

Научная статья

УДК 536.46

doi: 10.17223/19988621/94/14

Экспериментальное исследование и моделирование горения металлизированного смесового твердого топлива с учетом распределения агломератов по размерам. II. Результаты численного моделирования

Василий Андреевич Порязов¹, Олег Григорьевич Глотов²,
Алексей Юрьевич Крайнов³, Дмитрий Алексеевич Крайнов⁴

^{1,3} Томский государственный университет, Томск, Россия

² Институт химической кинетики и горения им. В.В. Воеводского
Сибирского отделения Российской академии наук, Новосибирск, Россия

⁴ Томский политехнический университет, Томск, Россия

¹ poryazov@tf.tsu.ru

² glotov@kinetics.nsc.ru

³ a.krainov@tf.tsu.ru

⁴ kraynov@tpu.ru

Аннотация. Представлены физико-математическая модель и результаты расчета скорости горения модельного твердого топлива с добавлением порошка алюминия. Физико-химические процессы в твердом топливе определяются уравнением теплопроводности и уравнением разложения окислителя. Процессы в газовой фазе описываются на основе подхода динамики многофазных реагирующих сред, описанного в работах Р.И. Нигматулина. На поверхности твердого топлива ставятся условия сохранения потоков массы компонентов и энергии. Для задания распределений по размерам частиц дисперсной фазы, выходящих с поверхности твердого топлива при горении, используются экспериментальные данные, полученные методом отбора. Полученные расчетные значения скорости горения совпадают с экспериментальными значениями в интервале давлений от 2 до 9 МПа с удовлетворительной точностью.

Ключевые слова: конденсированные продукты горения, алюминий, скорость горения

Благодарности: Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в рамках проекта № 19-79-10054.

Для цитирования: Порязов В.А., Глотов О.Г., Крайнов А.Ю., Крайнов Д.А. Экспериментальное исследование и моделирование горения металлизированного смесового твердого топлива с учетом распределения агломератов по размерам. II. Результаты численного моделирования // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2025. № 94. С. 175–187. doi: 10.17223/19988621/94/14

Original article

Experimental investigation and modeling of metallized composite solid propellant combustion with allowance for the size distribution of agglomerates. II. Numerical modeling results

Vasiliy A. Poryazov¹, Oleg G. Glotov²,
Aleksy Yu. Krainov³, Dmitriy A. Krainov⁴

^{1,3} Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

² Voevodsky Institute of Chemical Kinetics and Combustion Siberian Branch
of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation

⁴ Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation

¹ poryazov@ff.tsu.ru

² glotov@kinetics.nsc.ru

³ a.krainov@ff.tsu.ru

⁴ kraynov@tpu.ru

Abstract. A physical and mathematical model with the results of numerical modeling of metallized solid propellant combustion is presented. The physical and chemical processes occurring in the solid phase are determined by the thermal conductivity equation and the oxidant decomposition equation. In the gas phase, the processes are described based on the approaches of multiphase reacting media dynamics proposed by R. I. Nigmatulin. The conditions for the conservation of components' mass and energy are specified on the solid propellant surface. Experimental data obtained by the sampling procedure are used to determine the size distributions of the dispersed phase particles leaving the solid propellant surface during combustion. The calculated burning rate satisfies the experimentally obtained values in the pressure range of 2–9 MPa. The numerical study results confirm the assumption that the dispersion of aluminum particles leaving the propellant surface significantly affects the burning rate of the metallized composite solid propellant. Using experimental data on the dispersion of combustion products, the developed physical and mathematical model enables the prediction of the burning rate of metallized composite solid propellants with satisfactory accuracy.

Keywords: condensed combustion products, aluminum, burning rate

Acknowledgments: This research was financially supported by the Russian Science Foundation (project No. 19-79-10054).

For citation: Poryazov, V.A., Glotov, O.G., Krainov, A.Yu., Krainov, D.A. (2025) Experimental investigation and modeling of metallized composite solid propellant combustion with allowance for the size distribution of agglomerates. II. Numerical modeling results. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 94. pp. 175–187. doi: 10.17223/19988621/94/14

Введение

Скорость горения твердого топлива является одной из важнейших его характеристик. Величины скорости горения твердого топлива при вариации давления достоверно определяются только экспериментально, полученные данные аппроксимируются степенной зависимостью вида $u_c = Ap^b$, где A и b – эмпирические

величины, являющиеся константами в интервалах давления, при которых проведены измерения. Существенный вклад в развитие теории горения конденсированных высокоэнергетических материалов внесла работа [1].

Для расчетного определения линейной скорости горения твердых ракетных топлив существуют различные феноменологические модели, основу для которых заложила работа [2], где скорость горения определяется массовыми потоками компонентов с поверхности топлива. В [3] на основе подхода [2] представлена физико-математическая модель горения металлизированного смесового твердого топлива (МСТТ). В [3] учитывается динамическое, тепловое и химическое взаимодействие между газом и частицами алюминия при движении продуктов газификации от поверхности горения, а также получена расчетная скорость горения смесового твердого топлива на основе перхлората аммония и инертного связующего при давлении 100 атм., равная 7.8 мм/с, конечная температура продуктов сгорания 2 800 К. При добавлении в состав 20 мас. % алюминия конечная температура продуктов сгорания составила 3 630 К. Полученные значения соответствуют экспериментальным данным, полученным в [4]. Согласование расчетных [3] и экспериментальных данных [4] проведено путем уточнения макрокинетических параметров химических реакций (тепловые эффекты реакций и предэкспоненциальный множитель в законе горения продуктов газификации твердого топлива). Получены расчетные зависимости линейной скорости горения МСТТ от давления и размера частиц алюминия. Использование модели Германса при решении задачи горения МСТТ с учетом газодинамических эффектов [3] показало сильную зависимость результатов от теплофизических и макрокинетических характеристик реакции в газовой фазе. Модель [3] была дополнена учетом переноса тепла и разложения окислителя в прогретом слое МСТТ, где на поверхности топлива ставятся условия сохранения потоков массы и энергии, как в модели горения нитроглицеринового пороха [5]. В [6] представлена сопряженная модель горения смесового твердого топлива с добавкой порошка бора, где процессы над поверхностью твердого топлива описываются уравнениями динамики двухфазных потоков [7].

