

Научная статья

УДК 681.5

doi: 10.17223/19988605/71/11

**Идентификация в дискретных системах со случайными
и интервальными параметрами с использованием ЕКФ****Валерий Иванович Смагин¹, Константин Станиславович Ким²**^{1,2} *Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Россия*¹ *vsm@mail.tsu.ru*² *kks93@rambler.ru*

Аннотация. Рассматривается задача идентификации для дискретного объекта со случайными и интервальными параметрами. Случайные параметры в модели задаются как гауссовские случайные последовательности. Для представления интервальных параметров используется вероятностный подход, в основе которого лежит замена неопределенных параметров интервального типа независимыми случайными величинами с равномерным распределением. Для решения задачи идентификации используется расширенный фильтр Калмана (ЕКФ). Представлены результаты моделирования.

Ключевые слова: дискретные системы; идентификация; случайные параметры; интервальные параметры; расширенный фильтр Калмана.

Для цитирования: Смагин В.И., Ким К.С. Идентификация в дискретных системах со случайными и интервальными параметрами с использованием ЕКФ // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2025. № 71. С. 112–119. doi: 10.17223/19988605/71/11

Original article

doi: 10.17223/19988605/71/11

Identification in discrete systems with random and interval parameters using EKF**Valery I. Smagin¹, Konstantin S. Kim²**^{1,2} *National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation*¹ *vsm@mail.tsu.ru*² *kks93@rambler.ru*

Abstract. The identification problem for a discrete object with random and interval parameters is considered. The random parameters in the model are set as Gaussian random sequences. To represent the interval parameters, a probabilistic approach is used, which is based on the replacement of indeterminate interval-type parameters with independent random variables with a uniform distribution. The extended Kalman filter (EKF) is used to solve the identification problem. The simulation results are presented.

Keywords: discrete systems; identification; random parameters; interval parameters; extended Kalman filter.

For citation: Smagin, V.I., Kim, K.S. (2025) Identification in discrete systems with random and interval parameters using EKF. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnik i informatika* – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science. 71. pp. 112–119. doi: 10.17223/19988605/71/11

Введение

Проблема оценки параметров стохастических динамических систем исследуется в значительной степени из-за ее важности для построения моделей [1–6]. Задачи идентификации стохастических систем, описываемых дифференциальными и разностными уравнениями, приводят к задачам нелинейного

оценивания. Было предложено несколько методов решения задач идентификации, большинство из которых основаны на алгоритмах нелинейной фильтрации ЕКФ, сигма-точечных алгоритмах нелинейной фильтрации Unscented Kalman filter (UKF) [3, 4] и кубатурных алгоритмах Cubature Kalman filter (CKF) [5, 6].

Области применения алгоритма ЕКФ варьируют от систем управления до обработки сигналов, мониторинга работоспособности систем, навигации и эконометрики. Однако точность оценки алгоритма ЕКФ может быть серьезно снижена из-за неопределенностей в описании модели, отклонений в измерениях, вызванных аномалиями датчиков и ошибками передачи данных. Попытки решить эту проблему предприняты в работах [7–14].

В работе [7] рассмотрены методы робастной идентификации в статических моделях.

В [8, 9] рассмотрены задачи синтеза алгоритмов идентификации с использованием ЕКФ при аномальных ошибках и выбросах в канале измерений.

В [10] была поставлена вспомогательная задача фильтрации по критерию H_∞ , в этой работе вводятся дополнительные данные для учета членов более высокого порядка, которыми пренебрегали при решении классической задачи ЕКФ.

В [11, 12] представлен робастный фильтр для нелинейных систем с дискретным временем, подверженных неопределенностям. В работе [11] предполагается, что нелинейные функции являются неопределенными, но принадлежат конической области. Это условие характеризуется как условие Липшица для состояния системы и остаточных значений. Предложенный алгоритм также допускает, что динамические помехи и шумы измерений могут иметь неизвестные статистические характеристики. В работе [12] исследуется задача робастной фильтрации для нелинейных систем с дискретным временем. Представлено явное решение задачи робастной фильтрации Калмана, основанное на уравнении Риккати.

