

Научная статья

УДК 531.3, 532.1

doi: 10.17223/19988621/93/8

## Подводный старт суперкавитирующих ударников из лабораторных метательных установок различной длины

Александр Николаевич Ищенко<sup>1</sup>, Владислав Сергеевич Акользин<sup>2</sup>,  
Виктор Владимирович Буркин<sup>3</sup>, Илья Михайлович Бiryukov<sup>4</sup>,  
Алексей Сергеевич Дьячковский<sup>5</sup>, Алена Сергеевна Шестопалова<sup>6</sup>,  
Андрей Владимирович Чупашев<sup>7</sup>

*1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Томский государственный университет, Томск, Россия*

*<sup>1</sup> ichan@niipmm.tsu.ru*

*<sup>2</sup> akolzin99@inbox.ru*

*<sup>3</sup> v.v.burkin@mail.ru*

*<sup>4</sup> ilya.biryukov.2072@mail.ru*

*<sup>5</sup> lex\_okha@mail.ru*

*<sup>6</sup> shestopalova@tf.tsu.ru*

*<sup>7</sup> chupashevav@niipmm.tsu.ru*

**Аннотация.** Приводятся примеры экспериментальной реализации подводного старта с визуализацией быстропротекающих высокоэнергетических процессов, сопровождающих выход ударников из ускорительных каналов различной длины в воду. Зафиксированы качественные различия в картинах процесса подводного выстрела при старте из метательных установок с различной длиной ускорительного канала. Получена зависимость скорости фронта продуктов сгорания от дульной скорости ударника. Рассчитаны внутрибаллистические параметры выстрела, характеризующие особенности метательных установок с различной длиной ускорительного канала.

**Ключевые слова:** гидробаллистическая трасса, суперкавитация, ударник, кавитатор, длина ускорительного канала метательной установки, подводный старт

**Благодарности:** Экспериментальные исследования выполнены за счет гранта Российского научного фонда № 19-19-00233, <https://rscf.ru/project/19-19-00233/>. Анализ экспериментальных результатов выполнен при поддержке Программы развития Томского государственного университета (Приоритет-2030).

**Для цитирования:** Ищенко А.Н., Акользин В.С., Буркин В.В., Бiryukov И.М., Дьячковский А.С., Шестопалова А.С., Чупашев А.В. Подводный старт суперкавитирующих ударников из лабораторных метательных установок различной длины // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2025. № 93. С. 96–105. doi: 10.17223/19988621/93/8

Original article

## Underwater launching of supercavitating projectiles from laboratory bores of different lengths

Aleksandr N. Ishchenko<sup>1</sup>, Vladislav S. Akol'zin<sup>2</sup>, Viktor V. Burkin<sup>3</sup>,  
Il'ya M. Biryukov<sup>4</sup>, Aleksey S. D'yachkovskiy<sup>5</sup>, Alyona S. Shestopalova<sup>6</sup>,  
Andrey V. Chupashev<sup>7</sup>

<sup>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7</sup> Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

<sup>1</sup> ichan@niipmm.tsu.ru

<sup>2</sup> akolzin99@inbox.ru

<sup>3</sup> v.v.burkin@mail.ru

<sup>4</sup> ilya.biryukov.2072@mail.ru

<sup>5</sup> lex\_okha@mail.ru

<sup>6</sup> shestopalova@jf.tsu.ru

<sup>7</sup> chupashevav@niipmm.tsu.ru

**Abstract.** Examples of experiments on underwater launching with the visualization of fast-flowing high-energy processes accompanying the release of projectiles from accelerator channels of various lengths into the water are presented. The qualitative difference in the patterns of underwater firing during launching from the bores with accelerator channels of different lengths is revealed. The velocity of the front of the combustion products is obtained as a function of the muzzle velocity of the projectile. The intraballistic parameters of the firing process, which characterize the features of projectile launchers with accelerator channels of different lengths, are calculated.

**Keywords:** hydroballistic track, supercavitation, projectile, cavitator, accelerator channel length, underwater launch

**Acknowledgments:** Experimental studies were carried out at the expense of the Russian Science Foundation (project No. 19-19-00233), <https://rscf.ru/project/19-19-00233/>. The analysis of experimental results was supported by the Tomsk State University Development Program (Priority 2030).

