

Научная статья
УДК 004.94
doi: 10.17223/19988605/72/3

Конструктивный подход к оцениванию статистической устойчивости моделей сложных систем

Юлия Валентиновна Доронина¹, Александр Владимирович Скатков²

¹ Севастопольский государственный университет, Севастополь, Россия

² Институт природно-технических систем, Севастополь, Россия

¹ YVDoronina@sevsu.ru

² vm1945@yandex.ru

Аннотация. Рассматриваются проблемы квалиметрического оценивания полимодельных комплексов на основе полумарковских моделей. Предложены конструктивный подход и прикладные основы в развитие нового раздела квалиметрии – моделиметрии. При анализе статистической устойчивости функций распределения времени пребывания системы в выделенных состояниях предложено применение критерия Колмогорова–Смирнова, что позволило сравнивать выборочные данные на основе расстояния между этими функциями распределения. Оценивание их свойств позволяет принимать решения с минимальным риском ошибок 1-го и 2-го рода.

Ключевые слова: квалиметрия; статистическая устойчивость; адекватность модели; сложная техническая система; вероятность перехода.

Для цитирования: Доронина Ю.В., Скатков А.В. Конструктивный подход к оцениванию статистической устойчивости моделей сложных систем // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2025. № 72. С. 28–38. doi: 10.17223/19988605/72/3

Original article
doi: 10.17223/19988605/72/3

A constructive approach to evaluating the statistical stability of models for complex systems

Yulia V. Doronina¹, Alexander V. Skatkov²

¹ Sevastopol State University, Sevastopol, Russia

² Institute of Natural and Technical Systems, Sevastopol, Russia

¹ YVDoronina@sevsu.ru

² vm1945@yandex.ru

Abstract. The problems of qualimetric assessment of polymodel complexes based on semi-Markov models are considered. A constructive approach and applied foundations for the development of a new branch of qualimetry, modelometry, are proposed. When analyzing the statistical stability of the distribution functions of the system's residence time in selected states, the Kolmogorov-Smirnov criterion was proposed, which made it possible to compare sample data based on the distance between these distribution functions. Evaluating their properties allows you to make decisions with minimal risk of errors of the 1st and 2nd kind.

Keywords: qualimetry; statistical stability; adequacy of the model; complex technical system; probability of transition.

For citation: Doronina, Yu.V., Skatkov, A.V. (2025) A constructive approach to evaluating the statistical stability of models for complex systems. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 72. pp. 28–38. doi: 10.17223/19988605/72/3

Введение

Проектирование и поддержание эффективного функционирования сложных технических систем (СТС) в большинстве случаев представляют собой нетривиальные задачи, которые решаются зачастую комплексно, что порождает ряд объективных трудностей. Заложенные при проектировании конструктивные особенности влияют на дальнейшую эксплуатацию и могут быть эффективно контролируемы. При эксплуатации СТС добиться четкого следования регламентным состояниям при наличии минимальной неопределенности, не влияющей на процесс оценивания состояний, затруднительно. Это обусловлено следующими основными факторами:

- 1) конструктивно-эксплуатационной сложностью СТС (т.е. сложность самой системы и потенциальная сложность ее функционирования);
- 2) нестационарностью условий эксплуатации (невозможность получения однородной и стационарной среды, в которой функционирует СТС);
- 3) наличием определенного уровня потенциальной неопределенности при эксплуатации (за счет внешних условий, явлений или вмешательства человека) и др.

Для решения проблем подобного характера применяются различные классы моделей, например детерминированные, на основе дифференциальных уравнений, стохастические модели Маркова, уравнения диффузии как частный вид дифференциальных уравнений и т.п. Для дифференциальных уравнений оценивание качества моделей как задача квалиметрии полностью решена: может быть исследована их устойчивость по Ляпунову, которая предполагает изучение поведения решений при малых изменениях начальных условий. Для стохастических моделей определенных классов полностью проработанные методы квалиметрии отсутствуют (рис. 1).