В статье [13] предлагается робастный ЕКФ для нелинейных систем с дискретным временем с параметрическими неопределенностями, неизвестным входом и коррелированными шумами в объекте и измерениях. Предлагается расширенная модель для одновременной оценки неизвестных входных данных и состояний системы. Разработанный фильтр гарантирует верхнюю границу ковариации ошибок оценки. В [14] предложен подход построения нелинейной робастной оценки при наличии неизвестных входных данных и параметрических неопределенностей, основанный на минимизации верхней границы оценки.

В настоящей работе рассматривается задача идентификации в дискретных системах с аддитивными возмущениями со случайными и интервальными параметрами, причем в математическом описании случайных параметров постоянная составляющая может быть задана с интервальной неопределенностью. Для интерпретации интервальной неопределенности в работе используется метод, в основе которого лежит вероятностный подход, заключающийся в том, что интервальный параметр заменяется равномерно распределенной случайной величиной [15].

1. Постановка задачи

Рассмотрим линейную дискретную систему с неизвестными постоянными параметрами, модель которой дополнительно зависит от некоторых случайных и интервальных параметров. В этом случае систему можно представить в виде следующего разностного уравнения:

$$x(k+1) = (\tilde{A}(\theta) + \sum_{i=1}^m B_i \xi_i(k))x(k) + f(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

где $x(k) \in R^n$ – вектор состояния в момент времени k , $f(k)$ – известный входной вектор; x_0 – случайный вектор с известным математическим ожиданием и ковариационной матрицей $N_0 = M\{(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)^T\}$; $\theta \in R^p$ – вектор неизвестных постоянных параметров, подлежащих определению; $\tilde{A}(\theta)$ – матрица переходов состояний с интервальной неопределенностью (с заданными нижними и верхними границами $\underline{A}(\theta)$ и $\bar{A}(\theta)$ соответственно), $\xi(k) \in R^m$ – случайные возмущения со

следующими характеристиками: $M\{\xi(k)\} = 0$, $M\{\xi(k)\xi^T(j)\} = I_m \delta_{kj}$, $q(k) \in R^{n_1}$ – случайные возмущения со следующими характеристиками: $M\{q(k)\} = 0$, $M\{q(k)q^T(j)\} = Q\delta_{kj}$, Q – неотрицательно определенная матрица, I_m – единичная матрица размерности $m \times m$, δ_{kj} – символ Кронекера.

Модель наблюдений имеет вид:

$$y(k) = Sx(k) + v(k), \quad (2)$$

где $y(k) \in R^l$ – вектор наблюдений, S – матрица канала наблюдений, $v(k) \in R^l$ – шум наблюдений ($M\{v(k)\} = 0$, $M\{v(k)v^T(j)\} = V\delta_{kj}$).

Предполагается, что случайные последовательности $\xi(k)$, $q(k)$, $v(k)$ и вектор x_0 взаимно независимы, система (1) наблюдаема при параметрических возмущениях матрицы динамики $\tilde{A}$. Используя информацию, доступную к моменту времени $k \in [0; T]$, необходимо построить оценку параметров $\hat{\theta}(k)$ на основе минимизации следующего критерия:

$$J(0; T) = M\left\{\sum_{k=0}^T (\theta - \hat{\theta}(k))^T (\theta - \hat{\theta}(k))\right\}. \quad (3)$$

2. Алгоритм идентификации

Для решения задачи воспользуемся рекуррентным фильтром Калмана, при этом будем использовать вероятностный подход для нахождения его матрицы перехода. Суть метода заключается в том, что интервальные параметры заменяются независимыми случайными величинами, равномерно распределенными по интервалам неопределенности.

