

Научная статья

УДК 621.454.3

doi: 10.17223/19988621/92/7

Влияние дисперсности алюминия на акустическую проводимость поверхности горения твердого топлива

Владимир Афанасьевич Архипов¹, Николай Николаевич Золоторёв²,
Василий Андреевич Порязов³

^{1, 2, 3} Томский государственный университет, Томск, Россия

¹ leva@niipmm.tsu.ru

² nikzolotorev@mail.ru

³ poryazov@ftf.tsu.ru

Аннотация. Представлены результаты экспериментального исследования акустической проводимости поверхности горения твердого топлива, модифицированного добавками порошка алюминия разной дисперсности. Эксперименты проводились с использованием двухконцевой Т-образной камеры сгорания. В ходе эксперимента регистрировались высокочастотные пульсации давления в камере сгорания с помощью высокочувствительного пьезоэлектрического датчика, расположенного на ее корпусе. Полученные данные позволили определить влияние дисперсности порошка алюминия на акустическую проводимость горящей поверхности твердого топлива.

Ключевые слова: твердое топливо, порошок алюминия, дисперсность частиц алюминия, высокочастотная неустойчивость, акустическая проводимость поверхности горения, Т-камера, экспериментальное исследование

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания № FSWM-2020-0036.

Для цитирования: Архипов В.А., Золоторёв Н.Н., Порязов В.А. Влияние дисперсности алюминия на акустическую проводимость поверхности горения твердого топлива // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2024. № 92. С. 79–88. doi: 10.17223/19988621/92/7

Original article

Influence of aluminum dispersion on acoustic admittance of the solid propellant combustion surface

Vladimir A. Arkhipov¹, Nikolay N. Zolotorev², Vasily A. Poryazov³

^{1, 2, 3} Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

¹ leva@niipmm.tsu.ru

² nikzolotorev@mail.ru

³ poryazov@ftf.tsu.ru

Abstract. The article presents results of experimental determination of the acoustic conductivity of the combustion surface of a solid propellant modified with additives of alu-

minum powder of various dispersion. The experiments were conducted in a specially designed double-ended T-shaped combustion chamber the design of which allowed its length to be varied. The T-shaped chamber allows for the generation of acoustic waves during combustion of solid propellant charges. During the experiment, high-frequency pressure pulsations in the combustion chamber were recorded using a highly sensitive piezoelectric sensor located on its body. The obtained data were processed using spectral analysis, which made it possible to determine the frequency of the resulting acoustic oscillations and their amplitude. The obtained data allow calculating the acoustic conductivity of the burning surface of solid propellant depending on the frequency and amplitude of oscillations in the combustion chamber. Acoustic conductivity characterizes the ability of the surface to amplify sound waves and is an important parameter for modeling combustion processes and assessing the stability of solid-propellant rocket engines. The obtained results can serve as a basis for verification of the developed mathematical models of the combustion process of solid propellants with additions of aluminum powder.

Keywords: solid propellant, aluminum powder, aluminum particle size distribution, high-frequency instability, acoustic admittance of the combustion surface, T-chamber, experimental study

Acknowledgments: This work was supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation within the framework of state contract No. FSWM-2020-0036.

For citation: Arkhipov, V.A., Zolotarev, N.N., Poryazov, V.A. (2024) Influence of aluminum dispersion on acoustic admittance of the solid propellant combustion surface. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 92. pp. 79–88. doi: 10.17223/19988621/92/7

Введение

Изучение высокочастотной неустойчивости горения в ракетных двигательных установках как на жидком, так и на твердом топливе является актуальной задачей при создании новых топливных композиций, обеспечивающих наряду с высокими значениями удельного импульса надежное функционирование и устойчивость процессов горения [1, 2]. Во время работы твердотопливной энергетической установки (ТТЭУ) при определенных параметрах и свойствах твердого топлива возможно возникновение высокочастотной неустойчивости горения [3, 4]. Это явление объясняется резонансом: собственные частоты колебаний в камере сгорания близки к частотам, создаваемым процессом горения топлива. Такой резонанс вызывает вибрационное (или резонансное) горение, которое является самовозбуждающимся процессом с быстрым повышением давления в камере. Высокочастотные колебания внутри камеры сгорания способны вызвать неконтролируемое увеличение давления, что может привести к разрушению камеры [5].