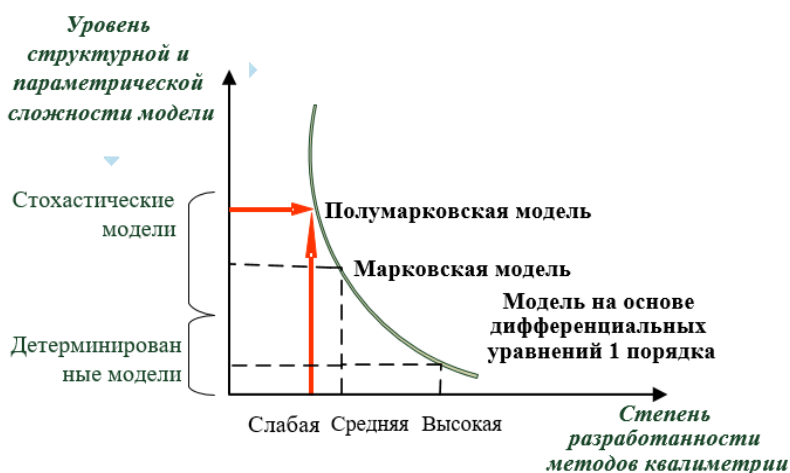


Рис. 1. Схема, отражающая степень проработанности квалиметрических методов в различных видах моделей

Fig. 1. A scheme reflecting the degree of elaboration of qualimetric methods in various types of models

Приведенная на рис. 1 схема укрупненно иллюстрирует проблему слабой проработанности методов квалиметрии, например, для полумарковских моделей, на фоне наличия методов оценки качества детерминированных моделей. Это приводит к необходимости систематизации квалиметрических подходов в моделировании в целом и, более того, необходимости создания конструктивного подхода к методологическим аспектам моделирования.

В основе конструктивного подхода решения задач квалиметрии, на наш взгляд, следует понимать триединую задачу:

I – методическое обеспечение решения проблемы (т.е. формирование методологической базы формализованного описания проблемы квалиметрии моделей);

II – алгоритмическую проработку методологии (алгоритмизация экспериментальной части задач, обеспечивающих решение проблемы квалиметрии моделей);

III – сведение задачи квалиметрии к моделям принятия решений (т.е. формирование планов экспериментальной части, обеспечивающих решение проблемы квалиметрии моделей в рамках конкретной задачи, которая решается исследуемыми моделями).

Таким образом, учитывая реализованные этапы I–III и используя имитационное моделирование как инструмент получения статистик, мы можем получить основу конструктивного решения задач квалиметрии комплексно на основе полумарковской модели функционирования СТС.

1. Статистическая устойчивость как задача квалиметрии сложных объектов и их моделей

Оценивание статистической устойчивости представляет собой важную задачу квалиметрического анализа не только сложных объектов, но и их моделей. Понятие квалиметрии устоялось в рамках науки об измерении и количественной оценке качества объектов и процессов реального мира. Термин «квалиметрия» является стандартизованным в ГОСТ 15467–79 «Управление качеством продукции. Основные понятия. Термины и определения» и относится исключительно к этой области [1].

Основные задачи квалиметрии в области оценивания качества объектов производства:

- обоснование номенклатуры показателей качества;
- разработка методов определения показателей качества объектов и их оптимизации;
- оптимизация типоразмеров и параметрических рядов изделий;
- разработка принципов построения обобщенных показателей качества и обоснование условий их использования в задачах стандартизации и управления качеством.

В [2–4] показано, что квалиметрия выступает взаимосвязанной системой теорий различной степени общности, в числе которых специальные квалиметрии, к ним относятся:

- а) экспертная квалиметрия, где оценки даются экспертами или автоматизированными экспертными системами;
- б) вероятностно-статистическая квалиметрия, использующая методы теории вероятностей и математической статистики, оценивая однородность генеральной совокупности и выборки, совпадение законов распределения, эргодичность, марковость и т.п.;
- в) индексная квалиметрия, использующая меры качества, полученные при нормировке на базе индексации (сравнения);
- г) таксономическая квалиметрия (или квалиметрическая таксономия), основывающаяся на классах качества (квалитаксонах) объекта, при этом рассматриваются вид, сорт и другие характеристики объекта и такие же характеристики классифицирующей системы и др.

Таким образом, на основе анализа механизмов явлений и процессов, протекающих в сложных объектах, устоялись терминология и методология квалиметрических метрик качества [5–7].

Несмотря на наличие методологических оснований квалиметрии сложных объектов, модели, как и их прообразы, зачастую не могут быть оценены на основании общего подхода в связи со следующими факторами:

- сложность предметных областей, нестационарность характеристик функционирования объектов приводит к гибридизации и многомерности моделей, что, в свою очередь, усложняет их квалиметрическое оценивание;
- в ряде случаев ограниченная или полная неопределенность начальных условий при оценивании качества моделей;
- требования, накладываемые на объем данных, подлежащих оцениванию по результатам работы моделей;
- нет регулирующих нормативных актов, заказчик и рад бы провести имитационное исследование, но оно не входит в перечень рекомендованных и в спецификацию работ, особенно для государственных предприятий, не может быть включено в прямом виде [8, 9] и др.