Затем, используя вероятностный подход, заменим неопределенные интервальные матрицы $\tilde{A}$ матрицами, элементы которых зависят от случайных величин

$$A(\theta, \psi) = (A(\theta) + \sum_{j=1}^{m_1} A_j \psi_j), \quad (4)$$

где ψ_j – независимые равномерно распределенные случайные величины на интервале $[-1, +1]$ ($-1 \leq \psi_j \leq 1$ ($j = \overline{1, m_1}$)). Будем считать, что случайные величины ψ_j независимы от x_0 , $\xi(k)$, $q(k)$ и $v(k)$. В (4) матрица $A(\theta) = \frac{1}{2}(\underline{A}(\theta) + \bar{A}(\theta))$, является медианой интервальной матрицы $\tilde{A}(\theta)$. Матрицы A_j , B_i ($i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, m_1}$) можно задать так, чтобы один элемент, соответствующий интервальному элементу матрицы $\tilde{A}(\theta)$, оставался ненулевым (если один и тот же интервальный элемент стоит на нескольких позициях матрицы $\tilde{A}(\theta)$, тогда матрицы A_j , B_i будут иметь несколько соответствующих ненулевых элементов). Значение матриц A_j , B_i можно определить по ширине интервала неопределенности элементов матрицы $\tilde{A}(\theta)$.

Тогда модель системы (1) примет вид:

$$x(k+1) = (A(\theta, \psi) + \sum_{i=1}^m B_i \xi_i)x(k) + f(k) + q(k), \quad x(0) = x_0. \quad (5)$$

Для построения оценки $\hat{\theta}(k)$ воспользуемся рекуррентным расширенным фильтром Калмана (ЕКФ). Построим оценки $\hat{x}(k)$ и $\hat{\theta}(k)$ при условии, что θ является неизвестным постоянным вектором.

В качестве динамической модели вектора θ можно использовать разностное уравнение

$$\theta(k+1) = \theta(k), \quad \theta(0) = \theta_0, \quad (6)$$

где θ_0 – случайная величина с математическим ожиданием $\bar{\theta}_0$ и дисперсионной матрицей P_{θ_0} .

Введем в рассмотрение расширенный вектор

$$X(k) = \begin{pmatrix} x(k) \\ \theta(k) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Уравнения динамики модели (1) с учетом (5) можно записать в виде:

$$X(k+1) = F(X(k), k) + \bar{q}(k), \quad (8)$$

где векторная функция с учетом (4) примет вид:

$$F(X(k), k) = \begin{pmatrix} (A(\theta(k))x(k) + f(k)) \\ \theta(k) \end{pmatrix}. \quad (9)$$

В (8) $\bar{q}(k)$ – последовательность случайных векторов, определяемая формулой

$$\bar{q}(k) = \begin{pmatrix} (\sum_{j=1}^{m_1} A_j \psi_j + \sum_{i=1}^m B_i \xi_i) x(k) + q(k) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Канал наблюдений примет вид:

$$y(k) = \bar{S}X(k) + v(k), \quad (11)$$

где $\bar{S} = [S \ 0]$.

Оценку вектора найдем с помощью рекуррентного алгоритма:

$$\begin{aligned} \hat{X}(k+1) &= \begin{pmatrix} \hat{x}(k+1) \\ \hat{\theta}(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(\hat{\theta}(k))\hat{x}(k) + f(k) \\ \hat{\theta}(k) \end{pmatrix} - K(k)[y(k+1) - \\ &\quad - S(A(\hat{\theta}(k))\hat{x}(k) + f(k))], \quad \hat{X}(0) = X_0 = \begin{pmatrix} \bar{x}_0 \\ \bar{\theta}_0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (12)$$