Задачей данной работы является дальнейшее развитие математического моделирования МСТТ в области расчета зависимости скорости горения от давления и состава топлива. Как показано в [8], заданная в модели дисперсность частиц алюминия оказывает существенное влияние на величину скорости горения. В работе проверяется тезис о том, что детальная информация о распределении частиц алюминия по размерам на выходе с поверхности горения позволит с высокой точностью вычислить величину скорости горения. В первой части работы [9] приведены результаты экспериментальных измерений скорости горения, дисперсности, морфологии и полноты сгорания конденсированных продуктов сгорания модельных МСТТ.

В данной работе представлены доработанная физико-математическая модель и результаты расчетов, проведенных с учетом экспериментальных данных о распределении по размерам частиц, выходящих с поверхности топлива после их агломерации.

1. Моделирование: постановка задачи и метод решения

Постановка задачи основывается на моделях, представленных в [6, 10]. Физико-химические процессы в твердой фазе определяются уравнением теплопроводности

в конденсированной фазе и уравнением разложения окислителя. Процессы в газовой фазе описываются на основе подходов динамики многофазных реагирующих сред, описанных в работах Р.И. Нигматулина [7].

Постановка задачи сделана при следующих допущениях. Слева от границы $x = 0$ находится топливо, состоящее из окислителя, связующего и порошка алюминия. Справа от границы находятся продукты газификации МСТТ. Предполагается, что окислитель твердого топлива при нагревании разлагается с образованием газообразных продуктов разложения. Газообразные продукты разложения окислителя образуются на последней стадии реакции разложения, по достижении глубины превращения 0.99. Одновременно с поверхности топлива испаряется горючее-связующее. В газовой фазе газообразные горючее и окислитель смешиваются и реагируют, их реакция в газовой фазе экзотермическая, скорость реакции описывается законом Аррениуса первого порядка. За счет нагрева от химической реакции газ расширяется и двигается от поверхности МСТТ, транспортируя частицы алюминия за счет силы трения. Частицы алюминия имеют известное распределение по размерам, номер фракции частиц i изменяется от 1 до N_f . Распределение массы частиц по размерам задается из экспериментальных измерений, приведенных в [9]. Частицы в потоке реагирующих продуктов газификации окислителя и горючего прогреваются и начинают гореть. Величина температуры зажигания частиц алюминия $T_{z,i}$ зависит от их размера. Зависимость температуры зажигания частиц алюминия от их размера взята из [11, 12]. Закон скорости горения частиц алюминия взят из [13]. При сформулированных допущениях математическая постановка задачи имеет вид:

Для твердого топлива, $-\infty < x < 0$:

уравнение теплопроводности в твердом топливе:

$$\rho_c c_c \left(\frac{\partial T_c}{\partial t} + u_c \frac{\partial T_c}{\partial x} \right) = \lambda_c \frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} + Q_c k_c \rho_c (1 - \eta) \exp \left(-\frac{E_c}{RT_c} \right), \quad (1)$$

уравнение разложения окислителя в твердом топливе:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_c \frac{\partial \eta}{\partial x} = k_c (1 - \eta) \exp \left(-\frac{E_c}{RT_c} \right). \quad (2)$$

Уравнения для газовой фазы, $0 < x < \infty$:

уравнение сохранения массы газа:

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g u_g}{\partial x} = - \sum_{i=1..N_f} G_{1,i}, \quad (3)$$

уравнение сохранения импульса газа:

$$\frac{\partial \rho_g u_g}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_g u_g^2 + p)}{\partial x} = \sum_{i=1..N_f} [-\tau_{tr,i} - G_{1,i} u_g], \quad (4)$$

уравнение сохранения энергии газа:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_g (\varepsilon_g + 0.5 u_g^2)}{\partial t} + \frac{\partial [\rho_g u_g (\varepsilon_g + 0.5 u_g^2) + p u_g]}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial x} \right) - \\ - \sum_{i=1..N_f} \left[G_{1,i} (c_{pg} T_g + u_g^2 / 2) + u_{p,i} \tau_{tr,i} + \alpha_{p,i} n_{p,i} S_{p,i} (T_g - T_{p,i}) \right] + Q_g G_g, \end{aligned} \quad (5)$$

уравнение сохранения массы окислителя в газе:

$$\frac{\partial \rho_{ox}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{ox} u_g}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_g \rho_g \frac{\partial a_{ox}}{\partial x} \right) - \sum_{i=1..Nf} G_{1,i} - G_g, \quad (6)$$

уравнения баланса массы частиц i -й фракции:

$$\frac{\partial \rho_{p,i}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{p,i} u_{p,i}}{\partial x} = G_{1,i}, \quad (7)$$

уравнение сохранения импульса частиц i -й фракции:

$$\frac{\partial \rho_{p,i} u_{p,i}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{p,i} u_{p,i}^2}{\partial x} = \tau_{tr,i} + G_{1,i} u_g, \quad (8)$$

уравнение энергии частиц i -ой фракции:

$$\frac{\partial \rho_{p,i} (\epsilon_{p,i} + 0.5 u_{p,i}^2)}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{p,i} u_{p,i} (\epsilon_{p,i} + 0.5 u_{p,i}^2)}{\partial x} = \frac{Q_1 G_{1,i}}{\alpha_1} + \\ + \left[G_{1,i} (c_{pg} T_g + u_g^2 / 2) + \tau_{tr,i} u_{p,i} + \alpha_{p,i} S_{p,i} n_{p,i} (T_g - T_{p,i}) \right], \quad (9)$$

