

Научная статья

УДК 532.517.2+621.928.93

doi: 10.17223/19988621/96/12

Моделирование аэродинамики закрученного турбулентного потока в расширяющемся канале воздушно-центробежного классификатора

Артём Евгеньевич Соломаха¹, Александр Вениаминович Шваб²

^{1, 2} Томский государственный университет, Томск, Россия

¹ solomahaartem@yandex.ru

² avshvab@inbox.ru

Аннотация. Рассматривается аэродинамика закрученного турбулентного газового потока в модифицированной геометрии рабочей камеры воздушно-центробежного классификатора с линейным и степенным расширением области классификации порошкового материала. Уравнения переноса импульса получены с помощью преобразования уравнений Рейнольдса из декартовой системы координат в ортогональную криволинейную систему координат вращения. Для моделирования турбулентности выбран метод RANS с использованием модели $k-\omega$. Предложена методика оценки аэродинамики закрученного течения с точки зрения эффективности сепарации частиц порошковых материалов.

Ключевые слова: численное моделирование, уравнения Рейнольдса, модель турбулентности, криволинейные координаты, центробежный классификатор

Для цитирования: Соломаха А.Е., Шваб А.В. Моделирование аэродинамики закрученного турбулентного потока в расширяющемся канале воздушно-центробежного классификатора // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2025. № 96. С. 145–159. doi: 10.17223/19988621/96/12

Original article

Simulation of aerodynamics of a swirling turbulent flow in the expanding channel of an air-centrifugal classifier

Artyom E. Solomakha¹, Aleksandr V. Shvab²

^{1, 2} Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

¹ solomahaartem@yandex.ru

² avshvab@inbox.ru

Abstract. Air-centrifugal classifiers are promising devices for the highly efficient fractional separation of powder materials by size. To improve the sharpness of the separation of solid particles in centrifugal devices, a uniform distribution of the carrier gas flow velocities is required. This article studies the aerodynamics of a swirling turbulent flow in a classifier with a particle separation zone of various geometries. The turbulence is simulated

using the RANS method and the Wilcox turbulence model. To assess the classification efficiency, an engineering approach determining the average velocity of the particles with sizes close to a limiting size is proposed. A comparison of the modeling results with the experimental data and test study results justifies their reliability.

Keywords: numerical modeling, Reynolds equations, turbulence model, curvilinear coordinates centrifugal classifier

For citation: Solomakha, A.E., Shvab, A.V. (2025) Simulation of aerodynamics of a swirling turbulent flow in the expanding channel of an air-centrifugal classifier. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 96. pp. 145–159. doi: 10.17223/19988621/96/12

Введение

В настоящее время порошковые материалы конструкционного назначения всё больше находят применение в изготовлении конструкционных элементов машин и механизмов, подшипников, инструментов и других изделий промышленного назначения в различных отраслях промышленности [1–5]. Процессом воздушной классификации порошковых материалов называется разделение их по фракциям в зависимости от размерных параметров в закрытых аппаратах, которые называются воздушно-центробежными классификаторами [6–9]. Совершенствование современных технологий получения мелкодисперсных порошков осуществляется с помощью математического моделирования протекающих при классификации процессов, основной из которых – качественная аэродинамика несущего газового потока [10–14]. Эффективность классификации порошковых материалов напрямую зависит от равномерности и однородности поля скорости закрученного турбулентного потока.

Остротой сепарации порошковых материалов в данной работе будем называть количественную оценку эффективности процесса классификации твердой фракции по размерам, которая представляет собой отношение тех размеров частиц, для которых вероятность попадания в мелкий продукт разделения равноудалена от таковой вероятности для частиц граничного размера, например 0.25 и 0.75.

Цель настоящего исследования – получение методов, позволяющих достоверно проводить оценку аэродинамики турбулентных течений и ее влияния на эффективность процесса классификации твёрдых частиц с помощью математического моделирования процессов, протекающих при классификации порошковых материалов в воздушно-центробежных установках. Основной задачей является оценка влияния аэродинамики закрученного турбулентного потока на процесс классификации частиц в аппаратах сложной геометрии, а также создание экономичной технологии для определения остроты сепарации порошковых материалов, с помощью которой можно получать результаты удовлетворительной точности.

Физико-математическая постановка задачи

Процесс классификации частиц порошкового материала происходит в рабочей камере центробежного аппарата, которая называется зоной сепарации. Такая цилиндрическая область представляет собой набор вращающихся дисков, между

которыми движется воздушный поток, содержащий в себе исходный материал. Подача двухфазного потока в зону сепарации производится через дополнительный перпендикулярный патрубок [8]. В работе [10] предложена оригинальная геометрия воздушно-центробежного классификатора (рис. 1) с дополнительным симметрично-расположенным вертикальным кольцевым каналом, добавление которого позволяет добиться более однородных и симметричных полей скоростей, что, как известно, является одним из основных критериев высокоэффективного процесса классификации частиц порошковых материалов по размерам.

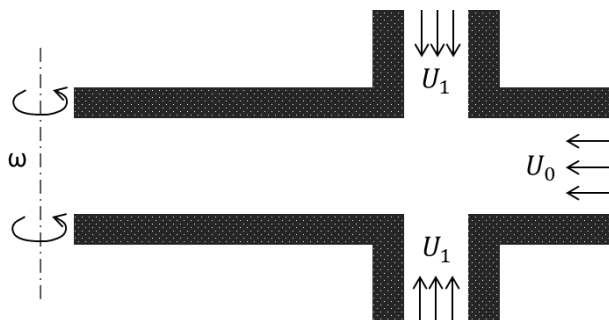


Рис. 1. Схема зоны сепарации воздушного классификатора без расширения
Fig. 1. Schematic diagram of the separation zone in an air classifier without expansion

С другой стороны, на снижение остроты сепарации влияют концентрация твердой фазы, взаимодействие частиц между собой и другие факторы. Следует отметить, что влияние большинства этих факторов удастся снизить за счет уменьшения массовой концентрации частиц до величины 0.2–0.4 кг/кг [8]. Таким образом, высокая эффективность работы классификатора связана, прежде всего, с аэродинамикой закрученного турбулентного потока [11]. Поэтому важнейшей задачей в области сепарации частиц являются достоверное определение аэродинамики закрученного турбулентного течения газа в сепараторе и получение оценки ее влияния на эффективность фракционной классификации. Известно, что в работах [8, 11] для повышения остроты сепарации используется расширение рабочей области к оси вращения по закону const/r , что позволяет получать постоянную среднюю радиальную скорость газа по рабочей камере. Однако наиболее перспективной аэродинамикой будет та, которая удовлетворяет постоянству баланса центробежных и аэродинамических сил. Поэтому в работе рассматривается разная степень расширения зоны сепарации и предложена инженерная методика расчета баланса между центробежными и аэродинамическими силами, которая позволяет оценивать, насколько перспективна та или другая аэродинамическая обстановка в сепарационной области.