Коэффициенты матрицы передачи фильтра равны

$$K(k) = P_f(k) \bar{S}^T [\bar{S} P_f(k) \bar{S}^T + V(k)]^{-1}, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} P_f(k) &= \bar{A}(k)P(k)\bar{A}^T(k) + \tilde{Q}(k), \\ \bar{A}(k) &= \frac{\partial F}{\partial X} \Big|_{X=\hat{X}(k)} = \begin{pmatrix} A(\hat{\theta}(k)) & \frac{\partial A(\theta)}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\hat{\theta}(k)} \hat{x}(k) \\ 0 & I_p \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (14)$$

Дисперсионная матрица $P(k)$ определится из уравнения

$$\begin{aligned} P(k+1) &= (I_p - K(k)\bar{S})\bar{A}(k)P(k)\bar{A}^T(k)(I_p - K(k)\bar{S})^T + \\ &\quad + (I_p - K(k)\bar{S})\tilde{Q}(k)(I_p - K(k)\bar{S})^T + \\ &\quad + K(k)V(k)K(k)^T, \quad P(0) = P_0, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{Q}(k) &= \sum_{i=1}^m (B_i P(k) B_i^T + B_i \hat{X}(k) \hat{X}^T(k) B_i^T) + \frac{1}{3} \sum_{j=1}^{m_1} (A_j P(k) A_j^T + A_j \hat{X}(k) \hat{X}^T(k) A_j^T) + \bar{Q}(k), \\ \bar{Q} &= \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P_0 = \begin{pmatrix} N_0 & 0 \\ 0 & P_{\theta_0} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Оценки параметров θ для дискретной системы с интервальными и случайными параметрами строятся с помощью алгоритма робастного расширенного фильтра Калмана (REKF) и определяются по рекуррентной схеме (12). Матричные коэффициенты перехода $K(k)$ рассчитываются по формуле (13), а матрица $P(k)$ определится из уравнения (15).

3. Результаты моделирования

Моделирование алгоритма идентификации выполнено для модели объекта, в которой интервальный параметр заменен на равномерно распределенную случайную величину ψ_1 на интервале $[-\gamma_1, +\gamma_1]$:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= (0,8 - \theta_1)x_1(k) + (0,3 + \psi_1 + \xi_1(k))x_2(k) + f_1(k), \\ x_2(k+1) &= \theta_1 x_1(k) + (1 - \theta_2)x_2(k) + f_2(k). \end{aligned} \quad (16)$$

В (16) θ_1, θ_2 – неизвестные параметры, подлежащие определению, $\xi_1(k)$ – гауссовская случайная последовательность с характеристиками

$$M\{\xi_1(k)\} = 0 \text{ и } M\{\xi_1(k)\xi_1(j)\} = \gamma_z^2 \delta_{kj}.$$

Модель (16) может быть представлена в векторно-матричном виде (5) с матрицами

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 0,65 & 0 \\ 0,35 & 0,9 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A_1 = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ Q &= \begin{pmatrix} 14 & 0 \\ 0 & 15 \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} 2,5 & 0 \\ 0 & 1,5 \end{pmatrix}, f(k) = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (17)$$

Начальные условия:

$$x(0) = \begin{pmatrix} 100 \\ 250 \end{pmatrix}, \hat{x}(0) = \begin{pmatrix} 96 \\ 245 \end{pmatrix}, N_0 = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}, P_{\theta_0} = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}.$$

Матрица S канала наблюдений (2) принималась равной I_2 . При моделировании точные значения параметров следующие:

$$\theta_1 = 0,15; \quad \theta_2 = 0,95.$$

Качество идентификации оценивалось посредством сравнения стандартных ошибок отклонений

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^T (\theta_i(k) - \hat{\theta}_i(k))^2}{T-1}}, \quad (i=1,2) \quad (18)$$

для следующих алгоритмов:

- (EKF) используется расширенный фильтр Калмана для системы, учитывающей номинальные значения параметров матрицы A (интервальная неопределенность и случайные параметры не учитываются);
- (REKF) реализуется предложенный фильтр (6) с коэффициентами перехода $K(k)$, которые рассчитываются по формуле (12).