уравнение счетной концентрации частиц i -й фракции:

$$\frac{\partial n_{p,i}}{\partial t} + \frac{\partial n_{p,i} u_{p,i}}{\partial x} = 0, \quad (10)$$

уравнение состояния газа:

$$p = \rho_g R_g T_g, \quad (11)$$

начальные условия:

$$-\infty < x < 0 : T_c(x, 0) = T_0, \eta = 0, \\ 0 \leq x < \infty : T_g(x, 0) = T_{p,i}(x, 0) = T_b, \rho_{ox}(x, 0) = 0, \rho_{p,i}(x, 0) = 0, \\ u_g(x, 0) = u_{p,i}(x, 0) = 0, \rho_g(x, 0) = \rho_b, n_{p,i}(x, 0) = 0. \quad (12)$$

Граничные условия:

на поверхности горения (координата $x = 0$) выполняются законы сохранения потоков массы компонентов газификации твердого топлива и потоков энергии:

$$\lambda_g \frac{T_g(0, t)}{\partial x} = \lambda_c \frac{T_c(0, t)}{\partial x} + L_c \rho_f u_c, \quad T_{p,i}(0, t) = T_g(0, t), \rho_g(0, t) = \frac{P_g}{R_g T_g(0, t)}, \\ \alpha_{ox} u_c \rho_c = \rho_g D_g \frac{\partial a_{ox}(0, t)}{\partial x} + u_g(0, t) \rho_{ox}(0, t), \quad n_{p,i}(0, t) = \frac{\rho_{p,i}(0, t)}{(4/3) \pi r_{Al,0,i}^3 \rho_p^0}, \quad (13)$$

$$\rho_{p,i}(0, t) = \alpha_{Al,i} \rho_c, \quad \alpha_{Al,i} \rho_c u_c = \rho_{p,i}(0, t) u_{p,i}(0, t), \quad \left(1 - \sum_{i=1..Nf} \alpha_{Al,i} \right) \rho_c u_c = \rho_g(0, t) u_g(0, t).$$

на левой границе, $x = -\infty$:

$$\frac{\partial T_c(-\infty, t)}{\partial x} = 0, \quad (14)$$

на правой границе, $x = \infty$:

$$\frac{\partial T_g(\infty, t)}{\partial x} = 0. \quad (15)$$

В уравнениях (1)–(15) t – время, x – координата, c_{pg} , c_{vg} – удельная теплоемкость газа при постоянном давлении и постоянном объеме, c_c – удельная теплоемкость твердого топлива, T – температура, u_c – линейная скорость горения твердого топлива, u – скорость, p – давление, ρ – плотность, λ – коэффициент теплопроводности, Q – тепловой эффект реакции, k – предэкспоненциальный множитель в законе Аррениуса, η – глубина превращения в твердом топливе, надо ее определить, E – энергия активации химической реакции, R – универсальная газовая постоянная, $\varepsilon_g = p/(\gamma - 1) + 0.5u_g^2\rho_g$ – полная энергия газа, $\varepsilon_{p,i} = c_p T_{p,i}\rho_{p,i} + 0.5u_{p,i}^2\rho_{p,i}$ – полная энергия частиц i -й фракции, $\alpha_{p,i} = Nu_{p,i}\lambda_g/(2r_{p,i})$ – коэффициент теплообмена газа с частицами, $\gamma = c_{pg}/c_{vg}$ – показатель адиабаты, τ_{tr} – сила трения, D_g – коэффициент диффузии, $\rho_c = 1/(\alpha_{c,ox}/\rho_{c,ox} + \alpha_f/\rho_f + \alpha_{Al}/\rho_{Al})$ – плотность смесового твердого топлива, $\rho_{c,ox}$ – плотность вещества окислителя, ρ_f – плотность вещества связующего, ρ_{Al} – плотность алюминия, $\alpha_{Al} = \sum_{i=1..Nf} \alpha_{Al,i}$ – массовая доля порошка алюминия, $\alpha_{c,ox}$ – массовая доля окислителя, α_f – массовая доля связующего, L_c –

теплота испарения связующего, $r_{p,i} = \sqrt[3]{3\rho_{p,i}/(4\pi n_{p,i}\rho_{Al})}$ – радиус n частицы

i -й фракции (надо определить); $r_{Al,i} = \left[\left(\frac{\mu_{Al} + 3/2\mu_O}{\mu_{Al}} r_{Al,0,i}^3 - \frac{\rho_{p,i}}{(4/3)\pi n_{p,i}\rho_p^0} \right) \frac{2\mu_{Al}}{3\mu_O} \right]^{1/3}$ –

размер (радиус) оставшейся части алюминия в частице, μ_{Al} , μ_O – молярные массы алюминия и кислорода. Индексы: b – начальные значения параметров состояния, p – частицы, g – газ, c – смесовое твердое топливо, ox – окислитель, f – горючее, Al – алюминий, i – номер фракции частиц алюминия.

Коэффициент теплоотдачи вычисляется по формуле [14]

$$\alpha_{p,i} = \frac{Nu\lambda_g}{2r_{p,i}}, \quad Nu = 2 + \sqrt{Nu_t^2 + Nu_c^2}, \quad Nu_t = 0.664 Re^{0.5}, \quad Nu_c = 0.037 Re^{0.8}.$$

Скорость изменения массы частиц при их горении определяется зависимостью

$$G_{1,i} = \alpha_1 n_{p,i} \rho_p^0 S_{p,i} k(a_{ox}, r_{Al,i}) \beta_{m,i} / (k(a_{ox}, r_{Al,i}) + \beta_{m,i}),$$

где $\beta_{m,i} = \lambda_g(T_g) Nu / (c_g \rho_g r_{p,i})$ – коэффициент массоотдачи частиц при числе Льюиса

$Le = \frac{D_g}{\lambda_g(T_g)/(c_g \rho_g)} = 1$, $k(a_{ox}, r_{Al,i}) = k_{02} a_f^{0.9} / \sqrt{r_{Al,i}}$, α_1 – стехиометрический

коэффициент реакции алюминия с окислителем, $S_{p,i}$ – площадь поверхности частицы, ρ_p^0 – плотность вещества частицы.