Для получения точного решения системы уравнений переноса импульса, которая описывает движение закрученного турбулентного потока в сепарационной камере с расширением, необходим переход от цилиндрической системы координат (r, z) к ортогональной криволинейной системе координат вращения (q_1, q_2) [15–16].

Методом изогональных траекторий [17] представлено два типа ортогональных систем координат: степенной и линейный. Для степенного расширения новые координаты имеют вид:

$$q_1 = r^2 - m(z - z_1)^2; \quad q_2 = (z - z_1) \left(\frac{r}{r_a} \right)^m, \quad (1)$$

где m – степень расширения рабочей зоны аппарата.

Соответственно, для линейного расширения имеем

$$q_1 = \frac{(z - z_1)^2 + r^2 + \frac{2r}{B}(A - z_1) - \xi_{\min}}{\xi_{\max} - \xi_{\min}}; \quad q_2 = \frac{z - z_1}{A + Br - z_1}. \quad (2)$$

Здесь приняты обозначения:

$$A = z_2 + r_a \operatorname{tg} \alpha; \quad B = -\operatorname{tg} \alpha; \quad z_k = z_1 + A + B \cdot r_k;$$

$$\xi_{\min} = (z_k - z_1)^2 + r_k^2 + \frac{2r_k}{B}(A - z_1); \quad \xi_{\max} = (z_2 - z_1)^2 + r_a^2 + \frac{2r_a}{B}(A - z_1),$$

где α – угол наклона прямой, определяющей расширение верхней границы (рис. 2, б) относительно оригинальной геометрии (см. рис. 1); z_1, z_2, z_k, r_a и r_k – координаты точек, определяющих геометрию сепарационной зоны центробежного классификатора (рис. 2).

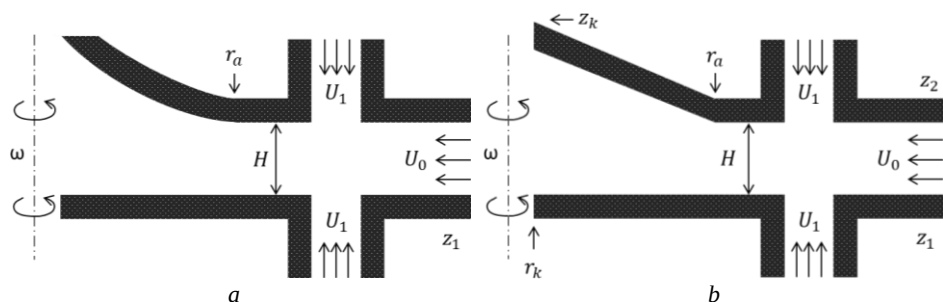


Рис. 2. Схема зоны сепарации воздушного классификатора со степенным (а) и линейным расширением (б) канала

Fig. 2. Schematic diagram of the separation zone in the air classifier with (a) power-law and (b) linear expansion of the channel

Достоверность ортогональности полученных криволинейных систем координат подтверждается равенством

$$\frac{\partial q_1}{\partial r} \frac{\partial q_2}{\partial r} + \frac{\partial q_1}{\partial z} \frac{\partial q_2}{\partial z} \equiv 0. \quad (3)$$

Разностные сетки в случае степенного и линейного расширения показаны на рис. 3.

Для учета уровня турбулентности в вязком подслое и буферной области вблизи стенок использовалось сгущение расчетной сетки на основе формулы преобразования [11]

$$q_2 = \frac{1}{s} \log \left[(e^s - 1)(\eta - 0.5) + \sqrt{e^s + (e^s - 1)^2 (\eta - 0.5)^2} \right],$$

где параметр s характеризует степень сгущения координаты q_2 относительно равномерной координаты $\eta \in [0, 1]$. При стремлении параметра $s \rightarrow 0$ сгущения сетки

по координате q_2 не происходит, при значении параметра $s > 1$ линии семейства q_2 сгущаются в направлении твердых стенок (см. рис. 3).

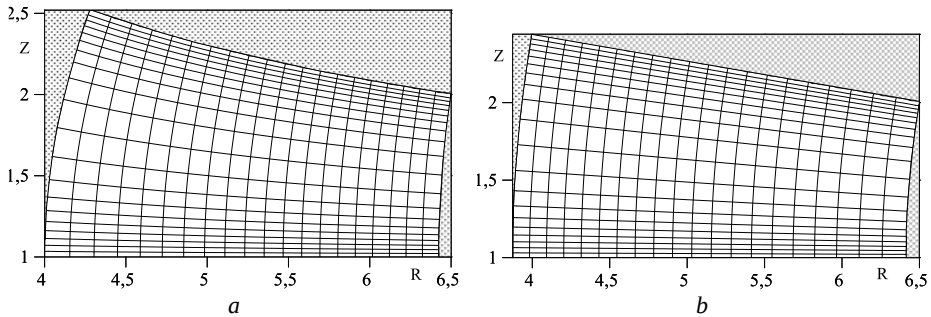


Рис. 3. Расчетная сетка в ортогональной криволинейной системе координат вращения со степенным (а) и линейным расширением (б) канала при $s = 5$

Fig. 3. Calculated grid in the orthogonal curvilinear coordinate system of rotation with (a) power-law and (b) linear expansion of the channel for $s = 5$

Различное расширение сепарационной зоны позволит найти более перспективную геометрию с целью определения более стабильного баланса аэродинамических и центробежных сил по длине рабочей камеры.

Для численного решения система уравнений Рейнольдса для закрученного турбулентного течения газового потока в камере воздушно-центробежного классификатора была преобразована к новой ортогональной системе координат вращения [18].