**For citation:** Ishchenko, A.N., Akol'zin, V.S., Burkin, V.V., Biryukov, I.M., D'yachkovskiy, A.S., Shestopalova, A.S., Chupashev, A.V. (2025) Underwater launching of supercavitating projectiles from laboratory bores of different lengths. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 93. pp. 96–105. doi: 10.17223/19988621/93/8

### Введение

Высокоскоростное движение твердых тел в воде сопряжено с нарушением сплошности среды с образованием каверн [1–3], часто встречается в различных технических приложениях и является актуальной задачей для исследовательских коллективов многих стран [4–9]. На базе гидробаллистического комплекса НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета проводятся экспериментально-теоретические исследования высокоэнергетических быстротекущих процессов в различных средах [10–11].

Известно, что при выстреле в воздух истекающая из ускорительного канала струя пороховых газов в периоде последействия может повлиять на дальнейшую траекторию движения метаемого тела. При подводном выстреле такое влияние может быть более существенным из-за наличия подвижной границы раздела фаз, на которой плотность среды меняется в сотни и более раз. В ходе работы [11] было отмечено, что выход ударника сопровождается характерной вспышкой и последующим выбросом в воду или суперкаверну горячих газов под давлением с дальнейшей реализацией одного из двух характерных сценариев:

- с «замытием» ударника без проникновения метающего газа в суперкаверну;
- без «замытия» ударника с прорывом метающего газа в суперкаверну.

В обоих случаях отмечалось существенное влияние истекающих пороховых газов на общую газодинамическую картину подводного старта, вносящее нестационарность в газодинамическую картину вокруг ударника, что влияет на исход эксперимента, затрудняет обработку результатов и сравнение их с расчетами. Это показывает, что, с одной стороны, нужно стремиться к уменьшению влияния внутрибаллистических процессов на движение суперкавитирующего ударника в периоде последействия, с другой стороны, необходимо научиться прогнозировать и учитывать это влияние в математических моделях подводного выстрела. Последнему способствует получение данных о скорости фронта продуктов сгорания, поступающих в суперкаверну, в зависимости от параметров выстрела.

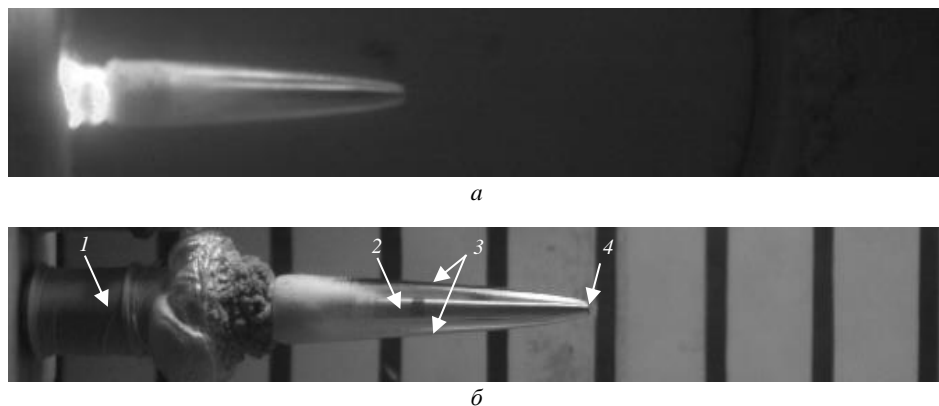
Цель настоящей работы – получение новых данных об особенностях подводного старта ударников из ускорительных каналов различной длины и построение зависимости скорости фронта продуктов сгорания метающего состава от скорости ударника.