Скорость химической реакции в газовой фазе определяется из соотношения

$$G_2 = \rho_{ox} k_{0g} \exp(-E_g / (RT_g)).$$

Сила трения между частицами и газом определяется выражением $\tau_{tr,i} = n_{p,i} F_{tr,i}$ [14],

где $F_{tr,i} = C_r S_{m,i} \rho_g (u_g - u_{p,i}) |u_g - u_{p,i}| / 2$ – сила взаимодействия одиночной частицы

с газом, $C_r = 24(1 + 0.15 \text{Re}^{0.682})/\text{Re}$ – коэффициент трения, $\text{Re} = 2\rho_g r_{p,i} |u_g - u_{p,i}|/\eta_g$ – число Рейнольдса, S_m – площадь миделевого сечения, η_g – коэффициент динамической вязкости газа.

Уравнения (1), (2) решались численно с использованием явной разностной схемы и разностей против потока для аппроксимации конвективных слагаемых. Количество точек сетки выбиралось таким, чтобы выполнялось граничное условие (14). Уравнения (3)–(6) решались численно с использованием метода С.К. Годунова [15]. Слагаемые в правых частях уравнений, описывающие процессы переноса за счет теплопроводности и диффузии, аппроксимировались явно на трехточечном шаблоне. Решение уравнений (7)–(10) проводилось методом, описанным в [16]. Шаг по пространству вблизи поверхности твердого топлива (до координаты $x = 7.5 \cdot 10^{-5}$ м) задавался постоянным и равным $\Delta h_i = 2.5 \cdot 10^{-7}$ м. После координаты $x = 7.5 \cdot 10^{-5}$ м шаг по пространству увеличивался в направлении правой границы по правилу $\Delta h_{i+1} = 1.02 \cdot \Delta h_i$. Размер расчетной области выбирался таким, чтобы в этой области завершились все реакции горения газа и частиц алюминия. Величина схемной диффузии при выбранном шаге Δh была много меньше коэффициента диффузии D_g . Шаг по времени определялся из условия устойчивости Куранта, $\Delta t < \Delta h_i/(\max[c] + \max[|u_g|])$, где c – скорость звука, и условия устойчивости явной разностной схемы для решения уравнений (1), (2) и выбирался минимальным. Граничные условия (13)–(15) аппроксимировались конечными разностями с первым порядком точности. Система уравнений (1)–(15) решается до установления стационарной линейной скорости горения твердого топлива u_c .

Исходные данные, принятые в расчетах: $c_{pg} = 1466.5$ Дж/(кг·К), $c_{vg} = 1202$ Дж/(кг·К), $R = 8.315$ Дж/(кг·К), $c_c = 1465$ Дж/(кг·К), $c_p = 760$ Дж/(кг·К), $\lambda_c = 0.5$ Дж/(м·с·К), $\lambda_g = 0.5$ Дж/(м·с·К), $\eta_g = 5 \cdot 10^{-5}$ Па·с, $Q_c = 0.7$ МДж/кг, $k_{oc} = 6.3 \cdot 10^9$ 1/с, $E_c = 100\,000$ Дж/моль, $Q_1 = 12.75$ МДж/кг, $k_{02} = 2.22 \cdot 10^{-5}$ м^{1.5}/с, $Q_g = 42.61775$ МДж/кг, $k_{0g} = 9.8 \cdot 10^9$ 1/с, $E_g = 188\,325$ Дж/моль, $\alpha_1 = 0.8889$, $\alpha_{Al} = 0.15$, $\alpha_{ox} = 0.65$, $\alpha_f = 0.2$, $\rho_{c,ox} = 1\,950$ кг/м³, $\rho_f = 1\,270$ кг/м³, $\rho_{Al} = 2\,700$ кг/м³, $a_f = 0.5$, $T_b = 293$ К. Расчеты проводились при заданном давлении p над поверхностью топлива.

Результаты расчетов

Распределение по размерам частиц, полученных в [9] методом отбора, движущихся от поверхности твердого топлива с газообразными продуктами газификации твердого топлива при давлении p , и соответствующие температуры зажигания частиц приведены в таблице. В столбцах 4–9 таблицы указаны массовые доли фракции частиц из столбца 1. Сумма массовых долей всех фракций дает единицу.

Распределения массовой доли фракций частиц алюминия, выходящих с поверхности топлива

1	2	3	АСД-4			АСД-4 + Alex		
			4	5	6	7	8	9
№ фракции	$r_{Al,0,i}$, мкм	$T_{z,i}$, К	2.3 МПа	4.6 МПа	9.4 МПа	2.3 МПа	4.4 МПа	9 МПа
1	0.35	900	$2.69 \cdot 10^{-6}$	$4.37 \cdot 10^{-5}$	$2.79 \cdot 10^{-5}$	0	$9.77 \cdot 10^{-4}$	0
2	0.55	1 000	$3.50 \cdot 10^{-5}$	$3.24 \cdot 10^{-3}$	$1.23 \cdot 10^{-3}$	0	$9.77 \cdot 10^{-4}$	$1.41 \cdot 10^{-4}$