Уравнение переноса импульса в радиальном направлении движения газа для составляющей осредненной скорости U_1 имеет вид:

$$\begin{aligned} & H_1 H_2 H_3 \frac{\partial U_1}{\partial t} + \frac{\partial (U_1^2 H_2 H_3)}{\partial q_1} + \frac{\partial (U_1 U_2 H_1 H_3)}{\partial q_2} - \frac{\partial}{\partial q_1} \left(2(1 + \nu_t) \frac{H_2 H_3}{H_1} \frac{\partial U_1}{\partial q_1} \right) - \\ & - \frac{\partial}{\partial q_2} \left((1 + \nu_t) \frac{H_1 H_3}{H_2} \frac{\partial U_1}{\partial q_2} \right) = - \frac{H_2 H_3}{\rho} \frac{\partial p}{\partial q_1} - \frac{2}{3} H_2 H_3 \frac{\partial k}{\partial q_1} + \frac{\partial}{\partial q_1} \left(2(1 + \nu_t) \frac{U_2 H_3}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial q_2} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial q_2} \left((1 + \nu_t) H_1 H_3 \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial U_2}{\partial q_1} - \frac{U_1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial q_2} - \frac{U_2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial q_1} \right) \right) + \\ & + (1 + \nu_t) H_3 \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial U_2}{\partial q_1} + \frac{1}{H_2} \frac{\partial U_1}{\partial q_2} - \frac{U_1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial q_2} - \frac{U_2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial q_1} \right) \frac{\partial H_1}{\partial q_2} - \\ & - 2(1 + \nu_t) H_3 \left(\frac{1}{H_2} \frac{\partial U_2}{\partial q_2} + \frac{U_1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial q_1} \right) \frac{\partial H_2}{\partial q_1} - 2(1 + \nu_t) H_2 \left(\frac{U_1}{H_1 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial q_1} + \frac{U_2}{H_2 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial q_2} \right) \frac{\partial H_3}{\partial q_1} + \\ & + U_3^2 H_2 \frac{\partial H_3}{\partial q_1} + U_2^2 H_3 \frac{\partial H_2}{\partial q_1} - U_1 U_2 H_3 \frac{\partial H_1}{\partial q_2}. \end{aligned}$$

Уравнение для поперечной скорости U_2 :

$$\begin{aligned} & H_1 H_2 H_3 \frac{\partial U_2}{\partial t} + \frac{\partial (U_1 U_2 H_2 H_3)}{\partial q_1} + \frac{\partial (U_2^2 H_1 H_3)}{\partial q_2} - \frac{\partial}{\partial q_1} \left((1 + \nu_t) \frac{H_2 H_3}{H_1} \frac{\partial U_2}{\partial q_1} \right) - \\ & - \frac{\partial}{\partial q_2} \left(2(1 + \nu_t) \frac{H_1 H_3}{H_2} \frac{\partial U_2}{\partial q_2} \right) = - \frac{H_1 H_3}{\rho} \frac{\partial p}{\partial q_2} - \frac{2}{3} H_1 H_3 \frac{\partial k}{\partial q_2} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\partial}{\partial q_1} \left((1+v_t) H_2 H_3 \left(\frac{1}{H_2} \frac{\partial U_1}{\partial q_2} - \frac{U_1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial q_2} - \frac{U_2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial q_1} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left(2(1+v_t) \frac{U_1 H_3}{H_2} \frac{\partial H_2}{\partial q_1} \right) + \\
 & + (1+v_t) H_3 \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial U_2}{\partial q_1} + \frac{1}{H_2} \frac{\partial U_1}{\partial q_2} - \frac{U_1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial q_2} - \frac{U_2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial q_1} \right) \frac{\partial H_2}{\partial q_1} - \\
 & - 2(1+v_t) H_3 \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial U_1}{\partial q_1} + \frac{U_2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial q_2} \right) \frac{\partial H_1}{\partial q_2} - 2(1+v_t) H_1 \left(\frac{U_1}{H_1 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial q_1} + \frac{U_2}{H_2 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial q_2} \right) \frac{\partial H_3}{\partial q_2} - \\
 & - U_1 U_2 H_3 \frac{\partial H_2}{\partial q_1} + U_1^2 H_3 \frac{\partial H_1}{\partial q_2} + U_3^2 H_1 \frac{\partial H_3}{\partial q_2}.
 \end{aligned}$$

Уравнение для окружной составляющей скорости U_3 :

$$\begin{aligned}
 & H_1 H_2 H_3 \frac{\partial U_3}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial q_1} (U_1 U_3 H_2 H_3) + \frac{\partial}{\partial q_2} (U_2 U_3 H_1 H_3) - \frac{\partial}{\partial q_1} \left((1+v_t) \frac{H_2 H_3}{H_1} \frac{\partial U_3}{\partial q_1} \right) - \\
 & - \frac{\partial}{\partial q_2} \left((1+v_t) \frac{H_1 H_3}{H_2} \frac{\partial U_3}{\partial q_2} \right) = - \frac{\partial}{\partial q_1} \left((1+v_t) \frac{U_3 H_2}{H_1} \frac{\partial H_3}{\partial q_1} \right) - \\
 & - \frac{\partial}{\partial q_2} \left((1+v_t) \frac{U_3 H_1}{H_2} \frac{\partial H_3}{\partial q_2} \right) + (1+v_t) H_2 \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial U_3}{\partial q_1} - \frac{U_3}{H_1 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial q_1} \right) \frac{\partial H_3}{\partial q_1} + \\
 & + (1+v_t) H_1 \left(\frac{1}{H_2} \frac{\partial U_3}{\partial q_2} - \frac{U_3}{H_2 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial q_2} \right) \frac{\partial H_3}{\partial q_2} - U_1 U_3 H_2 \frac{\partial H_3}{\partial q_1} - U_2 U_3 H_1 \frac{\partial H_3}{\partial q_2}.
 \end{aligned}$$

Закон сохранения массы газового потока:

$$\operatorname{div}(U) = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \left(\frac{\partial}{\partial q_1} (U_1 H_2 H_3) + \frac{\partial}{\partial q_2} (U_2 H_1 H_3) \right) = 0.$$