### **Подводный старт ударников из ускорительных каналов различной длины**

Эксперименты проводились с применением двух баллистических установок с равными диаметрами ускорительных каналов  $d = 8$  мм, но различными длинами ускорительных каналов –  $25d$  и  $106d$ . Метались удлиненные ударники с плоским кавитатором диаметром  $0.25d$ . Согласно оценочным расчетам [11], величина давления на дульном срезе установки длиной  $106d$  в несколько раз меньше, чем при длине  $25d$ , что существенно снижает воздействие струи метающих газов на ударник и каверну в период последействия. Визуальное сравнение картины протекающих процессов при подводном старте из установок разной длины при близких дульных скоростях ударника выявляет несколько качественных различий. На рис. 1 приведены фотографии момента выхода ударников из ускорительных каналов длиной  $25d$  (см. рис. 1, *a*) и  $106d$  (см. рис. 1, *b*).

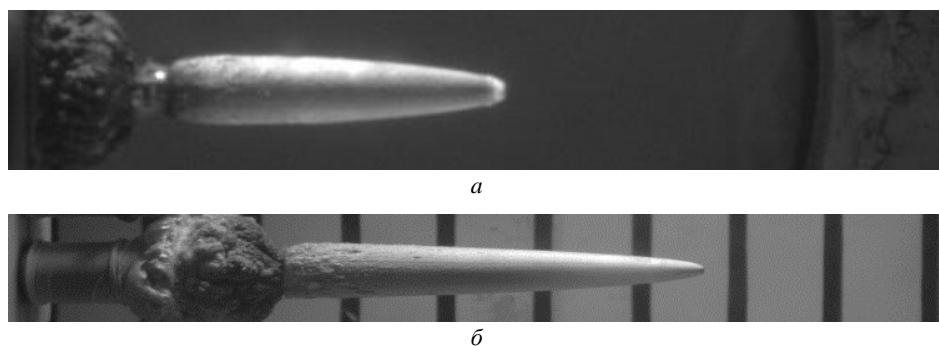
В случае с установкой длиной  $25d$  (см. рис. 1, *a*) в момент освобождения канала на дульном срезе отмечается вспышка, которая не наблюдается при длине  $106d$  (см. рис. 1, *b*). Ее наличие можно объяснить более высокой температурой газа на срезе короткого ускорительного канала или присутствием несгоревших частиц метающего состава.

Следующая рассматриваемая фаза процесса – столкновение фронта метающих газов с границами суперкаверны в области кавитатора (рис. 2).



**Рис. 1.** Фотографии, полученные в момент освобождения ударниками ускорительного канала: *a* – длиной  $25d$ , *б* – длиной  $106d$ ; 1 – метательная установка; 2 – ударник; 3 – верхняя / нижняя граница суперкаверны; 4 – кавитатор

**Fig. 1.** Pictures of the projectile release from the accelerator channels of different lengths: (a)  $25d$  and (b)  $106d$ ; 1, accelerator; 2, projectile; 3, top/bottom boundaries of the supercavern; and 4, cavitator



**Рис. 2.** Фотографии, полученные в момент столкновения фронта метаемых газов с границами суперкаверны в области кавитатора: *a* – канал длиной  $25d$ ; *б* – канал длиной  $106d$

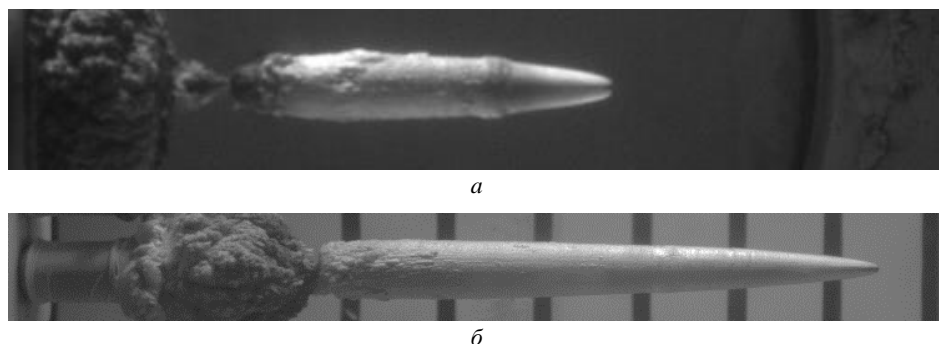
**Fig. 2.** Pictures of the collision between the front of the combustion products and the boundaries of the supercavern in the cavitator vicinity at different channel lengths: (a)  $25d$  and (b)  $106d$

При длине ускорительного канала  $25d$  (см. рис. 2, *a*) в области кавитатора отмечаются свечение границ суперкаверны и ее локальное расширение. В случае с каналом длиной  $106d$  (см. рис. 2, *b*) существенных визуальных изменений поверхности суперкаверны не отмечается. Фотографии на рис. 3 показывают дальнейшее развитие процесса.