Окончание таблицы

1	2	3	АСД-4			АСД-4 + Alex		
			4	5	6	7	8	9
№ фракции	$r_{Al_2O_3}$, мкм	$T_{z,i}$, K	2.3 МПа	4.6 МПа	9.4 МПа	2.3 МПа	4.4 МПа	9 МПа
3	0.70	1 100	$1.13 \cdot 10^{-3}$	$8.49 \cdot 10^{-2}$	$5.96 \cdot 10^{-2}$	$3.93 \cdot 10^{-3}$	$3.81 \cdot 10^{-2}$	$1.04 \cdot 10^{-2}$
4	0.87	1 300	$6.75 \cdot 10^{-2}$	$6.52 \cdot 10^{-2}$	$4.23 \cdot 10^{-2}$	$2.62 \cdot 10^{-1}$	$3.82 \cdot 10^{-2}$	$4.43 \cdot 10^{-2}$
5	1.10	1 400	$1.41 \cdot 10^{-2}$	$6.32 \cdot 10^{-2}$	$4.09 \cdot 10^{-2}$	$5.11 \cdot 10^{-3}$	$4.70 \cdot 10^{-2}$	$6.75 \cdot 10^{-3}$
6	1.40	1 400	$4.82 \cdot 10^{-2}$	$6.70 \cdot 10^{-2}$	$4.34 \cdot 10^{-2}$	$6.31 \cdot 10^{-3}$	$6.07 \cdot 10^{-2}$	$1.69 \cdot 10^{-2}$
7	1.81	1 400	$6.77 \cdot 10^{-2}$	$7.19 \cdot 10^{-2}$	$4.70 \cdot 10^{-2}$	$2.62 \cdot 10^{-2}$	$7.65 \cdot 10^{-2}$	$3.52 \cdot 10^{-2}$
8	2.32	1 400	$5.79 \cdot 10^{-2}$	$7.87 \cdot 10^{-2}$	$6.05 \cdot 10^{-2}$	$1.45 \cdot 10^{-2}$	$9.00 \cdot 10^{-2}$	$3.32 \cdot 10^{-2}$
9	2.97	1 400	$1.33 \cdot 10^{-1}$	$9.43 \cdot 10^{-2}$	$8.75 \cdot 10^{-2}$	$3.28 \cdot 10^{-2}$	$1.12 \cdot 10^{-1}$	$7.01 \cdot 10^{-2}$
10	3.80	1 400	$8.65 \cdot 10^{-2}$	$9.21 \cdot 10^{-2}$	$1.00 \cdot 10^{-1}$	$1.35 \cdot 10^{-1}$	$1.11 \cdot 10^{-1}$	$9.65 \cdot 10^{-2}$
11	4.90	1 400	$5.30 \cdot 10^{-2}$	$9.58 \cdot 10^{-2}$	$1.24 \cdot 10^{-1}$	$7.13 \cdot 10^{-2}$	$1.13 \cdot 10^{-1}$	$5.75 \cdot 10^{-2}$
12	6.36	1 400	$1.18 \cdot 10^{-1}$	$9.17 \cdot 10^{-2}$	$1.36 \cdot 10^{-1}$	$9.19 \cdot 10^{-2}$	$1.09 \cdot 10^{-1}$	$1.06 \cdot 10^{-1}$
13	8.42	1 400	$9.23 \cdot 10^{-2}$	$7.48 \cdot 10^{-2}$	$1.12 \cdot 10^{-1}$	$1.23 \cdot 10^{-1}$	$8.54 \cdot 10^{-2}$	$1.29 \cdot 10^{-1}$
14	11.67	1 400	$5.08 \cdot 10^{-2}$	$5.60 \cdot 10^{-2}$	$7.19 \cdot 10^{-2}$	$7.68 \cdot 10^{-2}$	$6.62 \cdot 10^{-2}$	$1.31 \cdot 10^{-1}$
15	18.01	1 400	$1.95 \cdot 10^{-1}$	$4.13 \cdot 10^{-2}$	$4.70 \cdot 10^{-2}$	$1.26 \cdot 10^{-1}$	$2.65 \cdot 10^{-2}$	$1.39 \cdot 10^{-1}$
16	35.22	1 400	$2.62 \cdot 10^{-5}$	$1.28 \cdot 10^{-2}$	$8.74 \cdot 10^{-3}$	$1.08 \cdot 10^{-2}$	$1.74 \cdot 10^{-2}$	$1.15 \cdot 10^{-1}$
17	75.20	1 400	$1.33 \cdot 10^{-2}$	$7.72 \cdot 10^{-3}$	$1.62 \cdot 10^{-2}$	$1.22 \cdot 10^{-2}$	$5.57 \cdot 10^{-2}$	$9.85 \cdot 10^{-3}$

Расчеты проводились по модели (1)–(15) при давлениях и распределениях частиц по размерам, приведенных в таблице, и с исходными данными, приведенными выше. На рис. 1 представлено распределение параметров продуктов газификации твердого топлива над поверхностью топлива для МСТТ, содержащего смесь порошков алюминия АСД-4 и Alex. На рис. 1, *a*, *b* линия при $x < 0$ – это распределение температуры в твердом топливе, рис. 1, *b* повторяет рис. 1, *a* в узком интервале вблизи поверхности МСТТ. На рис. 1, *c*, *d* представлены скорости частиц и газа. В газовой фазе проходит экзотермическая реакция, и температура газа растет, продукты газификации твердого топлива за счет расширения оттекают от поверхности твердого топлива. При этом частицы алюминия за счет теплообмена с газом прогреваются, достигают температуры зажигания, воспламеняются и горят в потоке газа (см. рис. 1, *a*, *b*). За счет горения частиц алюминия их температура становится выше температуры газа, и уже газ нагревается от частиц. После выгорания алюминия в частицах (полного или частичного, заданного условиями задачи) реакция горения прекращается, температура частиц сравнивается с температурой газа (см. рис. 1*a*, *b*, *e*). Мелкие частицы за счет большей величины удельной поверхности сгорают на малом расстоянии от поверхности топлива. Частицы крупных фракций догорают на большем расстоянии от поверхности топлива. Резкое увеличение температуры газа вблизи поверхности топлива происходит за счет сгорания мелких частиц. Увеличение температуры приводит к уменьшению плотности и увеличению скорости движения газа (см. рис. 2, *c*, *d*). Мелкие частицы легко увлекаются потоком газа. Более крупные частицы разгоняются в потоке газа медленнее.

Результаты расчетов скорости горения МСТТ и их сравнение с экспериментальными данными [9] приведены на рис. 2.

