r=0} = 0.$$

Решения уравнений (2), (3) с учетом условий (4), (5) для компоненты u_r , для радиальных σ_{rr} и тангенциальных напряжений $\sigma_{\theta\theta}$ имеют вид [15]:

$$\begin{aligned}
 u_r^{(1)} &= rf(r) + C_1^{(1)}r^{\beta_1} + C_2^{(1)}r^{\beta_1}, \\
 \beta_{1,2} &= -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{1+8\gamma}, f(r) = \begin{cases} (2\gamma_{T\phi}/3)(\ln r - 1/3), & \gamma = 1, \\ \gamma_{T\phi}/(1-\gamma), & \gamma \neq 1, \end{cases} \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr}^{(1)} &= E_r^I \left((f(r) + rd_{,r}f(r))(1-\mu_{0\phi}) + f(r)2\mu_{r0} + C_1^{(1)}(\beta_1(1-\mu_{0\phi}) + 2\mu_{r0})r^{\beta_1-1} + \right. \\
 &\quad \left. + C_2^{(1)}(\beta_2(1-\mu_{0\phi}) + 2\mu_{r0})r^{\beta_2-1} \right) - E_r^I\alpha_r^I\varepsilon_{tr} - E_r^I\varepsilon_r^I, rd_{,r}f = \begin{cases} (2\gamma_{T\phi}/3), & \gamma = 1, \\ 0, & \gamma \neq 1, \end{cases} \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{(1)} = E_0^I \left(f(1 + \mu_{\theta r}) + (rd_{,r}f) \mu_{\theta r} + C_1^{(1)} (\beta_1 \mu_{\theta r} + 1) r^{\beta_1 - 1} + \right. \\ \left. + C_2^{(1)} (\beta_2 \mu_{\theta r} + 1) r^{\beta_2 - 1} \right) - E_0^I \alpha_0^I \varepsilon_{rr} - E_0^I \varepsilon_0^I, \quad (8)$$

$$u_r^{(i)} = \frac{C_1^{(i)}}{3} r + \frac{C_2^{(i)}}{r^2}, \quad i = 2, 3, \quad (9)$$

$$\sigma_{rr}^{(i)} = E_i^I \left(\frac{C_1^{(i)}}{3} (1 + \mu_i) - \frac{2(1 - 2\mu_i)C_2^{(i)}}{r^3} - \alpha_i^I \Delta T \right), \quad (10)$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{(i)} = E_i^I \left(\frac{C_1^{(i)}}{3} (1 + \mu_i) + \frac{(1 - 2\mu_i)C_2^{(i)}}{r^3} - \alpha_i^I \Delta T \right). \quad (11)$$

После подстановки выражений (6), (9) для компоненты u_r и выражений (7), (10) для радиальных напряжений σ_{rr} в условия (4), (5) получим систему уравнений для определения вектора неизвестных констант $\mathbf{C}_x = [C_1^{(3)} C_1^{(2)} C_2^{(2)} C_1^{(1)} C_2^{(1)}]^T$ (T – символ транспонирования, константа $C_2^{(3)} = 0$ в силу ограниченности компоненты u_r при $r = 0$)

$$\mathbf{D}\mathbf{C}_x = \mathbf{B}_x, \quad (12)$$

где вектор $\mathbf{B}_x = [0 B_{x2} B_{x3} B_{x4} B_{x5}]^T$ и матрица $\mathbf{D} = [d_{ij}]$ ($i, j = 1, 2, 3, 4, 5$) с элементами, определяемыми геометрией и механическими параметрами субмикронной сферической частицы матрицы.

Результаты расчета

Данные по механическим характеристикам материалов ПКМ, которые использовались в расчетах, приведены в таблице. Характерные зависимости распределений радиальных σ_{rr} и тангенциальных напряжений $\sigma_{\theta\theta}$, рассчитанных по формулам (7), (8), (10)–(12), от степени ортотропии материала матрицы k_{orth} при относительной толщине оболочки $b/a = 0.05$ ($a = 2 \cdot 10^{-7}$ м, $b = 10^{-8}$ м) представлены на рис. 2.