Экспериментальные исследования критически важны для понимания и предотвращения подобных ситуаций. Ключевой параметр, который необходимо определить, – акустическая проводимость твердого топлива в широком диапазоне частот. Эта характеристика отражает способность твердого топлива поглощать или усиливать звуковые волны, что напрямую влияет на стабильность горения. Полученные данные позволяют оценить работоспособность и необходимые пределы прочности конструкции камеры сгорания при воздействии вибрационных нагрузок. Для этого необходимо проведение экспериментальных исследований

для новых разрабатываемых компонентных составов твердого топлива, конструкции камеры сгорания и режимов работы двигателя. При этом применяются специальные методы обработки данных, включающие анализ спектров колебаний и использование адекватных математических моделей. Основным источником усиления акустических колебаний – поверхность горения твердого топлива. Увеличение интенсивности связано с тем, что небольшие колебания давления в газовой фазе, всегда присутствующие в виде турбулентных шумов, приводят к изменениям скорости горения. Эти изменения, в свою очередь, вызывают дополнительную генерацию продуктов сгорания и энергии, что усиливает начальные колебания.

Следует учесть, что не все возмущения приводят к неустойчивости. Только те возмущения, частота которых близка к частоте релаксации волны горения, характеризующей скорость распространения тепловых и химических процессов в волне горения, вызывают значительное усиление. Эта частота зависит от многих факторов, включая химический и компонентный состав топлива, размер пор, температуру горения и давление в камере сгорания. Более того, характер горения может быть существенно разным в зависимости от вида топлива [6, 7]. Например, топлива с мелкодисперсной структурой могут проявлять более высокую склонность к вибрационному горению, чем топлива с крупнозернистой структурой. Геометрия камеры сгорания также играет существенную роль. Форма камеры, наличие внутренних перегородок и сопел – все это влияет на резонансные частоты системы.

Современные модели горения учитывают сложные физико-химические процессы, протекающие в зоне горения, такие как тепло- и массообмен, химические реакции и турбулентность. Используя экспериментальные данные и результаты моделирования для конкретного компонентного состава и дисперсности компонентов в составе твердого топлива, можно определить составы, устойчивые к высокочастотным колебаниям и обеспечивающие безопасную и эффективную работу ТТЭУ [8]. Кроме того, разрабатываются и специальные добавки к топливу, снижающие его склонность к резонансному горению путем модификации процесса горения на молекулярном уровне. Это напрямую связано с разработкой новых высокоэнергетических топливных смесей, включающих инновационные составляющие, такие как активные горючие-связующие (полимерные матрицы с улучшенными энергетическими свойствами для полного сгорания топлива) и металлические нанопорошки (алюминий, бор, магний), значительно повышающие удельный импульс, катализаторы горения, ускоряющие химические реакции и увеличивающие скорость горения. Влияние таких добавок на устойчивость горения также требует тщательного экспериментального исследования. Эти добавки, направленные на повышение энергетических характеристик топлива, одновременно повышают вероятность возникновения высокочастотных неустойчивостей горения. Скорость горения таких композиций значительно превосходит скорость горения традиционных твердых топлив, что обуславливает более интенсивное взаимодействие между химическими реакциями, тепловым потоком и акустическими волнами в камере сгорания.

В целом проблема высокочастотной неустойчивости горения в ТТЭУ является сложной многофакторной задачей, требующей комплексного подхода, сочетающего экспериментальные исследования, математическое моделирование и разра-

ботку новых материалов и технологий. Все это в совокупности позволяет понять механизмы возникновения высокочастотных неустойчивостей и разработать методы их подавления для обеспечения безопасной и эффективной работы ракетных двигателей. В настоящей работе представлены методика и результаты экспериментального определения акустической проводимости поверхности горения твердого топлива, модифицированного добавками порошка алюминия различной дисперсности.