Расчетная кривая 2 на рис. 2*a*, *b* с удовлетворительной точностью соответствует экспериментальным данным.

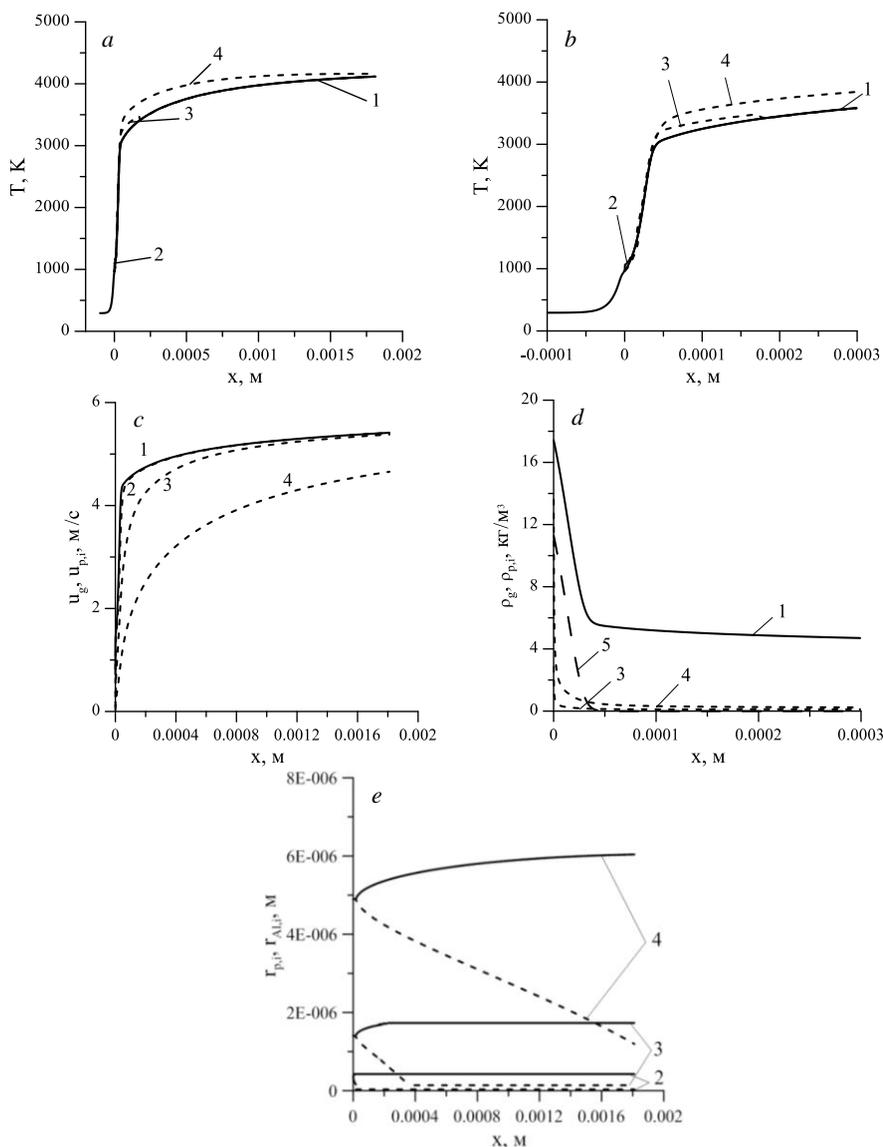


Рис. 1. Распределение параметров продуктов газификации твердого топлива над поверхностью топлива. Температуры газа и фракций частиц (а, б), скорости газа и фракций частиц (с), плотности газа, окислителя, распределенной плотности фракций частиц (д), эволюция размера (радиуса) фракций частиц и алюминия в них (е). 1 – газовая фаза, 2 – фракция частиц с размером $r_{Al,0,1} = 0.35$ мкм, 3 – $r_{Al,0,6} = 1.4$ мкм, 4 – $r_{Al,0,11} = 4.9$ мкм; $p = 4.4$ МПа

Fig. 1. Distribution of the parameters of solid propellant gasification products over the propellant surface. Temperature of the (a) gas and (b) particle fractions, (c) velocity of the gas and particle fractions, (d) density of the gas, oxidizer, and distributed density of particle fractions, (e) evolution of the size (radius) of particle fractions and aluminum within the particle fractions. 1, gas phase; 2, particle fraction with the size of $r_{Al,0,1} = 0.35$ μm ; 3, $r_{Al,0,6} = 1.4$ μm ; and 4, $r_{Al,0,11} = 4.9$ μm at $p = 4.4$ MPa

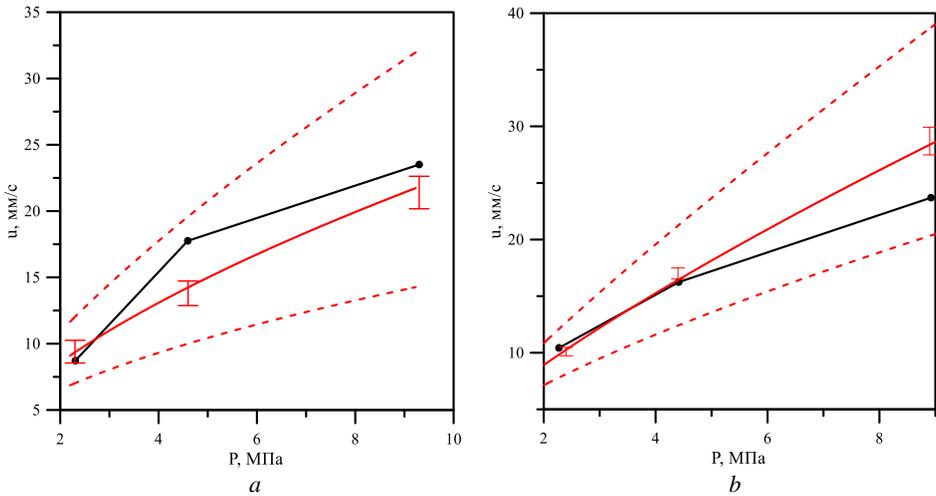


Рис. 2. Зависимость скорости горения твердого топлива с порошком алюминия АСД-4 (а), со смесью порошка алюминия АСД-4 и Alex (b) от давления
Fig. 2. Burning rate of the solid propellant with (a) aluminum powder ASD-4 and (b) a mixture of aluminum powder ASD-4 and Alex as a function of pressure