В случае с ускорительным каналом длиной  $25d$  (см. рис. 3, *a*) в месте удара газового фронта о каверну наблюдается локальная кольцевая деформация ее границ, которая не отмечается в эксперименте с длиной канала  $106d$  (см. рис. 3, *b*).

Приведенные визуальные сравнения выявляют качественные различия в картинах протекающих процессов метания при различных длинах ускорительного канала. Метанию из ускорительного канала длиной  $25d$  сопутствуют две вспышки: в момент освобождения канала ударником и в момент торможения быстро-

движущихся горячих пороховых газов о границы суперкаверны в области кавитатора. Последующая деформация каверны в этой области свидетельствует о значительной величине давления в момент удара газового фронта о воду. При метании с применением канала длиной  $106d$  дульная вспышка не наблюдается, а в области торможения газового фронта искажения границ суперкаверны не происходит, что в совокупности указывает на меньшее возмущающее действие истекающих газов в периоде последствия.

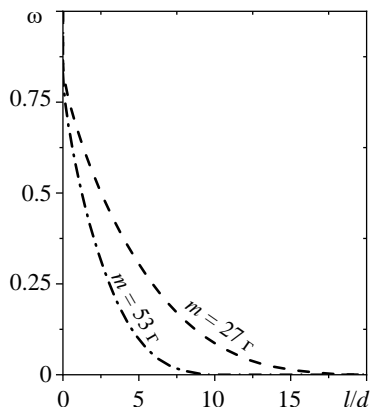


**Рис. 3.** Картина движения после столкновения фронта метаемых газов с границами суперкаверны в области кавитатора: *а* – канал длиной  $25d$ ; *б* – канал длиной  $106d$   
**Fig. 3.** Pictures of the motion after the collision between the front of the combustion products and the boundaries of the supercavern in the cavitator vicinity at different channel lengths: (a)  $25d$  and (b)  $106d$

Для правильного анализа наблюдаемой картины необходимо установить, произошло ли полное сгорание метаемого состава к моменту выхода ударника из ускорительного канала. С применением математической модели и численной методики расчета внутрикамерных процессов [12] был произведен расчет внутриваллистических параметров выстрела. Результаты газодинамических расчетов, приведенные на рис. 4, показывают зависимость безразмерной массы несгоревшего заряда от пути, пройденного ударником в ускорительном канале.

Согласно расчету, в обоих рассмотренных случаях с ударниками массой 27 и 53 г происходит полное сгорание метаемого состава к моменту достижения ударником первых  $19d$  канала, т.е. к моменту входа ударника в воду весь заряд уже сгорел, и наблюдаемая картина не является следствием его догорания вне ускорительного канала. В таком случае причиной наблюдаемого на срезе ускорительного канала длиной  $25d$  свечения, скорее всего, является высокая температура продуктов сгорания, так как полное сгорание порохового заряда происходит близко к дульному срезу. Соответственно, для случая с каналом  $106d$  процесс горения полностью завершается в канале задолго до момента выхода ударника, и газ успевает остыть. В результате расчета газодинамической картины выстрела получено, что для ускорительного канала длиной  $25d$  температура газов при выходе составляет около 2 000 К, а давление в газе на торце ударника при выходе из ускорительного канала достигает 160–180 МПа. Для установки с каналом длиной  $106d$  температура газов снижается в 2 раза, а дульное давление – в 4 раза. Использование более длинной установки позволяет снизить воздействие на окружающую среду и метаемый ударник. Для установки с длиной канала  $25d$

замечено, что повышение дульного давления газа (свыше 150–200 МПа) снижает вероятность попадания пороховых газов в каверну.