Проблема квалиметрии моделей существует и является крайне актуальной. Это более сложная задача, чем построение самой модели, поскольку, например, для полимодельного гибридного комплекса

требуется определить (и / или задать априорно) допустимые уровни чувствительности, устойчивости, параметрической настройки или организованности, адекватности и др.

Квалиметрия моделей, например в [3–4], рассматривалась в аспекте полимоделирования. Предложено выполнять сопоставление модели объекту по целостному свойству через измерение расстояния $\rho(M, ob)$ между соответствующими точками в n -мерном пространстве элементарных свойств объекта. В качестве аргумента в соответствующих функционалах рассматривают величину разности выходных состояний объекта $y_j(Ob)$ и модели $y_j(M)$. В этом случае условие адекватности $|y_j(Ob) - y_j(M)| \leq \varepsilon$ по n свойствам обобщается в условие $\rho(M, ob) \leq \varepsilon$, $\varepsilon > 0$. Метрики на основе расстояния $\rho(M, ob)$ в [3] рекомендовано использовать для оценки моделей по адекватности.

На примере исследования адекватности модели можно видеть, что для динамических нестационарных моделей это оценка конкретного момента или интервала времени, в течение которого модель функционирует. Расход ресурса объекта исследований, изменения внешней среды, условий моделирования и другие факторы приводят к тому, что метрика адекватности модели не является актуальной. Неразрешимость задачи этого уровня нивелируется оцениванием статистических свойств не объекта, а самой модели. То есть в процессе исследования модели решаются вопросы:

- (1) в какой степени свойства модели зависят от случайных возмущений в точке, в области, системная характеристика;
- (2) как зависит качество модели от рефакторинга (модификации программы) или субъекта ее модификации (программиста);
- (3) связь и взаимообусловленность внутренних и внешних (структуры кода, программного управления и т.п.) свойств моделей и др.

На рис. 2. показано взаимодействие задач, процессов и субъектов процесса моделирования.

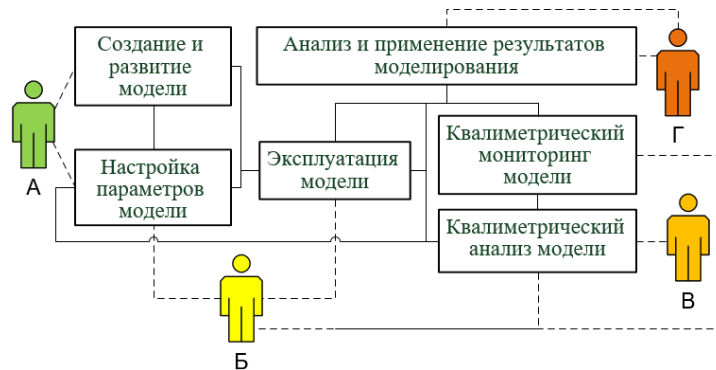


Рис. 2. Эргодические процессы принятия решений, определяющие квалиметрические свойства моделей с разделением полномочий лиц, принимающих решения

Fig. 2. Ergodic decision-making processes that determine the qualimetric properties of models with the separation of powers of decision makers

Приведенные на рис. 2. задачи и процессы, как правило, управляются одним или несколькими лицами, принимающими решения (ЛПР), исходя из особенностей гибридных моделей и предметных областей с учетом факторов (1)–(3). Это, безусловно, приводит к проблемам оценивания качества моделей и неприменимости известных метрик либо ограничениям их применения. Так, на рис. 2 можно видеть, что полномочия ЛПР могут значительно отличаться: например, А – решения по созданию, развитию и настройке моделей; Б – решения по настройке и эксплуатации моделей; В – решения по квалиметрическому мониторингу моделей; Г – решения по анализу и применению результатов моделирования и др. Подобная декомпозиция задач может быть реализована различными способами, исходя из практической целесообразности, но в целом способствует сокращению времени на процесс принятия решений и выделяет группы полномочий локальных ЛПР.

Проблема оценивания адекватности модели представляет собой известную сложность в связи с ее нестационарностью и сильной зависимостью от условий моделирования, качества данных, качества

их обработки и задач моделирования в конкретный момент времени. На практике при исследовании свойств объекта (СТС) модель является «первичной», т.е. объект подбирается под существующую модель. Для нивелирования приведенных проблем целесообразно оценивать статистические свойства модели, разделяя внутренние (зависимость от генератора случайных чисел, влияние размаха входных данных на устойчивость результата, зависимость от объема выборки и т.п.) и внешние свойства модели (управляемость, структурная открытость и т.п. с точки зрения программного кода).