В [3] были представлены результаты моделирования горения МСТТ в постановке (1)–(15) для *монодисперсных* частиц алюминия. Параметрическое исследование скорости горения МСТТ от размера частиц в исследованном диапазоне показало сильную зависимость скорости горения от размера. Сравнение результатов расчетов с экспериментальной зависимостью скорости горения МСТТ от давления из [17] показало, что согласия расчетов с использованием предположения о монодисперсности частиц можно добиться в узком диапазоне изменения размера. В [18] отмечено, что «для расчета линейной скорости горения металлизированного СТТ важна информация не только о кинетике химических реакций в газовой фазе, но и о гранулометрическом составе частиц алюминия, вылетающих с поверхности горения». Проведенное численное исследование по модели (1)–(15) подтвердило, что существенное влияние на величину скорости горения металлизированного смесового твердого топлива оказывает дисперсность частиц алюминия. Разработанная физико-математическая модель позволяет с удовлетворительной точностью прогнозировать скорость горения металлизированного смесового твердого топлива на основе данных о дисперсности продуктов горения экспериментальных образцов. Использование газодинамической модели горения позволяет моделировать динамику течения продуктов горения от поверхности смесового твердого топлива и рассчитывать линейную скорость горения МСТТ в зависимости от давления.

Заключение

Сформулирована физико-математическая модель горения МСТТ. Проведено численное параметрическое исследование горения МСТТ с использованием экспериментальных данных о дисперсности частиц, вылетающих с поверхности горения. Для валидации модели рассчитаны зависимости линейной скорости горения МСТТ от давления для двух составов МСТТ: содержащих 15.7% алюминия АСД-4

или смесь порошков АСД-4 (10.7%) и Alex (5%). Показано удовлетворительное соответствие результатов расчетов с экспериментальными данными. Проведенное численное исследование подтвердило предположение о том, что существенное влияние на величину скорости горения металлизированного смесового твердого топлива оказывает дисперсность частиц алюминия, вылетающих с поверхности топлива. Разработанная физико-математическая модель позволяет с удовлетворительной точностью прогнозировать скорость горения металлизированного смесового твердого топлива на основе данных о дисперсности продуктов горения экспериментальных образцов.

Список источников

1. Новожилов Б.В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. М.: Наука, 1973.
2. Hermance C.E. A model of composite propellant combustion including surface heterogeneity and heat generation // AIAA J. 1966. V. 4 (9). P. 1629–1637.
3. Moiseeva K.M., Krainov A.Yu. Combustion modeling of composite metallized solid fuel in view of gas-dynamic effects // AIP Conference Proceedings. 2020. V. 2288. Art. 030028. doi 10.1063/5.0028285
4. Зенин А.А., Глазкова А.П., Лейпунский О.И., Боболев В.К. Влияние алюминия на горение перхлората аммония с полиформальдегидом // Физика горения и взрыва. 1968. № 3. С. 299–304.
5. Порязов В.А., Крайнов А.Ю. Численное моделирование погасания пороха Н при резком сбросе давления на основе сопряженной модели горения // Физика горения и взрыва. 2015. Т. 51, № 6. С. 47–52
6. Порязов В.А., Моисеева К.М., Крайнов А.Ю. Исследование горения смесового твердого топлива с добавкой порошка бора // Физика горения и взрыва. 2022. Т. 58, № 5. С. 106–114.
7. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987.
8. Порязов В.А. Влияние дисперсности частиц алюминия на скорость горения металлизированных смесовых твердых топлив // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2015. Т. 33, № 1. С. 96–104.
9. Порязов В.А., Глотов О.Г., Крайнов А.Ю., Крайнов Д.А., Сорокин И.В., Суродин Г.С. Экспериментальное исследование и моделирование горения металлизированного смесового твердого топлива с учетом распределения агломератов по размерам. I. Эксперимент: методика, обработка, результаты // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2024. № 92. С. 125–143. doi: 10.17223/19988621/92/11
10. Моисеева К.М., Крайнов А.Ю., Дементьев А.А. Определение критических условий искрового зажигания бидисперсного порошка алюминия в воздухе // Физика горения и взрыва. 2019. Т. 55, № 4. С. 26–33.
11. Ягодников Д.А. Горение порошкообразных металлов в газодисперсных средах. 2-е изд., испр. и доп. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2018.
12. Сандарам Д., Янг В., Зарко В.Е. Горение наночастиц алюминия (обзор) // Физика горения и взрыва. 2015. Т. 51, № 2. С. 37–63.
13. Порязов В.А., Крайнов А.Ю., Крайнов Д.А. Математическое моделирование горения пороха Н с добавлением порошка алюминия // Инженерно-физический журнал. 2015. Т. 88, № 1. С. 93–101.
14. Справочник по теплообменникам : в 2 т. / под ред. Б.С. Петухова, В.К. Шикова М.: Энергоатомиздат, 1987. Т. 1.
15. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики, М.: Наука, 1976.
16. Крайко А.Н. О поверхностях разрыва в среде, лишенной «собственного» давления // Прикладная математика и механика. 1979. Т. 43, № 3. С. 500–510.

17. Архипов В.А., Горбенко Т.И., Горбенко М.В., Попок В.Н., Савельева Л.А. Влияние каталитических добавок на горение гетерогенных систем, содержащих ультрадисперсный алюминий // Известия вузов. Физика. 2007. Т. 50, № 9/2. С. 12–16.
18. Порязов В.А., Крайнов А.Ю. Расчет скорости горения металлизированного смесового твердого топлива с учетом распределения агломератов по размерам // Инженерно-физический журнал. 2016. Т. 89, № 3. С. 568–574.

