

Спектр квазисвязанных состояний в графене в окрестности сверхкритической кулоновской примеси*

А.И. Бреев¹, Н.А. Чалый¹

¹ *Национальный исследовательский Томский государственный университет, г. Томск, Россия*

Исследован спектр квазисвязанных состояний дираковских квазичастиц в графене в сверхкритическом режиме. Определение квазисвязанных состояний через производную спектральной функции самосопряженного дираковского парциального гамильтониана позволило учесть неоднозначность определения гамильтониана в окрестности одиночной кулоновской примеси. Показано, что квазисвязанные состояния отвечают точкам максимума производной спектральной функции и получена их связь с комплексными решениями спектрального уравнения, отвечающего сверхкритической кулоновской примеси.

Ключевые слова: графен, безмассовые носители заряда, атомный коллапс, квазисвязанные состояния, кулоновская примесь, сверхкритический режим, самосопряженные расширения.

Введение

Нерелятивистская квантовая механика предсказывает [1–3], что, когда заряд сверхтяжелого атомного ядра превышает определенный порог, возникающее в результате сильное кулоновское поле вызывает необычное состояние атомного коллапса. Квазиклассическая интерпретация таких состояний состоит в том, что траектория электрона имеет форму спирали, закручивающуюся к ядру, тогда как в это же время из ядра вылетает позитрон по траектории той же формы. Коллапс имеет место там, где угловой момент электрона достаточно мал и благодаря этому все легкие ядра с зарядом $Z < Z_c$, $Z_c = 137$, не подвержены этому эффекту.

Отметим, что носители заряда (квазичастицы) в графене в низкоэнергетическом приближении ведут себя как дираковские безмассовые фермионы [4]. Уравнение Дирака для графена, используемое для описания таких квазичастиц, отличается от обычного уравнения Дирака тем, что носители заряда обладают линейным законом дисперсии, а также наличием двух долин (точек Дирака) в зонной структуре. Помимо этого, квазичастицы в графене живут в двумерном пространстве, а роль «скорости света» играет скорость Ферми v_F .

В окрестности кулоновской примеси в графене также возникает эффект, аналогичный атомному коллапсу [5]. Несмотря на то, что безмассовые частицы не могут образовывать связанные состояния, в случае, когда безразмерная величина силы кулоновского потенциала $g = Ze^2 / \epsilon \hbar v_F$ превышает некоторое критическое значение g_c , возникает бесконечное семейство квазисвязанных состояний. Такие состояния являются нестабильными и имеют короткое время жизни, а также, подобно связанным состояниям, имеют дискретный спектр. В случае $g > g_c$ в окрестности кулоновской примеси возникают резонансы [4–6] и сама примесь называется сверхкритической. В графене критическое значение g может быть достигнуто уже для заряда примеси Z около единицы. С такими зарядами гораздо проще проводить эксперименты. Например, аналог эффекта атомного коллапса в графене был подтвержден экспериментально [7, 8]. Отметим, что оператор Дирака в окрестности кулоновской примеси неопределен однозначно и допускает семейство самосопряженных (с.с.) расширений.

В данной работе исследуются спектры квазисвязанных состояний на основе свойств производной спектральной функции, которая определяет спектр оператора Дирака [9, 10]. Показано, что квазисвязанные состояния отвечают точкам максимума производной спектральной функции и получена их связь с комплексными решениями спектрального уравнения, отвечающего сверхкритической кулоновской примеси.

* Исследование выполнено при частичной поддержке гранта Правительства Российской Федерации (Соглашение № 075-15-2025-009 от 28.02.2025 г.).