Стандартные ошибки отклонений оценок параметров для первой и второй компонент σ_1 и σ_2 приведены в таблице для методов EKF и REKF. Моделирование выполнено при $T = 100$ с усреднением по 1 000 реализациям.

Результаты сравнения стандартных ошибок отклонений оценок σ_i вектора параметров

№ п/п	γ_1	γ_2	i номер компоненты	EKF	REKF
				σ_i	σ_i
1	0,1	0,1	1	0,073	0,050
			2	0,141	0,138
2	0,25	0,25	1	0,266	0,102
			2	0,189	0,145
3	0,5	0,1	1	0,362	0,140
			2	0,209	0,149
4	0,1	0,5	1	0,257	0,111
			2	0,183	0,145
5	0,5	0,5	1	0,517	0,154
			2	0,265	0,153

На рис. 1 приведены реализации оценок параметров для алгоритмов ЕKF и REKF при $\gamma_1 = 0,5$ и $\gamma_2 = 0,5$.

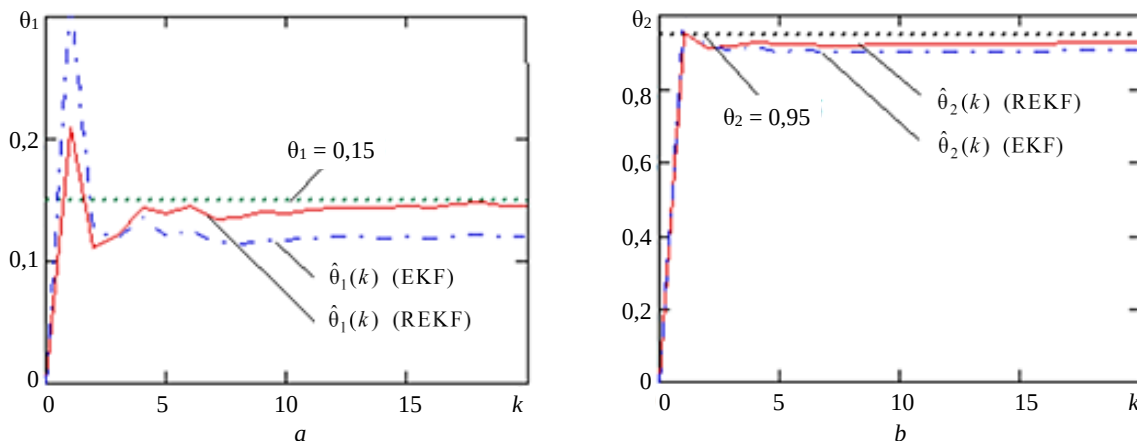


Рис. 1. Оценки параметров для алгоритмов REKF (сплошная линия), EKF (штрих-пунктирная линия), точные значения (пунктирная линия); a – оценки θ_1 , b – оценки θ_2

Fig. 1. Parameter estimates for REKF algorithm (solid line), EKF (dashed line), exact values (dotted line), a) estimates θ_1 , b) estimates θ_2

Из таблицы видно, что алгоритм REKF, учитывающий случайные параметры и интервальную неопределенность параметров в матрице A , имеет преимущество в точности по сравнению расширенным фильтром Калмана, построенным по номинальным значениям параметров (EKF), при этом с ростом параметров γ_1 и γ_2 , определяющих интенсивность случайного процесса $\xi_1(k)$ и величину интервала неопределенности параметра ψ_1 , преимущество алгоритма REKF над алгоритмом EKF увеличивается.

Заключение

В статье предложен алгоритм идентификации для дискретного объекта со случайными и интервальными параметрами. Случайные параметры в модели задаются как гауссовские случайные последовательности. Для представления интервальных параметров используется вероятностный подход, в основе которого лежит замена параметров интервального типа независимыми случайными величинами с равномерным распределением. Оценки строятся на основе рекуррентных схем калмановской фильтрации.

