

## Обобщение соотношения неопределенностей Мандельштама – Тамма с высшими центральными моментами

Р.Г. Зарипов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Институт механики и машиностроения – структурное подразделение ФИЦ «Казанский научный центр Российской академии наук», г. Казань, Россия*

Получены новые и усиленные известные соотношения для квантовых неравновесных систем. Рассматривается матричный аналог соотношения неопределенностей Робертсона – Шредингера для описания состояний квантовых систем с высшими центральными моментами физических величин. Приводится обобщение соотношения Мандельштама – Тамма с четными центральными моментами.

**Ключевые слова:** соотношение неопределенностей, матрица, центральные моменты.

### Введение

Вопросы совместных измерений физических величин, ограниченных соотношениями неопределенностей, широко обсуждались, начиная с неравенства Гейзенберга [1] для пары координата – импульс. Строгое доказательство приводится в работе Кеннарда [2]. Обобщение дается неравенством Робертсона – Шредингера [3, 4] с учетом корреляций в различных парах величин. Особое место занимает пара энергия – время, которая изучалась в работе Мандельштама – Тамма [5]. Значительный прогресс в этом направлении достигнут при применении идей несмещенного квантового оценивания в исследованиях Хелстрёма [6]. Различные обобщения соотношений неопределенностей, интерпретации и их приложения рассматривались во многих работах. Среди приложений можно отметить оценивание предельной величины достижимой разрешающей способности к воздействию малых сил, определение неопределенностей времени для когерентных состояний квантового объекта, квантовое несмещенное оценивание измеряемых параметров и др. Обозначим некоторые исследования, в которых даются принципиально новые подходы к рассматриваемым вопросам [7–12]. В работе [13] рассматриваются соотношения неопределенностей для трех величин и приводится матричный аналог со вторыми центральными моментами. Далее, в работе [14] изучаются соотношения неопределенностей при термодинамическом описании с высшими центральными моментами, дается оценивание параметра – обратная температура. В продолжение работ [13, 14] целью настоящей работы является изучение неустраиваемых ограничений, связанных с соотношениями неопределенностей, в матричном представлении с высшими центральными моментами физических величин и соответствующим обобщением неравенства Мандельштама – Тамма.

### 1. Усиленные соотношения неопределенностей

Рассмотрим квантовую систему, описываемую нормированным оператором плотности смешанного состояния  $\rho$  и эрмитовыми операторами  $X$ ,  $Y$ . Для флуктуаций и средних значений по ансамблю имеем известные выражения

$$\begin{aligned}\Delta X &= X - E(X), \quad E(X) = \text{Tr} X \rho, \\ \Delta Y &= Y - E(Y), \quad E(Y) = \text{Tr} Y \rho.\end{aligned}\tag{1}$$

Центральные моменты  $n$ -порядка и корреляционные моменты равны

$$\begin{aligned}E[(\Delta X)^n] &= \text{Tr}[(\Delta X)^n \rho], \\ E[(\Delta Y)^n] &= \text{Tr}[(\Delta Y)^n \rho], \\ E\left[\frac{\{(\Delta X)^m, (\Delta Y)^n\}}{2}\right] &= E\left[\frac{(\Delta X)^m (\Delta Y)^n + (\Delta Y)^n (\Delta X)^m}{2}\right],\end{aligned}\tag{2}$$

где  $\{(\Delta X)^m, (\Delta Y)^n\}$  есть антикоммутиатор.