Данные по материалам ПКМ ($\Delta T = -150$ К)

Матрица: полиэтилен					
E_r , МПа	Предел прочности при растяжении σ_{tem}^+ , МПа	КЛТР, α_r , 1/К	$\mu_{\theta r}$	$\mu_{\theta\phi}$	$\varepsilon_{(0)r}$
260	10–17	$1.7 \cdot 10^{-4}$	0.18	0.18	$3 \cdot 10^{-2}$
Включения: оксид цинка					
E_3 , ГПа		КЛТР, α_3 , 1/К	μ_3		
143		$4.45 \cdot 10^{-6}$	0.36		
Оболочка: полилактид					
E_2 , МПа		КЛТР, α_2 , 1/К	μ_2		
343		$9 \cdot 10^{-6}$	0.3		

При этом степень ортотропии задается с помощью одного параметра $k_{orth} = E_0/E_r = \alpha_r/\alpha_{0\phi} = \varepsilon_{(0)r}/\varepsilon_{(0)\theta\phi}$. Следует отметить, что $k_{orth} > 1$ соответствует тангенциальной ориентации молекул полимерной матрицы в кристаллите (см. рис. 1), а $k_{orth} < 1$ – радиальной ориентации. При радиальной ориентации молекул механические характеристики определяются внутримолекулярными взаимодействиями

в полимерных молекулах кристаллита, а при тангенциальном – межмолекулярными взаимодействиями [18, 19]. Случай $k_{orth} = 1$ соответствует случайной ориентации макромолекул полимера, т.е. изотропии механических характеристик полимерной матрицы вблизи включения с оболочкой. Расчеты выполнены при радиусе сферы $|\mathbf{r}_\infty| = 10^{-2}$ м.

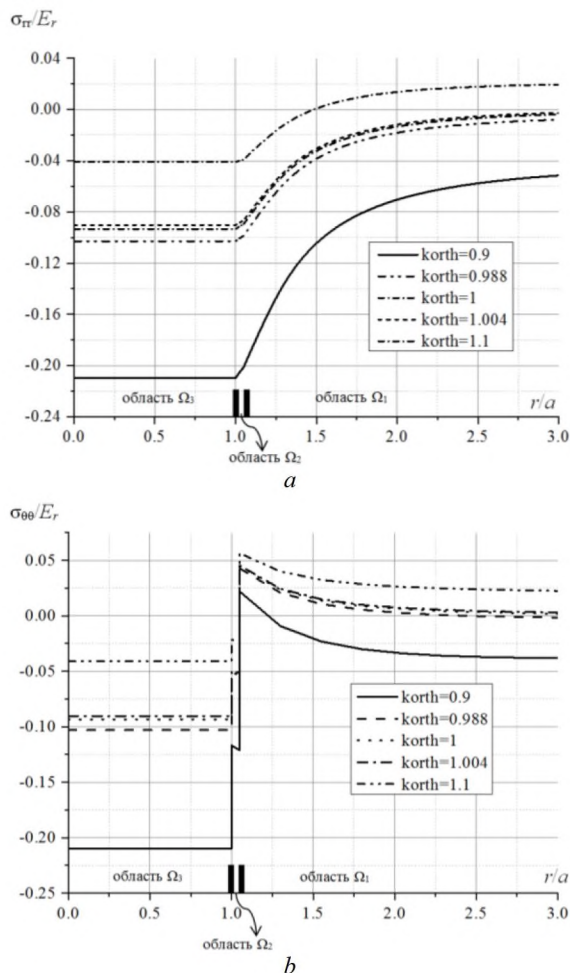


Рис. 2. Графики распределения σ_{rr} / E_r (a) и $\sigma_{\theta\theta} / E_r$ (b)

при различной степени ортотропии k_{orth} ($b/a = 0.05$, $|\mathbf{r}_\infty| = 10^{-2}$ м)

Fig. 2. Distributions of (a) σ_{rr} / E_r and (b) $\sigma_{\theta\theta} / E_r$ as the functions of r/a with different degrees of orthotropy k_{orth} ($b/a = 0.05$, $|\mathbf{r}_\infty| = 10^{-2}$ м)

Результаты расчета показывают, что из-за скачка механических характеристик материалов частиц наполнителя, оболочки и матрицы на границе их раздела тангенциальные напряжения претерпевают разрыв значений (см. рис. 2, b) [16], в отличие от непрерывных радиальных напряжений (соотношения (4), (5)). Следует отметить существенные изменения значений тангенциальных и радиальных

напряжений от степени ортотропии в материале полимерной матрицы вблизи частиц. Это может быть обусловлено различием в свойствах кристаллитов полимера вдоль и поперек ориентации макромолекул. Эти различия могут проявляться при температурных и усадочных деформациях, возникающих на стадии формирования дисперсно-армированного полимерного композиционного материала.