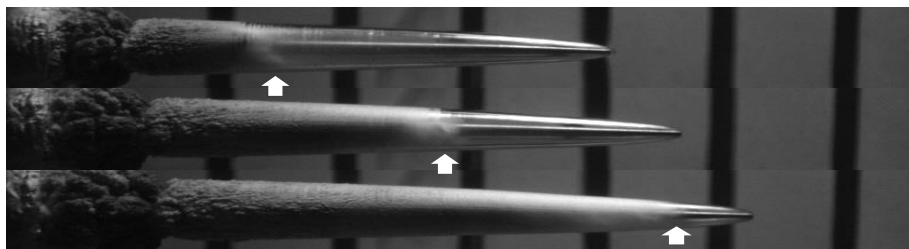
**Рис. 4.** Зависимость безразмерной массы несгоревшего заряда от положения ударника в ускорительном канале

**Fig. 4.** Dimensionless mass of the unburned charge as a function of the projectile position in the accelerator channel

Результаты внутривалистических расчетов газодинамической картины выстрела показали, что процесс горения заряда заканчивается до момента выхода ударника из ускорительного канала, что, в свою очередь, позволяет рассматривать движение газопороховой смеси в воде без учета горения заряда при расчете процессов, сопровождающих подводный старт.

#### Движение фронта продуктов сгорания в суперкаверне

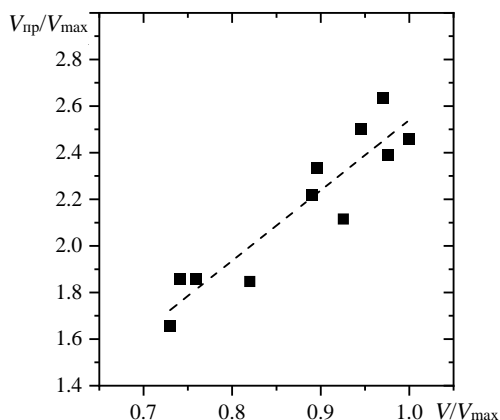
Исследование зависимости скорости фронта продуктов сгорания, проникающих в суперкаверну, производилось на установке с длиной ускорительного канала  $106d$  по данным высокоскоростной видеорегистрации. Фотографирование в опытах производилось с равным периодом  $5.5 \cdot 10^{-5}$  с. На рис. 5 запечатлен характерный процесс подводного выстрела с распространением продуктов сгорания из ствола в суперкаверну (положение фронта продуктов сгорания на фотографиях отмечено стрелками).



**Рис. 5.** Движение фронта продуктов сгорания в суперкаверне

**Fig. 5.** Movement of the front of the combustion products in the supercavern

По перемещению между кадрами были сделаны оценки скорости фронта продуктов сгорания при использовании канала длиной  $106d$ . Зависимость скорости фронта продуктов сгорания  $V_{\text{пр}}$  в суперкаверне от дульной скорости ударника  $V$  показана на рис. 6. Величины обезразмерены по максимальной дульной скорости  $V_{\text{max}}$  ударника, достигнутой в экспериментах.



**Рис. 6.** Зависимость скорости фронта продуктов сгорания от дульной скорости ударника:  
 ■ – эксперимент; - - - - линейная аппроксимация

**Fig. 6.** Velocity of the combustion product front as a function of the projectile muzzle velocity:  
 ■ experiment and - - - linear approximation

Наблюдается зависимость скорости фронта продуктов сгорания от дульной скорости ударника. В исследуемом диапазоне скоростей экспериментальные значения методом наименьших квадратов аппроксимируются линейной функцией  $V_{\text{пр}} = -0.48V_{\text{max}} + 3V$  (штриховая линия на графике), коэффициент детерминации составил  $R^2 = 0.85$ .

