ТЕПЛОФИЗИКА И ГИДРОДИНАМИКА

УДК 536.2.01 DOI: 10.17223/00213411/68/3/5

Критериальный анализ динамики процесса теплопроводности на примере модельной системы

Е.Н. Перевозников[1]

[1] *Военно-космическая академия им А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург, Россия*

На основе анализа свойств динамической модели процессов теплопроводности в твердых телах, рассмотренной в предыдущей работе, проводится критериальный анализ устойчивости процессов. Методами теории устойчивости НРИ и L-критерия исследована устойчивость решений уравнений модели. Получены условия возможных неустойчивостей, показано, что их причиной является нелинейность, неравновесность и неоднородность системы и что неустойчивости проявляются в виде возбуждения тепловых колебаний и волн.

Ключевые слова: *моделирование процесса теплопроводности, неустойчивости процессов.*

Введение

Настоящая статья основана на результатах работы [1] и является ее естественным продолжением. В работе [1] приведена модель процесса теплопроводности в твердых телах, представляющая последний как процесс распространения потока внутренней энергии по системе различных каналов, каждый из которых моделирует теплопроводность в различных компонентах вещества либо определенный физический процесс теплопередачи (фононный, электронный) и характеризуется своей скоростью распространения тепла, теплоемкостью и другими параметрами.

В рамках рассмотренной модели [1, 2] процесс теплопроводности описывается потоком (q) и плотностью внутренней энергии (u). Поток энергии в каждом канале n распространяется вдоль оси OX как по ее направлению, так и против. $q_{\vec{n}}$ и $q_{\overleftarrow{n}}$ – плотности потоков внутренней энергии, распространяющихся по $q_{\vec{n}}$ и против $q_{\overleftarrow{n}}$ заданной оси по N каналам распространения (всего $2N$ величин). Общий поток энергии равен

$$q(x,t)=\sum_{n=1}^{N} q_n(x,t)=\sum_{n=1}^{N}\left(q_{\vec{n}}(x,t)-q_{\overleftarrow{n}}(x,t)\right). \tag{1}$$

Результирующее значение переносимой части внутренней энергии $U(x, t)$ равно сумме энергий в каждом канале:

$$U(x,t)=\sum_{n=1}^{N}\left[u_{\vec{n}}(x,t)+u_{\overleftarrow{n}}(x,t)\right]=\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{c_n}\left[q_{\vec{n}}(x,t)+q_{\overleftarrow{n}}(x,t)\right], \tag{2}$$

где c_n – скорость распространения внутренней энергии в n-м канале. Таким образом, можно говорить о том, что каждый канал обладает собственной частотой и, соответственно, локальной температурой.

Для простейшей двухканальной системы, моделирующей композит, состоящий из двух разнородных материалов (например, металл – диэлектрик), система динамических уравнений модели имеет вид (см. [1, 2])

$$\begin{gathered}
\frac{du_1}{dt}+\frac{\partial q_1}{\partial x}+2a_{12}c_1u_1=2a_{21}c_2u_2,\\
\frac{1}{c_1}\frac{\partial q_1}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(c_1u_1)+q_1(2a_{11}+2a_{12}),\\
\frac{du_2}{dt}+\frac{\partial q_2}{\partial x}+2a_{21}c_2u_2=2a_{12}c_1u_1,\\
\frac{1}{c_2}\frac{\partial q_2}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(c_2u_2)+q_2(2a_{22}+2a_{21}),
\end{gathered} \tag{3}$$