Экспериментальное исследование

Для изучения характера возникновения акустической волны при горении используются специальные камеры сгорания, разработанные для исследования вибрационного горения твердых топлив. Современные датчики и системы регистрации акустических колебаний позволяют получить необходимую информацию для анализа акустической проводимости поверхности горения твердого топлива.

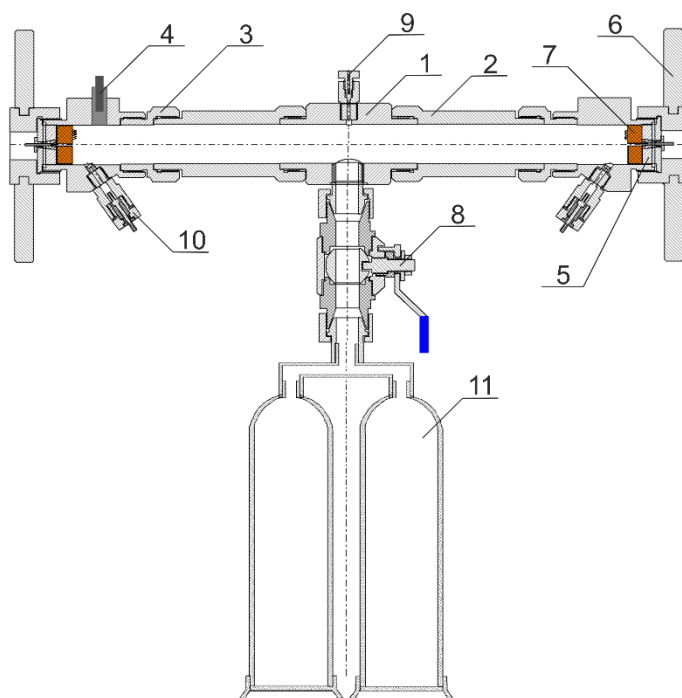


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1 – центральная секция; 2 – удлинитель основной; 3 – удлинитель укороченный; 4 – датчик давления; 5 – узел крепления заряда твердого топлива; 6 – зажим; 7 – образец твердого топлива; 8 – кран высокого давления; 9 – кран Маевского для сброса давления газов; 10 – система зажигания образца; 11 – балластные емкости

Fig. 1. Scheme of the experimental setup:

(1) central section; (2) main extension; (3) shortened extension; (4) pressure sensor; (5) solid propellant charge fastening device; (6) clamp; (7) solid propellant sample; (8) high-pressure valve; (9) Mayevsky valve for releasing gas pressure; (10) sample ignition system; and (11) ballast tanks

В настоящей работе для проведения исследований использовалась экспериментальная установка, представляющая собой двухконцевую Т-образную камеру сгорания [5, 9, 10]. Экспериментальная установка предназначена для создания условий горения двух образцов твердого топлива, способствующих развитию акустической неустойчивости. Схема и фотография экспериментальной установки приведены на рис. 1, 2.



Рис. 2. Фотография экспериментальной установки
Fig. 2. Photo of the experimental setup

Изменение длины резонатора Т-камеры происходит путем монтажа дополнительных секций, совпадающих по диаметру ($D = 42$ мм) с центральной секцией. Зажигание образцов твердого топлива производилось с помощью электрической системы зажигания и накаливающей проволоки. Перед экспериментом в камеру сгорания и балластные емкости предварительно закачивался воздух до заданного давления. Воздух для создания давления в системе подавался от поршневого компрессора КВД-Г. Эксперименты с образцами твердого топлива проводились при давлении $p = 3.0$ МПа. Для каждого типа состава твердого топлива проводилось несколько дублирующих экспериментов.

Для более точной регистрации колебаний давления заподлицо устанавливаются высокочувствительный тензометрический датчик давления ЛХ-412 и пьезоэлектрический датчик пульсаций ЛХ-601, расположенные на корпусе Т-камеры. Сигналы с этих датчиков записываются с высокой частотой дискретизации с помощью виртуального осциллографа АКИП-74824, что позволяет получить детальную информацию о частотном спектре колебаний и определить преобладающие частоты, характерные для возникновения акустической неустойчивости. Анализ полученных данных, включающий обработку полученных сигналов с датчика давления и пульсаций, проводится с использованием специализированного обо-

рудования и программного обеспечения, позволяющего определить характеристики неустойчивости, такие как частота, амплитуда и пространственное распределение колебаний.