В качестве описания турбулентности для уравнений Рейнольдса используется двухпараметрическая модель турбулентности Уилкокса ($k-\omega$). Таким образом, система уравнений для кинетической энергии турбулентности k и ее удельной скорости диссипации ω в ортогональной криволинейной системе координат вращения имеет вид:

$$\begin{aligned}
 & H_1 H_2 H_3 \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial q_1} (k U_1 H_2 H_3) + \frac{\partial}{\partial q_2} (k U_2 H_1 H_3) - \frac{\partial}{\partial q_1} \left((1+v_t \sigma^*) \frac{H_2 H_3}{H_1} \frac{\partial k}{\partial q_1} \right) - \\
 & - \frac{\partial}{\partial q_2} \left((1+v_t \sigma^*) \frac{H_1 H_3}{H_2} \frac{\partial k}{\partial q_2} \right) = H_1 H_2 H_3 (G - \beta^* k \omega); \\
 & H_1 H_2 H_3 \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial q_1} (\omega U_1 H_2 H_3) + \frac{\partial}{\partial q_2} (\omega U_2 H_1 H_3) - \frac{\partial}{\partial q_1} \left((1+v_t \sigma) \frac{H_2 H_3}{H_1} \frac{\partial \omega}{\partial q_1} \right) - \\
 & - \frac{\partial}{\partial q_2} \left((1+v_t \sigma) \frac{H_1 H_3}{H_2} \frac{\partial \omega}{\partial q_2} \right) = H_1 H_2 H_3 \left(\alpha \frac{\omega}{k} G - \beta \omega^2 - \frac{1}{2} \beta \omega |\Omega| \right); \\
 & v_t = \operatorname{Re} \frac{k}{\omega}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь влияние кривизны линий тока на уровень турбулентности [19] учитывает последнее слагаемое в уравнении (4), причем Ω – вихрь, G – слагаемое, учитывающее генерацию энергии турбулентности:

$$\begin{aligned}
 |\Omega| &= \sqrt{\left(\text{rot}(U)_{q_1}\right)^2 + \left(\text{rot}(U)_{q_2}\right)^2 + \left(\text{rot}(U)_{q_3}\right)^2} = \\
 &= \sqrt{\left(\frac{1}{H_2 H_3} \frac{\partial}{\partial q_2} (U_3 H_3)\right)^2 + \left(\frac{1}{H_1 H_3} \frac{\partial}{\partial q_1} (U_3 H_3)\right)^2 + \left(\frac{1}{H_1 H_2} \left(\frac{\partial}{\partial q_1} (U_2 H_2) - \frac{\partial}{\partial q_2} (U_1 H_1)\right)\right)^2}; \\
 G &= 2\nu_t \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial U_1}{\partial q_1} + \frac{U_2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial q_2}\right)^2 + \nu_t \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial U_2}{\partial q_1} + \frac{1}{H_2} \frac{\partial U_1}{\partial q_2} - \frac{U_1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_1}{\partial q_2} - \frac{U_2}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial q_1}\right)^2 + \\
 &+ \nu_t \left(\frac{1}{H_1} \frac{\partial U_3}{\partial q_1} - \frac{U_3}{H_1 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial q_1}\right)^2 + 2\nu_t \left(\frac{1}{H_2} \frac{\partial U_2}{\partial q_2} + \frac{U_1}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial q_1}\right)^2 + \nu_t \left(\frac{1}{H_2} \frac{\partial U_3}{\partial q_2} - \frac{U_3}{H_2 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial q_2}\right)^2 + \\
 &+ 2\nu_t \left(\frac{U_1}{H_1 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial q_1} + \frac{U_2}{H_2 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial q_2}\right)^2,
 \end{aligned}$$

где $\alpha, \beta, \sigma, \beta^*, \sigma^*$ – постоянные модели турбулентности Уилкокса.

В представленных уравнениях Рейнольдса и модели Уилкокса присутствуют значения функций H_1, H_2 и H_3 , которые характеризуют коэффициенты перехода от декартовой к ортогональной криволинейной системе координат и называются коэффициентами Ламе:

$$H_1 = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial q_1}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial q_1}{\partial z}\right)^2}}; \quad H_2 = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial q_2}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial q_2}{\partial z}\right)^2}}; \quad H_3 = r.$$

Для решения полученных систем уравнений в безразмерном виде в качестве масштаба длины выбирается высота канала H , в качестве масштаба скорости – горизонтальная скорость на входе U_0 (см. рис. 2).

Граничные и начальные условия

Для получения единственного решения аэродинамики закрученного турбулентного потока для схем воздушно-центробежного классификатора с расширением используются следующие граничные условия.

На входе в расширяющуюся область производится билинейная интерполяция всех функций, найденных после решения системы уравнений Рейнольдса и модели турбулентности Уилкокса в цилиндрической системе координат. На твердых стенках используется условие прилипания, в выходном сечении для всех функций – граничное условие установления (условия Неймана). Для кинетической энергии турбулентности и ее удельной скорости диссипации граничные условия задавались формулами и постоянными величинами, взятыми из опытных данных [20].

Получение профилей аэродинамических скоростей закрученного турбулентного течения производится с помощью решения системы стационарных уравнений переноса импульса методом установления по времени. В качестве начальных условий для всех искомых функций принимаются значения, равные нулю.

Метод численного решения аэродинамики газа и твердых частиц подробно описан в работах [21–22].

Анализ полученных результатов

Обоснованность и достоверность результатов численного моделирования аэродинамики турбулентного потока в зоне сепарации воздушного классификатора подтверждается как теоретическими исследованиями и сравнением с численными данными аэродинамики между плоскими дисками [10, 11], так и сравнением с экспериментальными результатами для радиальной составляющей вектора скорости [23] между двумя вращающимися параллельными дисками (рис. 4, *a*), где $H = 1$, $R_0 = 10$. Сравнение численных и опытных данных для экспериментальной установки изображено на рис. 4, *b* в различных сечениях 1–4 по длине канала для $r_1 = 6.0$, $r_2 = 4.0$, $r_3 = 2.75$ и $r_4 = 1.85$ соответственно.