Результаты моделирования показали, что совместный учет в модели случайных и интервальных параметров (алгоритм REKF) позволяет повысить точность идентификации по сравнению с классическим алгоритмом идентификации, построенным с использованием расширенного фильтра Калмана (алгоритм EKF), рассчитанного по номинальным значениям параметров модели.

Список источников

1. Astrom K.J. Introduction to stochastic control theory. New York : Academic Press, 1970.
2. Sage A.P., Melsa J.L. Estimation Theory with Applications to Communications and Control. McGraw-Hill, 1971.
3. Julier S.J., Uhlmann J.K., Durrant-Whyte H. A new approach for filtering nonlinear systems // Proc. of the American Control Conference. Seattle, WA. 1995. P. 1628–1632.
4. Särkkä S. On unscented Kalman filter for state estimation of continuous-time nonlinear systems // IEEE Trans. Automat. Control. 2007. V. 52 (9). P. 1631–1641. doi: 10.1109/TAC.2007.904453
5. Arasaratnam I., Haykin S. Cubature Kalman filters // IEEE Trans. Automat. Control. 2009. V. 54 (6). P. 1254–1269. doi: 10.1109/TAC.2009.2019800
6. Цыганова Ю.В., Куликова М.В. Об эффективных методах параметрической идентификации линейных дискретных стохастических систем // Автоматика и телемеханика. 2012. № 6. С. 34–51.
7. Poljak B.T., Tsytkin Ja.Z. Robust Identification // Automatica. 1980. V. 16. P. 53–63.
8. Fang H., Haile M.A., Wang Y. Robust Extended Kalman Filtering for Systems with Measurement Outliers // Transactions on Control Systems Technology. 2021. V. 99. P. 1–8.

9. Смагин В.И., Ким К.С. Идентификация с использованием расширенного экстраполятора Калмана при аномальных ошибках в наблюдениях // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2024. № 68. С. 92–99. doi: 10.17223/19988605/68/10
10. Einicke G.A., Langford B., White L.B. Robust Extended Kalman Filtering // IEEE Transactions on Signal Processing, 1999. V. 47 (9). P. 2596–2599.
11. Souto R.F., Ishihara J.Y., Borges G.A. A robust extended Kalman filter for discrete-time systems with uncertain dynamics, measurements and correlated noise // 2009 American Control Conference, 10–12 June 2009, St. Louis, MO, USA. P. 1–6. doi: 10.1109/ACC.2009.5160604
12. Xiong K., Wei C.L., Liu L.D. Robust Kalman filtering for discrete-time nonlinear systems with parameter uncertainties // Aerospace Science and Technology. 2012. V. 18, is. 1. P. 15–24.
13. Asgari M., Khaloozadeh H. Robust extended Kalman filtering for non-linear systems with unknown input: a UBB model approach // IET Radar Sonar Navig. 2020. V. 14, is. 11. P. 1837–1844. doi: 10.1049/iet-rsn.2020.0258www.ietdl.org
14. Jahanian M., Ramezani A., Moarefianpour A., Shoorehdeli M.A. Robust extended Kalman filtering for nonlinear systems in the presence of unknown inputs and correlated noises // Optimal Control of Networked and Transportation Systems. 2022. V. 43, is. 1. P. 243–256. doi: 10.1002/oca.2786
15. Barmish B.R., Polyak B.T. A new approach to open robustness problems based on probabilistic predication formulae // Proc. 13th World IFAC Congr. 30 June – 5 July. San Francisco, USA. 1996. V. H. P. 1–6.

