

## Квазиклассический подход для обобщенного уравнения Хауса, описывающего излучение в резонаторе лазера с импульсной накачкой\*

А.Е. Кулагин<sup>1,2</sup>, А.В. Шаповалов<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup> *Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск, Россия*

<sup>2</sup> *Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, г. Томск, Россия*

<sup>3</sup> *Национальный исследовательский Томский государственный университет, г. Томск, Россия*

<sup>4</sup> *Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, г. Томск, Россия*

Рассматривается обобщенное уравнение Хауса, учитывающее нестационарность условий накачки активной среды. Предлагается подход к построению асимптотических решений такого уравнения, основанный на методе квазиклассически сосредоточенных состояний. Для этого модель представляется в нелокальной форме и рассматриваются различные варианты связи между параметрами модели и малым параметром квазиклассического приближения. В явном виде получены уравнения на члены асимптотического разложения огибающей моды лазерного излучения в резонаторе. Предложенный подход позволяет оценить форму, длительность и мощность импульса излучения.

**Ключевые слова:** квазиклассически сосредоточенные решения, квазиклассические асимптотики, резонатор, насыщение, дисперсия, метод Маслова, неэрмитов оператор.

### Введение

Эффективным методом описания временной эволюции излучения в резонаторе лазера является мастер-уравнение Хауса [1]. Одним из достижений такой модели является то, что даже в простейшем виде, когда считается, что коэффициент усиления среды постоянен, она позволяет описать эффекты, ответственные за формирование сверхкоротких импульсов излучения, которые удается получить в эксперименте [2]. Теория, развитая Хаусом, применима к куда более широкому пласту задач в разных активных средах, где требуется математическое описание временной формы импульса излучения. В частности, уравнение Хауса представляет интерес с точки зрения описания импульса излучения в рамках моделей импульсных лазеров, где параметры активной среды описываются кинетическими уравнениями [3], так как интенсивность излучения входит в кинетические уравнения баланса лазерных уровней.

С математической точки зрения уравнение Хауса представляет собой комплексное уравнение Гинзбурга – Ландау [4], которое эквивалентно нелинейному уравнению Шредингера с неэрмитовой частью оператора уравнения. Несмотря на то, что оно является уравнением в частных производных второго порядка так же, как и реакционно-диффузионные уравнения, которые используются для описания кинетики активных сред, задача построения его решений на порядок сложнее. Поэтому актуальна задача разработки подходов к построению его приближенных решений, позволяющих упростить модель для ее интеграции в кинетические модели. Одним из таких подходов может быть теория квазиклассического приближения, развитая для уравнений типа Шредингера в квантовой механике [5]. Так как нас интересуют локализованные во времени импульсы, то применим в данном случае метод квазиклассически сосредоточенных состояний. Этот метод был обобщен на случай нелинейного уравнения Шредингера с неэрмитовой частью в работе [6], что позволяет применить его к данной задаче.

В настоящей работе мы применяем метод квазиклассически сосредоточенных состояний к обобщенному уравнению Хауса. Для этого проводится адаптация модели под формальные требования математического формализма, а также устанавливается соответствие между малым параметром в теории квазиклассического приближения и параметрами модели Хауса.

### 1. Обобщенное уравнение Хауса

Мода излучения циркулирующего в резонаторе лазера может приближенно описываться плоской волной на одном проходе резонатора. В рамках такой модели излучение можно описать комплекснозначной огибающей  $A(n, t)$ , которая обычно нормируется таким образом, что  $|A(n, t)|^2$

\* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-71-01047, <https://rscf.ru/project/23-71-01047/>.