Образцы были изготовлены на основе бидисперсного перхлората аммония (ПХА), состоящего из 60% крупнодисперсной фракции с диаметром частиц ($165 \div 315$) мкм и 40% мелкодисперсной фракции с диаметром частиц менее 50 мкм. В качестве горючего-связующего использовался бутадиеновый каучук, пластифицированный трансформаторным маслом (СКДМ-80). Для определения влияния дисперсного состава порошка алюминия на акустическую проводимость в состав твердого топлива были введены в качестве энергетических добавок порошки алюминия промышленных марок АСД-4, АСД-6, АСД-8. Компонентные составы образцов модельных твердых топлив и среднемассовые диаметры частиц алюминия D_{43} приведены в табл. 1.

Таблица 1

Компонентные составы исследуемых твердых топлив

№	Компонентный состав, мас. %				
	ПХА	СКДМ-80	Энергетическая добавка		D_{43} , мкм
1	81.4	18.6	Без металла	—	—
2	69.2	15.8	АСД-4	15	8.1
3	69.2	15.8	АСД-6	15	4.6
4	69.2	15.8	АСД-8	15	2.1

Площадь поверхности горения образцов твердого топлива изменялась путем выполнения в образце параллельных пропилов определенной ширины и глубины. На рис. 3 представлены фотографии готовых образцов твердого топлива.

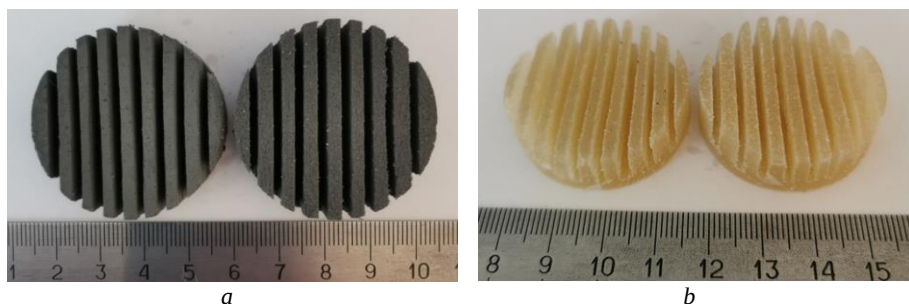


Рис. 3. Образцы твердого топлива, содержащие в качестве энергетической добавки 15 мас. % порошка алюминия (а), и без энергетической добавки (б)

Fig. 3. Solid propellant samples (a) containing 15 wt. % of aluminum powder and (b) without energy additives

Одной из основных характеристик склонности твердых топлив к вибрационному горению является акустическая проводимость горячей поверхности твердого топлива. Увеличение действительной части акустической проводимости χ как основного источника усиления звуковых волн в продуктах сгорания приводит к созданию условий усиления амплитуды колебаний и дестабилизации процесса горения. Обработка полученных результатов была проведена по методике, подробно представленной в работах [11–14]. Значения частоты колебаний при

горении твердого топлива, а также действительной части удельной безразмерной эффективной акустической проводимости горящей поверхности твердого топлива приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты исследования акустической проводимости и частоты колебаний исследуемых составов твердого топлива

№	Марка алюминия	Длина резонатора, мм	Частота колебаний, Гц	Акустическая проводимость, χ	Давление, МПа
1	Без металла	1 045	413	$4.8 \cdot 10^{-3}$	3.0
2	АСД-4		455	$2.3 \cdot 10^{-3}$	
3	АСД-6		457	$2.9 \cdot 10^{-3}$	
4	АСД-8		—	—	

Из результатов, приведенных в табл. 2, следует, что величина χ для составов, содержащих порошки алюминия АСД-4 и АСД-6, меньше, чем для безметалльного состава на 52 и 40% соответственно. Снижение действительной части акустической проводимости для этих составов связано с демпфирующим влиянием частиц конденсирующей фазы. При добавлении в состав модельного твердого топлива 15 мас. % мелкодисперсного порошка алюминия АСД-8 акустические колебания давления в резонаторе Т-камеры не наблюдались. Это связано, по-видимому, с особенностями процесса горения мелкодисперсного порошка алюминия АСД-8 ($D_{43} = 2.1$ мкм) и с характеристиками конденсированных продуктов его сгорания.