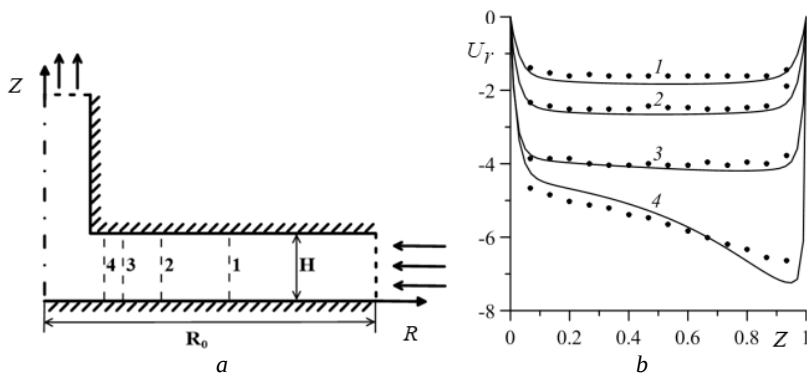


Рис. 4. Апробация результатов численного моделирования: *a* – схема установки; *b* – распределение радиальной составляющей вектора скорости при $Re = 2\,204$ (сплошной линией представлены результаты расчета, а точками – экспериментальные данные)

Fig. 4. Approbation of the numerical simulation results: (*a*) experimental setup design and (*b*) radial velocity distribution at $Re = 2204$ (the solid line indicates the calculated results, and the dotted line, the experimental data)

Качество процесса классификации порошковых материалов напрямую зависит от однородности поля скорости и баланса центробежных и аэродинамических сил в сепарационной зоне центробежного аппарата. Острота сепарации порошковых материалов в воздушно-центробежном классификаторе при малой концентрации твердой фазы полностью зависит от распределения радиальной и окружной скоростей при данной конструкции зоны сепарации. Ниже представлены численные результаты моделирования аэродинамики закрученного турбулентного потока в расширяющейся зоне сепарации воздушного классификатора.

На рис. 5 изображены изолинии радиальной компоненты вектора скорости для схемы воздушно-центробежного классификатора без расширения (см. рис. 1), со степенным (см. рис. 2, *a*) и линейным расширением (см. рис. 2, *b*) сепарационной зоны. Для геометрии со степенным расширением выбраны следующие параметры: $m = 1$, $z_1 = 1$, $r_a = 6.5$; для геометрии с линейным расширением: $\alpha = 10^\circ$, $z_1 = 1$, $z_2 = 2$, $r_k = 4$, $r_a = 6.5$.

На рис. 6 приведены графики развития радиальной компоненты вектора скорости по длине канала для рассматриваемых схем воздушно-центробежного классификатора. Для классификатора без расширения (см. рис. 6, *a*): сечение 1 соответ-

стствует $r = 6.5$, сечение 2 – $r = 5.5$, сечение 3 – $r = 4.5$. Для классификаторов со степенным (см. рис. 6, b) и линейным расширением (см. рис. 6, c): сечение 1 соответствует $r = 6.5$, сечение 2 – $r = 5.875$, сечение 3 – $r = 5.25$, сечение 4 – $r = 4.625$.

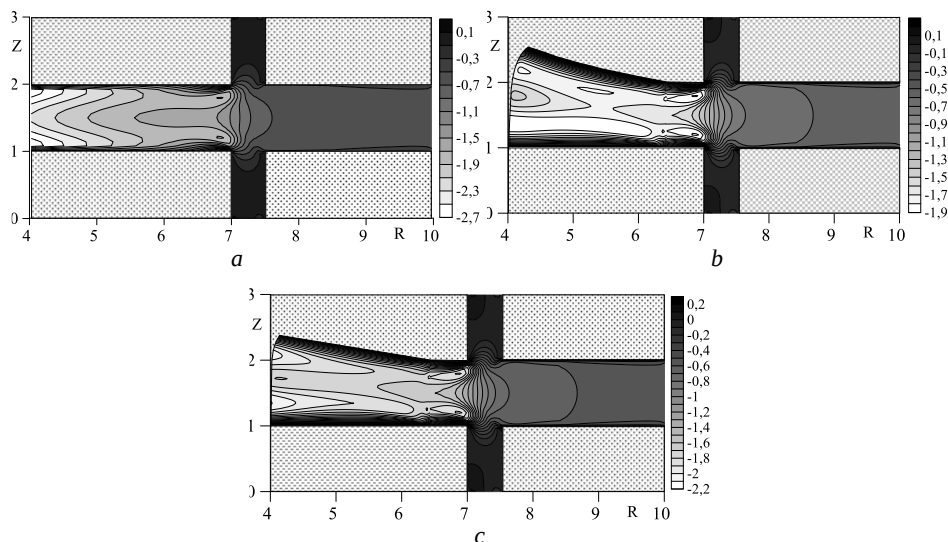


Рис. 5. Изолинии радиальной компоненты вектора скорости для классификатора без расширения (a), со степенным (b) и линейным расширением (c) при параметрах $Re = 5000$, $R\omega = 0.25$

Fig. 5. Isolines of the radial velocity for the classifier (a) without expansion, (b) with power-law expansion, and (c) with linear expansion at $Re = 5000$, $R\omega = 0.25$

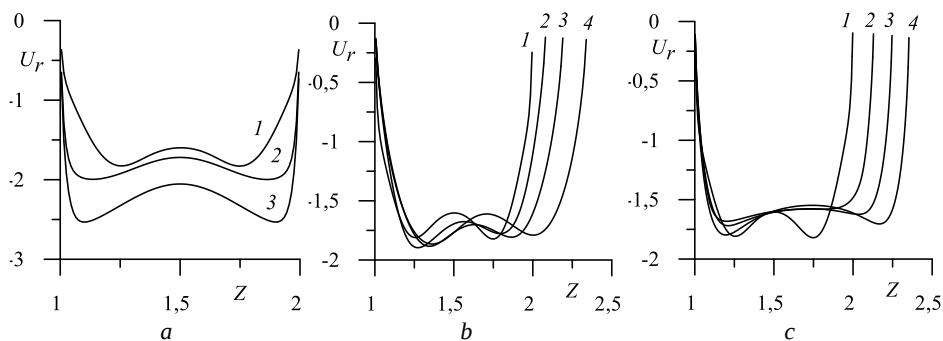


Рис. 6. Графики радиальной компоненты вектора скорости для классификатора без расширения (a), со степенным (b) и линейным расширением (c) при параметрах $Re = 5000$, $R\omega = 0.25$

Fig. 6. Graphs of the radial velocity for the classifier (a) without expansion, (b) with power-law expansion, and (c) with linear expansion at $Re = 5000$, $R\omega = 0.25$

Как видно из полученных результатов, профиль радиальной компоненты вектора скорости в случае использования схем воздушно-центробежного классификатора со степенным и линейным расширением выходного канала имеет более

однородное распределение по длине канала в отличие от схемы без расширения. Разность между максимальным и минимальным значением радиальной компоненты вектора скорости в выходном сечении канала для центральной области потока, отдаленной от пограничного слоя вблизи твердых стенок, составляет: для канала без расширения – 0.49, со степенным расширением – 0.254, с линейным расширением – 0.25. Следовательно, по высоте канала профили скорости также имеют более однородное распределение для схем со степенным и линейным расширением.