### Заключение

В работе получены новые данные по подводному старту ударников из ускорительных каналов различной длины, в частности:

- получен детальный фото- и видеоматериал, на котором запечатлена сложная газодинамическая картина быстропротекающих процессов, сопровождающих подводный выстрел из ускорительных каналов метательных установок различной длины, и показано, что проникающие в суперкаверну при подводном выстреле пороховые газы возмущают границы суперкаверны вокруг ударника;

- при подводном старте из ускорительного канала метательной установки длиной  $25d$  проникающие в суперкаверну пороховые газы деформируют профиль суперкаверны вокруг ударника, а при старте из ускорительного канала длиной  $106d$  деформации суперкаверны не отмечаются;

- расчетным образом показано, что процесс горения заряда в обоих случаях заканчивается до момента выхода ударника из ускорительного канала. Это позволяет в дальнейшем моделировать движение ударника и продуктов сгорания каверны без учета горения заряда;

– для ускорительного канала метательной установки длиной  $106d$  получена экспериментальная зависимость скорости фронта продуктов сгорания метающего состава от скорости ударника. В рассмотренном диапазоне скоростей она аппроксимируется линейной функцией  $V_{пр} = -0.48V_{max} + 3V$ .

#### Список источников

1. *Логвинович Г.В.* Некоторые вопросы глиссирования и кавитации // Труды ЦАГИ. 1980. № 2052. С. 250–270.
2. *Пирсол И.* Кавитация / пер. с англ. Ю.Ф. Журавлева. М. : Мир, 1975. 95 с.
3. *Васин А.Д.* Задачи гидродинамики и гидроупругости высокоскоростного движения в воде : дис. ... д-ра техн. наук / Гос. науч.-исслед. центр ЦАГИ, 1999. 282 с.
4. *Савченко Ю.Н., Власенко Ю.Д., Семенов В.Н.* Экспериментальные исследования высокоскоростных кавитационных течений // Гидромеханика. 1998. № 72. С. 103–111.
5. *Савченко Ю.Н.* Моделирование суперкавитационных процессов // Прикладная гидромеханика. 2000. Т. 2, № 3. С. 75–86.
6. *Thai D., Horák V., Nguyen Van D., Dao Van D.* Ballistics of Supercavitating Projectiles // Advances in Military Technology. 2018. V. 13 (2). P. 237–248. doi: 10.3849/aimt.01243
7. *Vlasenko Y.* Experimental investigation of supercavitation flow regimes at subsonic and transonic speeds // Proceedings of the Fifth Int. Symp. on Cavitation (Osaka, Japan). 2003. Cav03-GS-6-006.
8. *Guo Z., Zhang W., Xiao X., Wei G., Ren P.* An investigation into horizontal water entry behaviors of projectiles with different nose shapes // International Journal Impact Engineering. 2012. V. 49. P. 43–60. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2012.04.004
9. *Ping W., Jian H., Tingfeng C.* Analysis on the stability of supercavitation projectile // Applied Mechanics and Materials. 2012. V. 157-158. P. 58–61. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.157-158.58
10. *Ищенко А.Н., Буркин В.В., Дьячковский А.С. и др.* Исследование параметров движения инертных конических моделей в воде // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2021. № 71. С. 78–89. doi: 10.17223/19988621/71/7
11. *Ищенко А.Н., Буркин В.В., Дьячковский А.С., Чушаев А.В.* Подводный старт суперкавитирующего ударника из лабораторной баллистической установки // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2023. № 82. С. 97–107. doi: 10.17223/19988621/82/8
12. *Хоменко Ю.П., Ищенко А.Н., Касимов В.З.* Математическое моделирование внутрибаллистических процессов в ствольных системах. Новосибирск : Изд-во СО РАН, 1999. 255 с.