На рис. 3 приведены зависимости относительных радиальных σ_{rr}/E_r и тангенциальных напряжений $\sigma_{\theta\theta}/E_r$ от относительной толщины оболочки b/a , соответствующих среднему радиусу включения $a = 2 \cdot 10^{-7}$ м, $|\mathbf{r}_\infty| = 10^{-2}$ м и толщинам оболочки 10^{-8} , $3 \cdot 10^{-8}$, $7 \cdot 10^{-8}$, 10^{-7} , $1.2 \cdot 10^{-7}$, $1.5 \cdot 10^{-7}$ м при степени ортотропии материала матрицы $k_{orth} = 0.9$ и $k_{orth} = 1.1$. При этом σ_{rr}/E_r , $\sigma_{\theta\theta}/E_r$ рассматривались на границе раздела матрицы и оболочки $S_1(r = 1 + b/a)$ со стороны матрицы (см. рис.1).

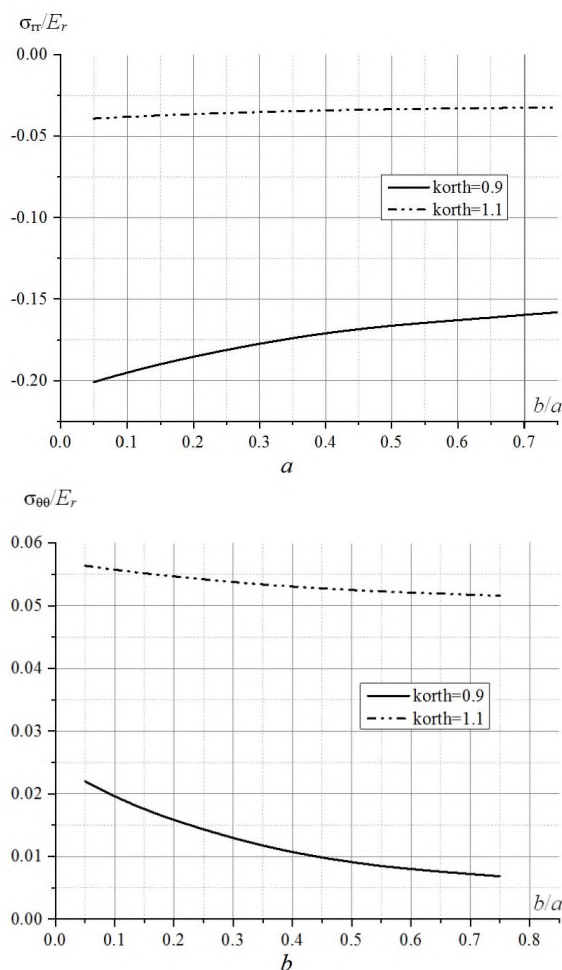


Рис. 3. Графики распределения σ_{rr}/E_r (a) и $\sigma_{\theta\theta}/E_r$ (b) при различной относительной толщине оболочки b/a

Fig. 3. Distributions of (a) σ_{rr}/E_r and (b) $\sigma_{\theta\theta}/E_r$ as the functions of shell thickness ratio b/a

Результаты расчета показывают, что при изменении степени ортотропии в диапазоне $k_{orth} = 0.9 \div 1.1$ при различных значениях относительной толщины оболочки b/a тангенциальные $\sigma_{\theta\theta}$ и радиальные напряжения σ_{rr} на границе раздела S_1 сохраняют со стороны матрицы соответственно положительные (растягивающие) и отрицательные (сжимающие) значения, а значения $\sigma_{\theta\theta}$ могут достигать величины $(0.056 \div 0.052) \cdot E_r = (14.6 \div 13.5)$ МПа, соизмеримой с пределом прочности при растяжении (см. таблицу).