Авторами в [10] рассматривалась проблема оценивания статистической устойчивости квазигомогенной стационарной марковской модели (ММ) без поглощающих состояний, описывающей функционирование СТС. Полученные результаты позволили сформировать комплекс квалиметрических характеристик таких моделей на основе базовых мер статистической устойчивости, волатильности и их свойств.

Далее будет рассмотрен квалиметрический анализ полумарковских моделей (ПММ) и предложены меры их оценивания.

2. Оценивание статистической устойчивости как задача квалиметрического анализа полумарковских моделей на основе комплекса специальных метрических характеристик

В случаях, когда требуется детализованное представление о функционировании СТС с учетом времени пребывания в каждом из состояний, используется подход, основанный на идее о полумарковости процессов [11].

Модели в [10] рассматриваются при отсутствии поглощающих состояний, СТС находится в стационарном (квазистационарном) режиме, S_0 – стартовое состояние системы; S_n – n -е состояние, в котором оказывается система после n -го перехода.

Для того чтобы процесс был определен для всех $t > 0$, считается, что на любом конечном отрезке времени $[0; \tau]$ может произойти лишь конечное число переходов. Построенный таким образом процесс $\{S_k; \Theta_k; t > 0\}$, где S_k – состояние СТС на k -м шаге, Θ_k – время пребывания в состоянии S_k , принято называть полумарковским процессом [11].

Время пребывания СТС в некотором состоянии S_k – случайная величина (СВ) Θ_k с функцией распределения (ФР) $F_k = P\{\Theta_k \leq t\}$, у ФР $F_k(t)$ существует плотность $f_k(t)$.

В дальнейших рассуждениях символом $\xrightarrow{M_x}$ будем обозначать отображение, осуществляемое имитационной моделью (ИМ) M_x ; M_m – обозначения ИМ с результатом в виде матрицы. Обозначим D множество допустимых планов оценивания статистической устойчивости моделей ($J = |D|$), тогда для ПМП реализуемый план моделирования имеет вид:

$$\Pi_{j,k} \langle \cdot \rangle, \Omega_j \langle P_{j,k}, F_{j,k} \rangle, \quad (1)$$

где $\langle \cdot \rangle$ – вектор параметров моделирования (например, для модели Маркова n – скаляр, задающий число сгенерированных цепочек ММ $\langle S_0, S_1, \dots, S_n \rangle$, $n = |N|$, l_m – длина m -й цепи Маркова, $l = |L|$, k – кратность запусков модели, $k = |K|$); $P = \|P_{ij}\|$ – матрица вероятностей пребывания СТС в состояниях, $P_{j,k}$ – элемент такой матрицы; $F = \|F_{ij}\|$ – матрица ФР времен пребывания СТС в состояниях, $F_{j,k}$ – элемент такой матрицы.

В качестве оценочных параметров примем $\gamma_p^{M_x}, \gamma_F^{M_x}$ как оценки текущих статистик полумарковской модели ПММ M_x по полученным результатам экспериментов $\Omega_j \langle P_{j,k}, F_{j,k} \rangle$; $\tilde{\gamma}_{p,F} \langle \tilde{\gamma}_{p,j,k}, \tilde{\gamma}_{F,j,k} \rangle$ – ожидаемые ЛПР оценки статистики ПММ M_x в виде линейных векторов $\tilde{\gamma}_{p,j,k}, \tilde{\gamma}_{F,j,k}$; $\Delta\gamma_{p,F} \langle \Delta\gamma_{p,j,k}, \Delta\gamma_{F,j,k} \rangle$ – мера близости текущей и заданной (ожидаемой) оценок статистики модели M_x

в виде линейных векторов $\Delta\gamma_{p_{j,k}}, \Delta\gamma_{F_{j,k}}$; ε_p – характеристика точности модели по $p_{j,k}$; ε_F – характеристика точности модели по $F_{j,k}$; p_1, p_2 – соответствующие доверительные вероятности оценок параметров модели.

В качестве оценочного параметра примем γ^{M_x} как оценку текущей статистики модели M_x по полученным результатам экспериментов в виде вектора ω ; $\tilde{\gamma}$ – ожидаемая ЛППР оценка статистики модели M_x ; $\Delta\gamma$ – мера близости текущей и заданной (ожидаемой) оценок статистики модели M_x ; ε – характеристика точности модели; p – доверительная вероятность оценки параметров модели.