На рис. 7 изображены изолинии окружной компоненты вектора скорости для рассматриваемых схем модифицированной геометрии сепарационной камеры классификатора. Как видно из результатов, расширение геометрии выходного канала влечет за собой некоторое уменьшение значений окружной компоненты вектора скорости.

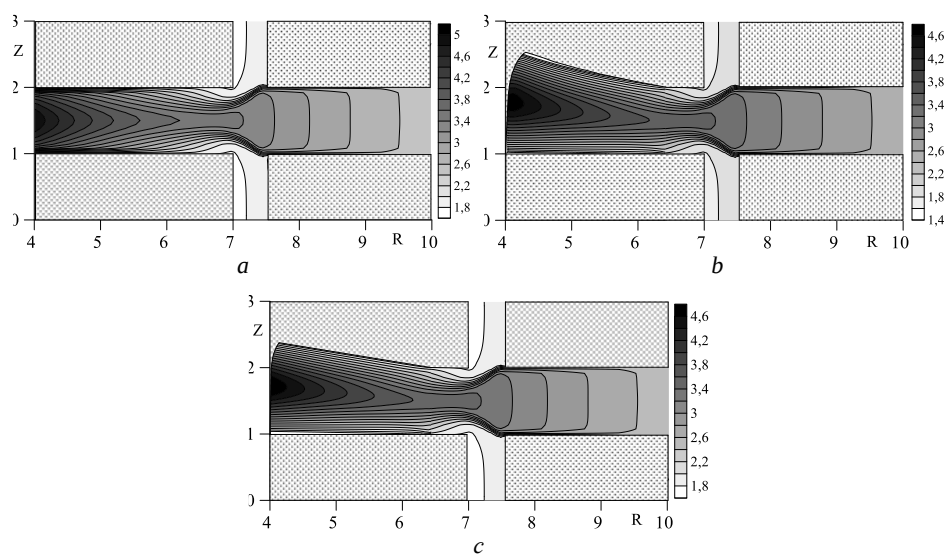


Рис. 7. Изолинии окружной компоненты вектора скорости для классификатора без расширения (а), со степенным (b) и линейным расширением (с) при параметрах $Re = 5000$, $R\omega = 0.25$

Fig. 7. Isolines of the rotational velocity for the classifier (a) without expansion, (b) with power-law expansion, and (c) with linear expansion at $Re = 5000$, $R\omega = 0.25$

Рассмотрим предлагаемую инженерную методику оценки эффективности работы классификатора на основе баланса центробежных и аэродинамических сил. Следует отметить, что эффективность классификации центробежного аппарата определяется исходя из того, насколько велика область диапазона частиц приграничного размера. Поэтому будем рассматривать частицы, размер которых близок к граничному размеру, т.е. к размеру частиц, вероятность которых попасть в мелкий и крупный продукт равняется 50%. Для них, очевидно, приближенно выполняется равенство центробежных и аэродинамических сил. Из этого следует, что радиальная скорость частиц приграничного размера мало отличается от нулевого значения, а окружная скорость этих частиц будет близка к окружной скорости газа.

С другой стороны, малая радиальная скорость частиц позволяет не учитывать инерционную силу, и тогда уравнение для движения частиц приграничного размера будет иметь вид:

$$-\frac{u_\phi^2}{r} = \frac{u_r - w_r}{Stk} \xi, \quad (5)$$

где w_r – радиальная составляющая вектора скорости частицы, ξ – коэффициент отклонения аэродинамического сопротивления частицы от закона сопротивления, определенного Стоксом, Re_p – критерий Рейнольдса, составленный для частицы диаметром δ , Stk – критерий Стокса:

$$Re_p = \frac{|V - W|\delta}{\nu}; \quad Stk = \frac{\rho_p \delta^2 U}{18\rho \nu H}; \quad \xi = 1 + 0.197 Re_p^{0.63} + 0.64 \cdot 10^{-4} Re_p^{1.38},$$

ρ_p – плотность частицы, g – ускорение силы тяжести, действующее на рассматриваемую частицу.

Из уравнения (5) для известных значений радиальной и окружной полей скорости газа u_ϕ и u_r может быть определена радиальная составляющая скорости частицы w_r в каждой точке разностной сетки сепарационной зоны сепаратора. Для большей наглядности удобно получить среднее значение радиальной составляющей скорости частиц w_r по высоте сепарационной камеры.

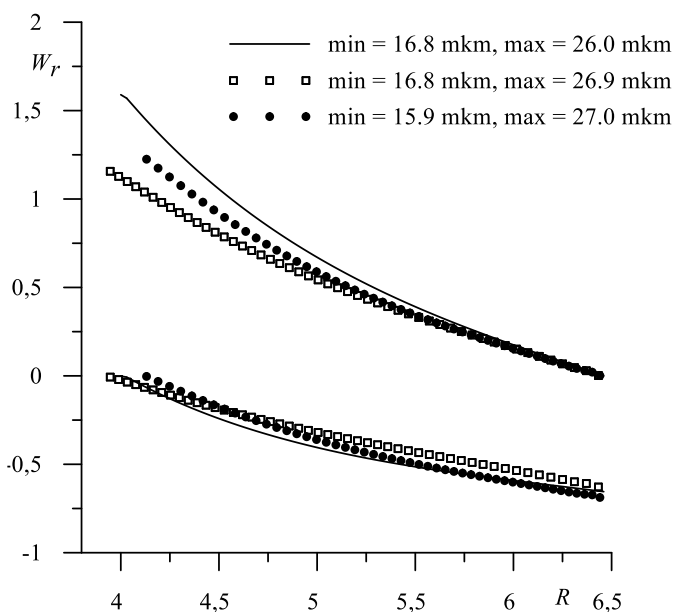


Рис. 8. Распределение средней скорости частиц при параметрах $Re = 5\,000$, $R\omega = 0.25$