Полученные экспериментальные данные качественно согласуются с опубликованными результатами других авторов. Количественное сравнение результатов проведенных экспериментов для исследованных составов с литературными данными является не совсем корректным. Это обусловлено различиями в массовых долях компонентов, природе горючего-связующего, дисперсности частиц ПХА и алюминия. Полученные результаты по порядку величины согласуются с экспериментальными данными [7] и результатами математического моделирования [14].

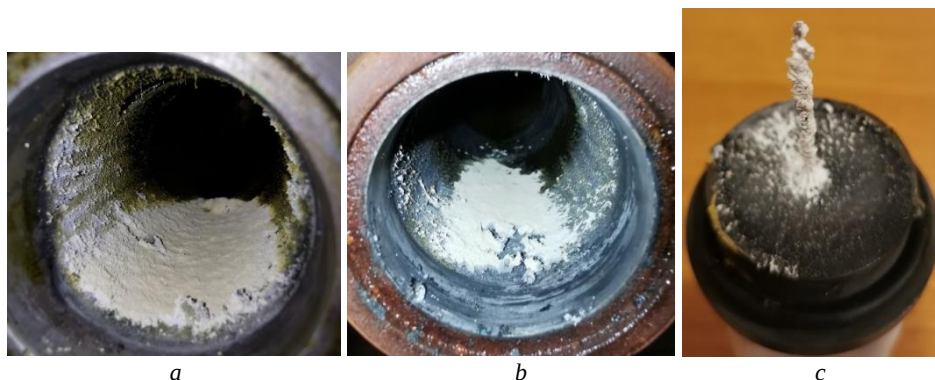


Рис. 4. Фотографии конденсированной фазы продуктов сгорания в резонаторе (а, б) и узле крепления образца твердого топлива (с)

Fig. 4. Photo of the condensed phase of combustion products (a, b) in the resonator and (c) in the solid propellant charge fastening device

Отличительной особенностью при сгорании образцов твердых топлив, содержащих порошок алюминия, является образование остатков конденсированной фазы продуктов сгорания и ее отложения на торцевых концах Т-камеры. На рис. 4 приведены фотографии образования конденсированной фазы в виде белого порошка после проведения эксперимента. Отбор конденсированных продуктов сгорания проводился для каждого эксперимента после демонтажа зажима и узла крепления образца твердого топлива.

После проведения экспериментов с образцами твердого топлива без содержания добавок порошка алюминия образование конденсированной фазы такого характера отсутствует.

Заключение

В настоящей статье представлены результаты серии экспериментов по измерению акустической проводимости поверхности горения модельных твердых топлив на основе СКДМ-80 (горючее-связующее), бидисперсного перхлората аммония (окислитель) с добавлением 15 мас. % порошков алюминия (энергетическая добавка) разной дисперсности, проведенных с использованием Т-камеры с длиной резонатора 1 045 мм.

Для исследования влияния дисперсности частиц алюминия в качестве энергетической добавки модельных твердых топлив использовались промышленные порошки алюминия марок АСД-4, АСД-6 и АСД-8, среднемассовый диаметр частиц которых D_{43} составлял 8,1, 4,6 и 2,1 мкм соответственно.

Результаты экспериментов показали, что для модельных составов с крупнодисперсными частицами алюминия (АСД-4, АСД-6) в резонаторе Т-камеры наблюдались интенсивные колебания с частотой ~ 450 Гц (при среднем давлении в камере $\sim 3,0$ МПа).