Выводы

Таким образом, результаты расчета радиальных и тангенциальных ОТН в области частично кристаллической матрицы, примыкающей к границе раздела оболочки и матрицы, показывают следующее:

– в диапазоне степени ортотропии $k_{orth} = 0.9 \div 1.1$ при различных значениях относительной толщины оболочки в диапазоне $b/a = 0.05 \div 0.75$ тангенциальные $\sigma_{\theta\theta}$ и радиальные напряжения σ_{rr} на границе раздела S_1 сохраняют соответственно положительные (растягивающие) и отрицательные (сжимающие) значения;

– значения положительных ОТН $\sigma_{\theta\theta}$ соизмеримы с пределом прочности полимерной матрицы (полиэтилена) при растяжении σ_{tem}^+ (см. таблицу), и при растяжении образца ПКМ (на лицевой поверхности образца приложен растягивающий равномерно распределенный вектор напряжений $\mathbf{P}_n$ (см. рис. 1)) к растягивающим нормальным напряжениям вдоль оси z от действия этой нагрузки в областях частиц наполнителя добавятся положительные ОТН $\sigma_{\theta\theta}$. Это может привести к изменению предельного (разрушающего образец) значения модуля растягивающего вектора напряжений $\mathbf{P}_n$ по сравнению с предельным значением этого напряжения для ненаполненного полимера (полиэтилена). Изменение будет зависеть от выбора теории прочности и взаимного положения годографа вектора, состоящего из компонент тензора напряжений, и предельных поверхностей (поверхностей прочности) элементов образца ПКМ [19].

Список источников

1. Rybak A., Malinowski L., Adamus-Włodarczyk A., Ulanski P. Thermally conductive shape memory polymer composites filled with boron nitride for heat management in electrical insulation // *Polymers*. 2021. V. 13 (13). P. 2161–2172. doi: 10.3390/polym13132191
2. Mittal V. Functional polymer nanocomposites with graphene: a review // *Macromolecular Materials and Engineering*. 2014. V. 299 (8). P. 906–931. doi: 10.1002/mame.201300394
3. Rościszewski P., Łukasiak J., Dorosz A., Galiński J., Szponar M. Biodegradation of polyorganosiloxanes // *Macromolecular Symposia*. 1998. V. 130 (1). P. 337–346. doi: 10.1002/masy.19981300129
4. Li Y., Zhang L., Li C. Highly transparent and scratch resistant polysiloxane coatings containing silica nanoparticles // *Journal of colloid and interface science*. 2020. V. 559. P. 273–281. doi: 10.1016/j.jcis.2019.09.031
5. Chauhan S.R., Thakur S. Effects of particle size, particle loading and sliding distance on the friction and wear properties of cenosphere particulate filled vinylester composites // *Materials & Design*. 2013. V. 51. P. 398–408. doi: 10.1016/j.matdes.2013.03.071
6. Hong J.I., Winberg P., Schadler L.S., Siegel R.W. Dielectric properties of zinc oxide/low density polyethylene nanocomposites // *Materials Letters*. 2005. V. 59 (4). P. 473–476. doi: 10.1016/j.matlet.2004.10.036