References

1. Novozhilov B.V. (1973) *Nestatsionarnoe gorenije tverdykh raketnykh topliv* [Unsteady combustion of solid rocket propellants]. Moscow: Nauka.
2. Hermance C.E. (1966) A model of composite propellant combustion including surface heterogeneity and heat generation. *AIAA Journal*. 4(9). pp. 1629–1637. doi: 10.2514/3.55284
3. Moiseeva K.M., Krainov A.Yu. (2020) Combustion modeling of composite metallized solid fuel in view of gas-dynamic effects. *AIP Conference Proceedings*. 2288. Article 030028. doi: 10.1063/5.0028285
4. Zenin A.A., Glazkova A.P., Lejpunskij O.I., Bobolev V.K. (1968) Effect of aluminum on the burning of ammonium perchloratepolyformaldehyde mixtures. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 4. pp. 165–168. doi: 10.1007/BF00750854
5. Krainov A.Y., Poryazov V.A. (2015) Numerical simulation of the extinction of n powder by a pressure drop based on a coupled combustion model. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 51(6). pp. 664–669. doi: 10.1134/S0010508215060076
6. Poryazov V.A., Moiseeva K.M., Krainov A.Yu. (2022) Combustion of a composite solid propellant with addition of boron powder. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 58(5). pp. 602–609. doi: 10.1134/S0010508222050136
7. Nigmatulin R.I. (1987) *Dinamika mnogofaznykh sred* [Dynamics of multiphase media]. Moscow: Nauka.
8. Poryazov V.A. (2015) Vliyanie dispersnosti chastits alyuminiya na skorost' gorenija metallizirovannykh smesevykh tverdykh topliv [Effect of the dispersion of aluminum particles on the combustion rate of metallized mixed solid propellants]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 33(1). pp. 96–104. doi: 10.17223/19988621/33/10
9. Poryazov V.A., Glotov O.G., Krainov A.Yu., Krainov D.A., Sorokin I.V., Surodin S.G. (2024) *Eksperimental'noe issledovanie i modelirovanie gorenija metallizirovannogo smesovogo tverdogo topliva s uchytom raspredeleniya aglomeratov po razmeram. I. Eksperiment: metodika, obrabotka, rezul'taty* [Experimental investigation and modeling of metallized composite solid propellant combustion with allowance for the size distribution of agglomerates. I. Experiment: methodology, processing, results]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 92. pp. 125–143. doi: 10.17223/19988621/92/11
10. Moiseeva K.M., Krainov A.Y., Dement'ev A.A. (2019) Critical conditions of spark ignition of a bidisperse aluminum powder in air. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 55(4). pp. 395–401. doi: 10.1134/S001050821904004X
11. Yagodnikov D.A. (2018) *Gorenije poroshkoobraznykh metallov v gazodispersnykh sredakh* [Combustion of powdered metals in gas-dispersed media]. Moscow: Bauman MSTU Publ.
12. Sundaram D.S., Yang V., Zarko V.E. (2015) Combustion of nano aluminum particles (review). *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 51(2). pp. 173–196. doi: 10.1134/S0010508215020045
13. Poryazov V.A., Krainov A.Yu., Krainov D.A. (2015) Simulating the combustion of n powder with added finely divided aluminum. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 88(1). pp. 94–103. doi: 10.1007/s10891-015-1171-0
14. Ed. by Petukhov B.S., Shikov V.K. (1987) *Spravochnik po teploobmennikam* [Handbook of heat exchangers]. Volume 1. Moscow: Energoatomizdat.

15. Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.Ya., Krayko A.N., Prokopov G.P. (1976) *Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki* [Numerical solution of multidimensional problems of gas dynamics]. Moscow: Nauka.
16. Kraiko A.N. (1979) On discontinuity surfaces in a medium devoid of “proper” pressure. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 43(3). pp. 539–549. doi: 10.1016/0021-8928(79)90102-3
17. Arhipov V.A., Gorbenko T.I., Gorbenko M.V., Popok V.N., Savel'eva L.A. (2007) Vliyanie kataliticheskikh dobavok na gorenje geterogennykh sistem, sodержashchikh ul'tradispersnyy alyuminiy [Effect of catalytic additives on combustion of heterogeneous systems containing ultrafine aluminum]. *Izvestiya vuzov. Fizika – Russian Physics Journal*. 50(9/2). pp. 12–16.
18. Poryazov V.A., Krainov A.Y. (2016) Calculation of the rate of combustion of a metallized composite solid propellant with allowance for the size distribution of agglomerates. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 89(3). pp. 579–586. doi: 10.1007/s10891-016-1414-8

Сведения об авторах:

Порязов Василий Андреевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математической физики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: poryazov@ftf.tsu.ru

Глотов Олег Григорьевич – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института химической кинетики и горения им. В.В. Воеводского Сибирского отделения Российской академии наук (Новосибирск, Россия). E-mail: glotov@kinetics.nsc.ru

Крайнов Алексей Юрьевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математической физики физико-технического факультета Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: a.krainov@ftf.tsu.ru

Крайнов Дмитрий Алексеевич – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Томского политехнического университета (Томск, Россия). E-mail: kraynov@tpu.ru

Information about the authors:

Poryazov Vasily A. (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: poryazov@ftf.tsu.ru

Glotov Oleg G. (Candidate of Physics and Mathematics, Voevodsky Institute of Chemical Kinetics and Combustion of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation). E-mail: glotov@kinetics.nsc.ru

Krainov Aleksey Yu. (Doctor of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: a.krainov@ftf.tsu.ru

Krainov Dmitriy A. (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: kraynov@tpu.ru

Статья поступила в редакцию 05.06.2024; принята к публикации 10.04.2025

The article was submitted 05.06.2024; accepted for publication 10.04.2025