Показано, что для составов твердого топлива с порошками АСД-4, АСД-6 действительная часть акустической проводимости в два раза ниже, чем для аналогичного состава твердого топлива, не содержащего энергетическую добавку.

Таким образом, добавление порошка алюминия в состав твердого топлива приводит к стабилизации процесса горения и снижению амплитуды акустических колебаний с сохранением их частоты. Это может быть связано с демпфированием акустических колебаний конденсированными продуктами сгорания частиц алюминия.

При добавлении в состав модельного твердого топлива 15 мас. % мелкодисперсного порошка алюминия АСД-8 акустические колебания давления в резонаторе Т-камеры не наблюдались.

Полученные в экспериментах результаты по влиянию дисперсности порошков алюминия на развитие акустических колебаний в резонаторе Т-камеры можно объяснить различием средних размеров частиц конденсированных продуктов сгорания (оксида алюминия Al_2O_3), образующихся при горении порошков алюминия разной дисперсности в составе твердого топлива, которые могут демпфировать возникающие акустические колебания.

Список источников

1. Шевченко Т.А., Корчикова О.В. Высокочастотные колебания в камерах сгорания жидкостных ракетных двигателей // Решетневские чтения. 2018. Т. 1. С. 225–226.

2. Su W., Wang N., Li J., Zhao Y., Yan M. Improved method of measuring pressure coupled response for composite solid propellants // *Journal of Sound and Vibration*. 2013. V. 333 (8). P. 2226–2240. doi: 10.1016/J.JSV.2013.12.003
3. Исследование ракетных двигателей на твердом топливе / под ред. М. Саммерфильда. М. : Изд-во иностр. лит., 1963.
4. Price E.W. Experimental observations of combustion instability // *Fundamentals of Solid Propellant Combustion*. 1984. P. 733–790.
5. Horton M.D. Use of the one-dimensional T-burner to study oscillatory combustion // *AIAA Journal*. 1964. V. 2 (6). P. 1112–1118.
6. Ganesan S., Chakravarthy S.R. Effect of initial grain temperature on combustion response of composite solid propellants in t-burner // *Combustion Science and Technology*. 2022. V. 196 (11). P. 1615–1627. doi: 10.1080/00102202.2022.2121162
7. Куроедов А.А., Борисов Д.М., Семёнов П.А. Определение акустической проводимости зоны горения безметаллических и металлизированных энергетических конденсированных систем // *Труды МАИ*. 2018. № 98. URL: https://trudymai.ru/upload/iblock/0cc/Kuroedov_Borisov_Semenov_rus.pdf?lang=ru&issue=98
8. Крайнов А.Ю., Моисеева К.М. Исследование газодинамики горения смесового твердого топлива при колебаниях давления // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*. 2024. № 90. С. 130–139.
9. Coates R.L., Horton M.D., Ryan N.W. T-burner method of determining the acoustic admittance of burning propellants // *AIAA Journal*. 1964. V. 2 (6). P. 1119–1122.
10. Хортон М.Д. Применение одномерной Т-камеры для изучения вибрационного горения // *Ракетная техника и космонавтика*. 1964. № 6. С. 65–69.
11. Архипов В.А., Волков С.А., Ревагин Л.Н. Экспериментальное исследование акустической проводимости горящей поверхности смесевых твердых топлив // *Физика горения и взрыва*. 2011. Т. 47, № 2. С. 74–80.
12. Архипов В.А., Бондарчук С.С., Жуков А.С. Нестационарные режимы горения конденсированных систем : учеб. пособие. Томск : Изд. Дом Том. гос. ун-та, 2017.
13. Архипов В.А., Волков С.А., Ревагин Л.Н. Влияние состава смесевых композиций и ионизирующего излучения на устойчивость горения // *Химическая физика*. 2012. Т. 31, № 5. С. 50–56.
14. Крайнов А.Ю., Порязов В.А., Моисеева К.М. Моделирование нестационарного горения твердого топлива в камере сгорания и расчет акустической проводимости поверхности горения топлива // *Инженерно-физический журнал*. 2023. Т. 96, № 3. С. 692–702.