Fig. 8. Distribution of the average velocity of particles at $Re = 5\,000$, $R\omega = 0.25$

На рис. 8 изображено распределение по высоте средних скоростей частиц, размеры которых выбраны таким образом, чтобы вдоль всей длины канала значения этих скоростей были либо только положительными, либо только отрицательными. Частицы, имеющие положительные значения средней скорости, соответствуют частицам, которые независимо от их геометрического положения будут выгружаться

в крупный продукт разделения. Отрицательные же значения скорости w_r характерны для частиц, выгружаемых в мелкий продукт разделения. Сплошная кривая показывает распределение средней скорости частиц для классификатора без расширения, диаметр которых составляет 16.8 и 26 мкм; круги – для аппарата со степенным расширением для частиц 15.9 и 27 мкм; квадраты – для аппарата с линейным расширением для частиц 16.8 и 26.9 мкм. Из этого графика легко обнаружить тот диапазон размера частиц, для которых имеются как отрицательные, так и положительные значения скоростей, что свидетельствует о вероятности их попадания как в мелкий, так и в крупный продукт разделения частиц. Следовательно, коэффициент остроты сепарации определяется отношением полученного минимального и максимального размеров частиц и для данного режима аэродинамики составляет от $15.9/27 = 0.59$ до $16.8/26 = 0.65$ (см. рис. 8). Проведенная оценка остроты сепарации хорошо коррелирует с оценкой, представленной авторами в работе [10] и опытными данными [8].

Таким образом, рассмотренный режим закрученного течения показал, что расширение сепарационной области несущественно изменяет аэродинамический баланс центробежных и аэродинамических сил, однако существенно увеличивает объем сепарационной камеры, что приводит к уменьшению взаимодействия частиц между собой и других особенностей стесненности твердой фазы, и вследствие этого имеет место повышение эффективности сепарации частиц.

Заключение

С помощью математического моделирования процессов, протекающих при классификации частиц порошковых материалов в зоне сепарации воздушно-центробежных аппаратов, получена методика для качественной оценки эффективности процесса разделения двухфазных закрученных турбулентных газовых потоков на примере предложенных схем классификатора с использованием степенного и линейного профилирования выходного канала. Апробация результатов численного расчета аэродинамики подтверждается сравнением с тестовыми численными результатами, а также с опытными данными, полученными с помощью экспериментальной установки движения газового потока между вращающимися параллельными дисками. Показано, что без трудоемких и многочисленных расчетов двухфазных закрученных турбулентных потоков можно качественно оценивать остроту сепарации только по расчетам аэродинамики сепарационной камеры, что позволяет находить оптимальные рабочие режимы и геометрию зоны сепарации центробежного аппарата, а отдельные расчеты двухфазного потока использовать для проверки достоверности инженерной методики.

Список источников

1. Гропянов А.В., Ситов Н.Н., Жукова М.Н. Порошковые материалы : учеб. пособие. СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД, 2017. 74 с.
2. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. М.: Химия, 2004. 750 с.
3. Алексеенко С.В., Окулов В.Л. Закрученные потоки в технических приложениях (обзор) // Теплофизика и аэромеханика. 1966. Т. 3, № 2. С. 101–138.

4. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Течения и теплообмен в каналах и вращающихся полостях. М.: Физматлит, 2010. 488 с.
5. Кафаров В.В., Дорохов И.Н. Системный анализ процессов химической технологии. М.: Наука, 1976. 499 с.
6. Гунта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки. М.: Мир, 1987. 588 с.
7. Пономарев В.Б. Расчет и проектирование оборудования для воздушной сепарации сыпучих материалов. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2017. 96 с.
8. Росляк А.Т., Зятиков П.Н. Воздушно-центробежная классификация микропорошков. Томск: ТМЛ-Пресс, 2010. 140 с.
9. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Течение газа с частицами. М.: Физматлит, 2008. 600 с.
10. Соломаха А.Е., Шваб А.В. Моделирование аэродинамики закрученного турбулентного потока в воздушно-центробежном классификаторе // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2024. № 87. С. 150–162. doi: 10.17223/19988621/87/12
11. Shvab A.V., Khairullina V.Yu. Effect of an unsteady swirled turbulent flow on the motion of a single solid particle // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2011. V. 52 (1). P. 37–42.
12. Евсеев Н.С., Жуков И.А., Бельчиков И.А. Исследование аэродинамики и процесса фракционного разделения мелкодисперсных частиц в сепарационной камере // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2023. № 83. С. 74–85. doi: 10.17223/19988621/83/7
13. Василевский М.В., Полюшко В.А., Романдин В.И., Евсеев Н.С., Жуков И.А., Зиятдинов М.Х., Марченко Е.С., Жилина Л.А. Теоретические и экспериментальные исследования процесса классификации в зависимости от характера скоростного взаимодействия частиц TiN в пневмоизмельчителе с псевдоожиженным слоем // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2023. № 85. С. 74–89. doi: 10.17223/19988621/85/6
14. Маликов З.М., Мадалиев М.Э. Математическое моделирование турбулентного течения в центробежном сепараторе // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2021. № 71. С. 121–138. doi: 10.17223/19988621/71/10
15. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир, 1987. Т. 2. 552 с.
16. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. М.: Мир, 1990. Т. 2. 726 с.
17. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматлит, 1959. 468 с.
18. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
19. Wilcox D.C. Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries, 2006. xxii, 515 p.
20. Avelius K., Johansson A.V. Direct numerical simulation of rotating channel flow at various Reynolds numbers and rotation number: PhD thesis / Dept. of Mechanics, KTH, Stockholm, 1999.
21. Турубаев Р.Р., Шваб А.В. Численное исследование аэродинамики закрученного потока в вихревой камере комбинированного пневматического аппарата // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2017. № 47. С. 87–98. doi: 10.17223/19988621/47/9
22. Шваб А.В., Соломаха А.Е. Численное моделирование аэродинамики воздушно-центробежного классификатора // Известия вузов. Физика. 2021. Т. 64, № 2-2. С. 155–161. doi: 10.17223/00213411/64/2-2/155
23. Singh A., Vyas B.D., Powle U.S. Investigations on inward flow between two stationary parallel disks // J. Heat Fluid Flow. 1999. V. 20. P. 395–401.