7. Vasyukova I.A., Zakharova O.V., Chaika V.V. Toxic Effect of Metal-Based Nanomaterials on Representatives of Marine Ecosystems: A Review // *Nanobiotechnology Reports*. 2021. V. 16 (2). P. 138–154. doi: 10.1134/S2635167621020178
8. Wyszowska J., Borowik A., Kucharski M., Kucharski J. Effect of cadmium, copper and zinc on plants, soil microorganisms and soil enzymes // *Journal of Elementology*. 2013. V. 18 (4). P. 769–796. doi: 10.5601/jelem.2013.18.4.455
9. Akhmadeev A.A., Bogoslov E.A., Danilaev M.P., Klabukov M.A., Kuklin V.A. Influence of the Thickness of a Polymer Shell Applied to Surfaces of Submicron Filler Particles on the Properties of Polymer Compositions // *Mechanics of Composite Materials*. 2020. V. 56. P. 241–248. doi: 10.1007/s11029-020-09876-4
10. Danilaev M.P., Drobyshev S.V., Klabukov M.A., Kuklin V.A., Mironova D.A. Formation of a Polymer Shell of a Given Thickness on Surfaces of Submicronic Particles // *Nanobiotechnology Reports*. 2021. V. 16 (2). P. 162–166. doi: 10.1134/S263516762102004X
11. Marra A., Silvestre C., Duraccio D., Cimmino S. Polylactic acid/zinc oxide biocomposite films for food packaging application // *International journal of biological macromolecules*. 2016. V. 88. P. 254–262. doi: 10.1016/j.ijbiomac.2016.03.039
12. Zaaba N.F., Jaafar M. A review on degradation mechanisms of polylactic acid: Hydrolytic, photodegradative, microbial, and enzymatic degradation // *Polymer Engineering & Science*. 2020. V. 60 (9). P. 2061–2075. doi: 10.1002/pen.25511
13. Анисимова М.А., Князева А.Г. Оценка напряжений и деформаций в процессе формирования переходного слоя между частицей и матрицей // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*. 2020. № 63. С. 60–71.
14. Rahmanian V., Galeski A. Cavitation in strained polyethylene/nanographene nanocomposites // *Polymer*. 2021. V. 232 (6). P. 124158–124169. doi: 10.1016/j.polymer.2021.124158
15. Данилаев М.П., Карандашов С.А., Киямов А.Г., Клабуков М.А., Кузлин В.А., Сидоров И.Н., Энская А.И. Формирование и характер остаточных напряжений в дисперсно-наполненных полимерных композитах с частично кристаллической структурой // *Физическая мезомеханика*. 2022. Т. 25 (2). С. 67–76. doi: 10.55652/1683-805X_2022_25_2_67
16. Седов Л.И. Механика сплошной среды : учебник для вузов. СПб. : Лань, 2004. Т. 1. 528 с.
17. Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В. Общие соотношения и вариационные принципы математической теории упругости. М. : МАИ, 2009. 112 с.
18. Casale A. Polymer stress reactions. Elsevier, 2012. doi: 10.1016/B978-0-12-162801-7.X5001-0
19. Christensen R.M. Mechanics of composite materials. Courier Corporation, 2012. doi: 10.1115/1.3153710

References

1. Rybak A., Malinowski L., Adamus-Wlodarczyk A., Ulanski P. (2021) Thermally conductive shape memory polymer composites filled with boron nitride for heat management in electrical insulation. *Polymers*. 13(13). pp. 2161–2172. doi: 10.3390/polym13132191
2. Mittal V. (2014) Functional polymer nanocomposites with graphene: a review. *Macromolecular Materials and Engineering*. 299(8). pp. 906–931. doi: 10.1002/mame.201300394
3. Rościszewski P., Łukasiak J., Dorosz A., Galiński J., Szponar M. (1998) Biodegradation of polyorganosiloxanes. *Macromolecular Symposia*. 130(1). pp. 337–346. doi: 10.1002/masy.19981300129
4. Li Y., Zhang L., Li C. (2020) Highly transparent and scratch resistant polysiloxane coatings containing silica nanoparticles. *Journal of Colloid and Interface Science*. 559. pp. 273–281. doi: 10.1016/j.jcis.2019.09.031
5. Chauhan S.R., Thakur S. (2013) Effects of particle size, particle loading and sliding distance on the friction and wear properties of cenosphere particulate filled vinyl ester composites. *Materials & Design*. 51. pp. 398–408. doi: 10.1016/j.matdes.2013.03.071