#### References

1. Logvinovich G.V. (1980) Nekotorye voprosy glissirovaniya i kavitatsii [Some issues of planing and cavitation]. *Trudy TSAGI*. 2052. pp. 250–270.
2. Pearsall I.S. (1972) *Cavitation*. London: Mills & Boon.
3. Vasin A.D. (1999) *Zadachi gidrodinamiki i gidrouprugosti vysokoskorostnogo dvizheniya v vode* [Problems of hydrodynamics and hydroelasticity of high-speed motion in water]. Dissertation. Gosudarstvennyy nauchno-issledovatel'skiy tsentr TSAGI.
4. Savchenko Yu.N., Vlasenko Yu.D., Semenenko V.N. (1998) Eksperimental'nye issledovaniya vysokoskorostnykh kavitatsionnykh techeniy [Experimental studies of high-speed cavitation flows]. *Gidromekhanika*. 72. pp. 103–111.
5. Savchenko Yu.N. (2000) Modelirovanie superkavitatsionnykh protsessov [Modeling of supercavitation processes]. *Prikladnaya gidromekhanika*. 2(3). pp. 75–86.
6. Thai D., Horák V., Nguyen Van D., Dao Van D. (2018) Ballistics of supercavitating projectiles. *Advances in Military Technology*. 13(2). pp. 237–248. doi: 10.3849/aimt.01243



7. Vlasenko Yu.D. (2003) Experimental investigation of supercavitation flow regimes at subsonic and transonic speeds. *Proceedings of the Fifth International Symposium on Cavitation. Osaka, Japan.* Cav03-GS-6-006.
8. Guo Z., Zhang W., Xiao X., Wei G., Ren P. (2012) An investigation into horizontal water entry behaviors of projectiles with different nose shapes. *International Journal of Impact Engineering.* 49. pp. 43–60. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2012.04.004
9. Ping W., Jian H., Tingfeng C. (2012) Analysis on the stability of supercavitation projectile. *Applied Mechanics and Materials.* 157–158. pp. 58–61. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.157-158.58
10. Ishchenko A.N., Burkin V.V., D'yachkovskiy A.S., Chupashev A.V. (2021) Issledovanie parametrov dvizheniya inertnykh konicheskikh modeley v vode [Investigation of underwater motion parameters for inert conical models]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics.* 71. pp. 78–89. doi: 10.17223/19988621/71/7
11. Ishchenko A.N., Burkin V.V., D'yachkovskiy A.S., Chupashev A.V. (2023) Podvodnyy start superkavitiruyushchego udarnika iz laboratornoy ballisticheskoy ustanovki [Underwater launching of a supercavitating projectile out of a ballistic test setup]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics.* 82. pp. 97–107. doi: 10.17223/19988621/82/8
12. Khomenko Yu.P., Ishchenko A.N., Kasimov V.Z. (1999) *Matematicheskoe modelirovanie vnutriballisticheskikh protsessov v stvol'nykh sistemakh* [Mathematic simulation of intraballistic processes in barrel systems]. Novosibirsk: Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences.

**Сведения об авторах:**

**Ищенко Александр Николаевич** – доктор физико-математических наук, директор Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: ichan@niipmm.tsu.ru

**Акользин Владислав Сергеевич** – инженер-исследователь Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: akolzin99@inbox.ru

**Бирюков Илья Михайлович** – техник Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: ilya.biryukov.2072@mail.ru

**Буркин Виктор Владимирович** – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: v.v.burkin@mail.ru

**Дьячковский Алексей Сергеевич** – кандидат физико-математических наук, заведующий сектором 71 Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: lex\_okha@mail.ru

**Шестопалова Алена Сергеевна** – техник Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: shestopalova@ftf.tsu.ru

**Чупашев Андрей Владимирович** – младший научный сотрудник Научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: chupashevav@gmail.ru

**Information about the authors:**

**Ishchenko Aleksandr N.** (Doctor of Physics and Mathematics, Director, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: ichan@niipmm.tsu.ru

**Akol'zin Vladislav S.** (Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: akolzin99@inbox.ru

**Biryukov Il'ya M.** (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: ilya.biryukov.2072@mail.ru

**Burkin Viktor V.** (Candidate of Physics and Mathematics, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: v.v.burkin@mail.ru

**D'yachkovskiy Aleksey S.** (Candidate of Physics and Mathematics, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: lex\_okha@mail.ru

**Shestopalova Alyona S.** (Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: shestopalova@ftf.tsu.ru

**Chupashev Andrey V.** (Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: chupashevav@gmail.ru

*Статья поступила в редакцию 08.12.2023; принята к публикации 07.02.2025*

*The article was submitted 08.12.2023; accepted for publication 07.02.2025*