References

1. Gropyanov A.V., Sitov N.N., Zhukova M.N. (2017) *Poroshkovyye materialy; uchebnoe posobie* [Powder materials: textbook]. Saint Petersburg: VSHTe SPbGUPTD.

2. Kasatkin A.G. (2004) *Osnovnye protsessy i apparaty khimicheskoy tekhnologii* [Fundamental processes and devices for chemical technology]. Moscow: Khimiya.
3. Alekseenko S.V., Okulov V.L. (1966) Zakruchennyye potoki v tekhnicheskikh prilozheniyakh (obzor) [Swirling flows in technical applications (review)]. *Teplofizika i aeromekhanika – Thermophysics and Aeromechanics*. 2. pp. 101–138.
4. Volkov K.N., Emel'yanov V.N. (2010) *Techniya i teploobmen v kanalakh i vrashchayushchikhsya polostyakh* [Flows and heat transfer in channels and rotating cavities]. Moscow: FIZMATLIT.
5. Kafarov V.V., Dorokhov I.N. (1976) *Sistemnyy analiz protsessov khimicheskoy tekhnologii* [System analysis of chemical technology processes]. Moscow: Nauka.
6. Gupta A.K., Lilley D.G., Syred N. (1984) *Swirl Flows*. Tunbridge Wells: Abacus Press. doi: 10.1016/0010-2180(86)90133-1
7. Ponomarev V.B. (2017) *Raschet i проектирование oborudovaniya dlya vozduшной separatsii sypuchikh materialov* [Calculation and design of equipment for air separation of bulk materials]. Ekaterinburg: Ural.
8. Roslyak A.T., Zyatikov P.N. (2010) *Vozdušno-tsentrobezhnaya klassifikatsiya mikroporoshkov* [Air-centrifugal classification of micro-powders]. Tomsk: TML-Press.
9. Volkov K.N., Emel'yanov V.N. (2008) *Technie gaza s chastitsami* [Flow of gas with particles]. Moscow: FIZMATLIT.
10. Solomakha A.E., Shvab A.V. (2024) Modelirovanie aerodinamiki zakruchennogo turbulentnogo potoka v vozdušno-tsentrobeznom klassifikatore [Simulation of the aerodynamics of a swirling turbulent flow in an air-centrifugal classifier]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 87. pp. 150–162. doi: 10.17223/19988621/87/12
11. Shvab A.V., Khayrullina V.Yu. (2011) Effect of an unsteady swirled turbulent flow on the motion of a single solid particle. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 52(1). pp. 37–42. doi: 10.1134/S0021894411010068
12. Evseev N.S., Zhukov I.A., Bel'chikov I.A. (2023) Issledovanie aerodinamiki i protsessa fraktsionnogo razdeleniya melkodispersnykh chastits v separatsionnoy kamere [A study of aerodynamics and fractional separation of fine particles in a separation chamber]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 83. pp. 74–85. doi: 10.17223/19988621/83/7
13. Vasilevskiy M.V., Polyushko V.A., Romandin V.I., Evseev N.S., Zhukov I.A., Ziatdinov M.Kh., Marchenko E.S., Zhilina L.A. (2023) Teoreticheskie i eksperimental'nye issledovaniya protsessa klassifikatsii v zavisimosti ot kharaktera skorostnogo vzaimodeystviya chastits TiN v pnevmoizmel'chitele s psevdoozhizhennym sloem [Theoretical and experimental studies of the classification process depending on the nature of the high-speed interaction of TiN particles in a pneumogrinder with a fluidized bed]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 85. pp. 74–89. doi: 10.17223/19988621/85/6
14. Malikov Z.M., Madaliev M.E. (2021) Matematicheskoe modelirovanie turbulentnogo techeniya v tsentrobeznom separatore [Mathematical modeling of a turbulent flow in a centrifugal separator]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 71. pp. 121–138. doi: 10.17223/19988621/71/10
15. Fletcher C.A.J. (1991) *Computational Techniques for Fluid Dynamics*. New York: Springer-Verlag Inc.
16. Anderson D.A., Tannehill J.C., Pletcher R.H. (1984) *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*. New York: Hemisphere Publishing Corporation.
17. Stepanov V.V. (1959) *Kurs differentsial'nykh uravneniy* [Course of differential equations]. Moscow: FIZMATLIT.
18. Loytsyanskiy L.G. (1987) *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid and gas mechanics]. Moscow: Nauka.

19. Wilcox D.C. (2006) *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries.
20. Avelius K., Johansson A.V. (1999) *Direct Numerical Simulation of Rotating Channel Flow at Various Reynolds Numbers and Rotation Number*. Ph.D. thesis Stockholm, Sweden.
21. Turubaev R.R., Shvab A.V. (2017) Chislennoe issledovanie aerodinamiki zakruchennogo potoka v vikhrevoi kamere kombinirovannogo pnevmaticheskogo apparata [Numerical study of swirled flow aerodynamics in the vortex chamber of the combined pneumatic machine]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 47. pp. 87–98. doi: 10.17223/19988621/47/9
22. Shvab A.V., Solomakha A.E. (2021) Chislennoe modelirovanie aerodinamiki vozdušno-tsen-trobreznogo klassifikatora [Numerical modeling of aerodynamics of an air-jet classifier]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Fizika*. 64(2-2). pp. 155–161. doi: 10.17223/00213411
23. Singh A., Vyas B.D., Powle U.S. (1999) Investigations on inward flow between two stationary parallel disks. *Journal Heat Fluid Flow*. 20(4). pp. 395–401. doi: 10.1016/S0142-727X(98)10058-9

Сведения об авторах:

Соломаха Артём Евгеньевич – аспирант физико-технического факультета Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: solomahaartem@yandex.ru

Шваб Александр Вениаминович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры прикладной аэромеханики Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: avshvab@inbox.ru

Information about the authors:

Solomakha Artyom E. (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: solomahaartem@yandex.ru

Shvab Aleksandr V. (Doctor of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: avshvab@inbox.ru

Статья поступила в редакцию 30.01.2025; принята к публикации 01.08.2025

The article was submitted 30.01.2025; accepted for publication 01.08.2025