6. Hong J.I., Winberg P., Schadler L.S., Siegel R.W. (2005) Dielectric properties of zinc oxide/low density polyethylene nanocomposites. *Materials Letters*. 59(4). pp. 473–476. doi: 10.1016/j.matlet.2004.10.036
7. Vasyukova I.A., Zakharova O.V., Chaika V.V. (2021) Toxic effect of metal-based nanomaterials on representatives of marine ecosystems: A review. *Nanobiotechnology Reports*. 16(2). pp. 138–154. doi: 10.1134/S2635167621020178
8. Wyszowska J., Borowik A., Kucharski M., Kucharski J. (2013) Effect of cadmium, copper and zinc on plants, soil microorganisms and soil enzymes. *Journal of Elementology*. 18(4). pp. 769–796. doi: 10.5601/jelem.2013.18.4.455
9. Akhmadeev A.A., Bogoslov E.A., Danilaev M.P., Klabukov M.A., Kuklin V.A. (2020) Influence of the thickness of a polymer shell applied to surfaces of submicron filler particles on the properties of polymer compositions. *Mechanics of Composite Materials*. 56. pp. 241–248. doi: 10.1007/s11029-020-09876-4
10. Danilaev M.P., Drobyshev S.V., Klabukov M.A., Kuklin V.A., Mironova D.A. (2021) Formation of a polymer shell of a given thickness on surfaces of submicronic particles. *Nanobiotechnology Reports*. 16(2). pp. 162–166. doi: 10.1134/S263516762102004X
11. Marra A., Silvestre C., Duraccio D., Cimmino S. (2016) Polylactic acid/zinc oxide biocomposite films for food packaging application. *International Journal of Biological Macromolecules*. 88. pp. 254–262. doi: 10.1016/j.ijbiomac.2016.03.039
12. Zaaba N.F., Jaafar M. (2020) A review on degradation mechanisms of polylactic acid: hydrolytic, photodegradative, microbial, and enzymatic degradation. *Polymer Engineering & Science*. 60(9). pp. 2061–2075. doi: 10.1002/pen.25511
13. Anisimova M.A., Knyazeva A.G. (2020) Otsenka napryazheniy i deformatsiy v protsesse formirovaniya perekhodnogo sloya mezhdu chastitsey i matritsey [Evaluation of the stress and strain during transition layer formation between a particle and a matrix.]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 63. pp. 60–71. doi: 10.17223/19988621/63/6
14. Rahmanian V., Galeski A. (2021) Cavitation in strained polyethylene/nanographene nanocomposites. *Polymer*. pp. 124158–124169. doi: 10.1016/j.polymer.2021.124158
15. Danilaev M.P., Karandashov S.A., Kiyamov A.G., Klabukov M.A., Kuklin V.A., Sidorov I.N., Enskaya, A.I. (2022) Formirovanie i kharakter ostatochnykh napryazheniy v dispersno-napolnennykh polimernykh kompozitakh s chastichno kristallicheskoj strukturoy [Formation and behavior of residual stresses in particulate-filled polymer composites with a partially crystalline structure]. *Fizicheskaya Mezomekhanika – Physical Mesomechanics*. 25(2). pp. 67–76. doi: 10.55652/1683-805X_2022_25_2_67
16. Sedov L.I. (2004) *Mekhanika sploshnoy sredy: uchebnik dlya vuzov* [Continuum mechanics: textbook for higher education institutions]. Saint Petersburg: Lan’.
17. Tarlakovskiy D.V., Fedotenkov G.V. (2009) *Obshchie sootnosheniya i variatsionnye printsipy matematicheskoy teorii uprugosti* [General relations and variational principles of the mathematical theory of elasticity]. Moscow: MAI.
18. Casale A. (2012) *Polymer Stress Reactions*. Elsevier. doi: 10.1016/B978-0-12-162801-7.X5001-0
19. Christensen R.M. (2012) *Mechanics of Composite Materials*. Courier Corporation. doi: 10.1115/1.3153710

Сведения об авторах:

Сидоров Игорь Николаевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики и математики Казанского национального исследовательского технического университета им. А.Н. Туполева – КАИ (Казань, Россия). E-mail: INSidorov@kai.ru

Куклин Владимир Александрович – кандидат физико-математических наук, ведущий инженер межвузовской междисциплинарной лаборатории Казанского национального ис-

следовательского технического университета им. А.Н. Туполева – КАИ (Казань, Россия). E-mail: iamkvova@yandex.ru

Энская Анна Игоревна – старший преподаватель кафедры теоретической и прикладной механики и математики Казанского национального исследовательского технического университета им. А.Н. Туполева – КАИ (Казань, Россия). E-mail: AIEnskaia@kai.ru

Данилаев Максим Петрович – доктор технических наук, профессор, заведующий межвузовской междисциплинарной лабораторией Казанского национального исследовательского технического университета им. А.Н. Туполева – КАИ (Казань, Россия). E-mail: danilaev@mail.ru

Information about the authors:

Sidorov Igor' N. (Doctor of Physics and Mathematics, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russian Federation). E-mail: INSidorov@kai.ru

Kuklin Vladimir A. (Candidate of Physics and Mathematics, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russian Federation). E-mail: iamkvova@yandex.ru

Enskaia Anna I. (Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russian Federation). E-mail: AIEnskaia@kai.ru

Danilaev Maksim P. (Doctor of Technical Sciences, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, Kazan, Russian Federation). E-mail: danilaev@mail.ru

Статья поступила в редакцию 18.02.2023; принята к публикации 03.06.2024

The article was submitted 18.02.2023; accepted for publication 03.06.2024