References

1. Astrom, K.J. (1970) *Introduction to Stochastic Control Theory*. New York: Academic Press.
2. Sage, A.P. & Melsa, J.L. (1971) *Estimation Theory with Applications to Communications and Control*. McGraw-Hill.
3. Julier, S.J., Uhlmann, J.K. & Durrant-Whyte, H. (1995) A new approach for filtering nonlinear systems. In: *Proceedings of the American Control Conference*. Seattle. WA. pp. 1628–1632.
4. Särkkä, S. (2007) On unscented Kalman filter for state estimation of continuous-time nonlinear systems. *IEEE Trans. Automat. Control*. 52(9). pp. 1631–1641. DOI: 10.1109/TAC.2007.904453
5. Arasaratnam, I. & Haykin, S. (2009) Cubature Kalman filters. *IEEE Trans. Automat. Control*. 54(6). pp. 1254–1269. DOI: 10.1109/TAC.2009.2019800
6. Tsyganova, Yu.V. & Kulikova, M.V. (2012) Ob effektivnykh metodakh parametriceskoy identifikatsii lineynykh diskretnykh stokhasticheskikh sistem [On effective methods of parametric identification of linear discrete stochastic systems]. *Avtomatika i Telemekhanika*. 6. pp. 34–51.
7. Poljak, B.T. & Tsytkin, Ja.Z. (1980) Robust Identification. *Automatica*. 16. pp. 53–63.
8. Fang, H., Haile, M.A. & Wang, Y. (2021) Robust Extended Kalman Filtering for Systems with Measurement Outliers. *Transactions on Control Systems Technology*. 99. pp. 1–8.
9. Smagin, V.I. & Kim, K.S. (2024) Identification using the extended Kalman extrapolator in case of anomalous errors in observations. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 68. pp. 92–99. DOI: 10.17223/19988605/68/10
10. Einicke, G.A., Langford, B. & White, L.B. (1999) Robust Extended Kalman Filtering. *IEEE Transactions On Signal Processing*. 47(9). pp. 2596–2599.
11. Souto, R.F., Ishihara, J.Y. & Borges, G.A. (2009) A robust extended Kalman filter for discrete-time systems with uncertain dynamics, measurements and correlated noise. *Proceedings 2009 American Control Conference*. 10–12 June 2009. St. Louis, MO, USA. pp. 1–6. DOI: 10.1109/ACC.2009.5160604
12. Xiong, K., Wei, C.L. & Liu, L.D. (2012) Robust Kalman filtering for discrete-time nonlinear systems with parameter uncertainties. *Aerospace Science and Technology*. 18(1). pp. 15–24.
13. Asgari, M. & Khaloozadeh, H. (2020) Robust extended Kalman filtering for non-linear systems with unknown input: a UBB model approach. *IET Radar Sonar Navig*. 14(11). pp. 1837–1844. DOI: 10.1049/iet-rsn.2020.0258www.ietdl.org
14. Jahanian, M., Ramezani, A., Moarefianpour, A. & Shoorehdeli, M.A. (2022) Robust extended Kalman filtering for nonlinear systems in the presence of unknown inputs and correlated noises. *Optimal Control of Networked and Transportation Systems*. 43(1). pp. 243–256. DOI:10.1002/oca.2786
15. Barmish, B.R. & Polyak, B.T. (1996) A new approach to open robustness problems based on probabilistic predication formulae. *Proceedings 13th World IFAC Congr*. 30 June – 5 July. vol. H. San Francisco. USA. pp. 1–6.

Информация об авторах:

Смагин Валерий Иванович – профессор, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики Национального исследовательского Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: vsm@mail.tsu.ru

Ким Константин Станиславович – кандидат физико-математических наук, доцент Высшей IT школы Национального исследовательского Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: kks93@rambler.ru

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Information about the authors:

Smagin Valery I. (Doctor of Technical Science, Professor, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).
E-mail: vsm@mail.tsu.ru

Kim Konstantin S. (Candidate of Physical and Mathematical Sciences, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: kks93@rambler.ru

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 12.01.2025; принята к публикации 02.06.2025

Received 12.01.2025; accepted for publication 02.06.2025