References

1. Shevchenko T.A., Korchikova O.V. (2018) Vysokochastotnyye kolebaniya v kamerakh sgoraniya zhidkostnykh raketnykh dvigateley [High-frequency oscillations in combustion chambers of liquid rocket engines]. *Reshetnevskiye chteniya*. 1. pp. 225–226.
2. Su W., Wang N., Li J., Zhao Y., Yan M. (2013) Improved method of measuring pressure coupled response for composite solid propellants. *Journal of Sound and Vibration*. 333(8). pp. 2226–2240. DOI: 10.1016/J.JSV.2013.12.003.
3. Summerfield M., Ed. (1960) *Solid Propellant Rocket Research*. Academic Press.
4. Price E.W. (1984) Experimental observations of combustion instability. *Fundamentals of Solid Propellant Combustion*. pp. 733–790.
5. Horton M.D. (1964) Use of the one-dimensional T-burner to study oscillatory combustion. *AIAA Journal*. 2(6). pp. 1112–1118.
6. Ganesan S., Chakravarthy S.R. (2022) Effect of initial grain temperature on combustion response of composite solid propellants in t-burner. *Combustion Science and Technology*. 196(11). pp. 1615–1627. DOI: 10.1080/00102202.2022.2121162.
7. Kuroedov A.A., Borisov D.M., Semenov P.A. (2018) Opredeleniye akusticheskoy provodimosti zony goreniya bezmetal'nykh i metallizirovannykh energeticheskikh kondensi-

- rovannykh system [Determination of acoustic admittance of the combustion zone of metal-free and metalized energetic condensed media]. *Trudy MAI*. 98.
8. Krainov A.Yu., Moiseeva K.M. (2024) *Issledovaniye gazodinamiki goreniiya smesevogo tverdogo topliva pri kolebaniyakh davleniya* [A study of the gas dynamics of combustion of a mixed solid propellant with pressure fluctuations]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 90. pp. 130–139.
 9. Coates R.L., Horton M.D., Ryan N.W. (1964) T-burner method of determining the acoustic admittance of burning propellants. *AIAA Journal*. 2(6). pp. 1119–1122.
 10. Horton M.D. (1964) *Primeneniye odnomernoy T-kamery dlya izucheniya vibratsionnogo goreniiya* [Use of the one-dimensional T-burner to study oscillatory combustion]. *Raketnaya tekhnika i kosmonavtika*. 6. pp. 65–69.
 11. Arkhipov V.A., Volkov S.A., Revyagin L.N. (2011) Experimental study of the acoustic admittance of the burning surface of composite solid propellants. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 47(2). pp. 193–199.
 12. Arkhipov V.A., Bondarchuk S.S., Zhukov A.S. (2017) *Nestatsionarnyye rezhimy goreniiya kondensirovannykh sistem* [Nonstationary modes of combustion of condensed systems]: Tomsk: Tomsk State University.
 13. Arkhipov V.A., Volkov S.A., Revyagin L.N. (2012) Influence of the composition and ionizing radiation on the stability of combustion of composite propellants. *Russian Journal of Physical Chemistry B*. 6(3). pp. 384–389.
 14. Krainov A.Yu., Poryazov V.A., Moiseeva K.M. (2023) Simulation of the nonstationary burning of a solid propellant in a combustion chamber and calculation of the acoustic admittance of the combustion surface of this propellant. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 96(3). pp. 688–699.

Сведения об авторах:

Архипов Владимир Афанасьевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом газовой динамики и физики взрыва Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: leva@niipmm.tsu.ru

Золоторёв Николай Николаевич – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: nikzolotorev@mail.ru

Порязов Василий Андреевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математической физики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: poryazov@ftf.tsu.ru

Information about the authors:

Arkhipov Vladimir A. (Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: leva@niipmm.tsu.ru

Zolotorev Nikolay N. (Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: nikzolotorev@mail.ru

Poryazov Vasily A. (Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: poryazov@ftf.tsu.ru

Статья поступила в редакцию 07.11.2024; принята к публикации 09.12.2024

The article was submitted 07.11.2024; accepted for publication 09.12.2024