Тогда модель M_x , реализованная в рамках одного из видов математических схем моделирования, является статистически устойчивой, если для квазиметрической оценки ее устойчивости, начиная с некоторых $n_i \geq n_0$, $\langle \cdot \rangle$ будет выполняться условие

$$\left| \gamma^{M_x}(\omega \langle \cdot \rangle) - \tilde{\gamma} \right|_{\varepsilon, p} \leq \Delta\gamma \quad (2)$$

с учетом условия сходимости по статистической вероятности [12].

Под P -устойчивостью ПМП будем понимать обеспечение максимального отклонения в матрице P не более чем на ε_p ; F -устойчивость ПМП будем понимать как обеспечение максимального отклонения в матрице F не более чем на ε_F .

Для обеспечения методического единства конструктивного подхода необходимо ввести ряд формальных определений.

Определение 1 (полная устойчивость в классе моделей P и в классе моделей F). Назовем полностью устойчивыми (P - и F -устойчивыми) результаты моделирования СТС на основе ПМП в виде статистик $\Omega_j \langle p_{j,k}, F_{j,k} \rangle$, если для любых $\varepsilon_p > 0$, $\varepsilon_F > 0$ можно указать $\delta > 0$ такое, что из неравенств

$$\begin{cases} \left| \gamma_p^{M_x} \langle n_j, l_j, k_j, \Omega_j \langle p_{j,k} \rangle \rangle - \tilde{\gamma}_p \langle \tilde{\gamma}_{p_{j,k}} \rangle \right|_{\varepsilon_p, p_1} \leq \Delta\gamma_p \langle \Delta\gamma_{p_{j,k}} \rangle, \\ \left| \gamma_F^{M_x} \langle n_j, l_j, k_j, \Omega_j \langle F_{j,k} \rangle \rangle - \tilde{\gamma}_F \langle \tilde{\gamma}_{F_{j,k}} \rangle \right|_{\varepsilon_F, p_2} \leq \Delta\gamma_F \langle \Delta\gamma_{F_{j,k}} \rangle, \end{cases} \quad (3)$$

следуют неравенства

$$\begin{cases} \left| \gamma_p^{M_x} \langle n_j, l_j, k_j, \Omega_j \langle p_{j,k} \rangle \rangle - \tilde{\gamma}_p \langle \tilde{\gamma}_{p_{j,k}} \rangle \right|_{\varepsilon_p, p_1} \leq \varepsilon_p, \\ \left| \gamma_F^{M_x} \langle n_j, l_j, k_j, \Omega_j \langle F_{j,k} \rangle \rangle - \tilde{\gamma}_F \langle \tilde{\gamma}_{F_{j,k}} \rangle \right|_{\varepsilon_F, p_2} \leq \varepsilon_F \end{cases} \quad (4)$$

при $t \geq t_0$ и с учетом условия сходимости по статистической вероятности, что определяет в общем случае принадлежность полученных результатов статистик окрестностям $\delta > 0$ точек $\varepsilon_p > 0$, $\varepsilon_F > 0$.

Определение 2 (частичная устойчивость моделей в классе моделей P или в классе моделей F). Назовем частично устойчивыми (или устойчивыми в классе моделей P или в классе моделей F) результаты моделирования СТС на основе ПМП в виде статистик $\Omega_j \langle p_{j,k}, F_{j,k} \rangle$, если для любых $\varepsilon_p > 0$, $\varepsilon_F > 0$ можно указать $\delta > 0$ такое, что из одного из неравенств (3) следует одно соответствующее неравенство из (4) при $t \geq t_0$ и с учетом условия сходимости по статистической вероятности, что определяет в общем случае принадлежность полученных результатов статистик окрестностям $\delta > 0$ точек $\varepsilon_p > 0$, $\varepsilon_F > 0$.

На основе определений 1 и 2 возможна постановка ряда исследовательских задач. Например, определение дрейфа ФР времени пребывания СТС в состояниях при построении имитационных моделей ее функционирования, оценивание дрейфа ФР при условии изменчивости среднеквадратического отклонения и математического ожидания или одного из них.

Перспективы получения аналитических оценок в соответствии с определениями 1 и 2 на настоящее время отсутствуют, в связи с чем предлагается перейти к вычислительным оценкам, которые можно получить по результатам наблюдений за реальными процессами и в результате моделирования.

Определение 3. Квалиметрическая задача моделирования конструктивно решена, если получена тройка: $M \langle B, T, K \rangle$, где B – тип модели (может быть определен согласно схемам моделирования D, Q, A, P) [8]; T – тип топологии гибридной модели [13]; K – метрики качества метамодели M .

Определения 1–3 в совокупности являются основой методологической части конструктивного подхода к оцениванию статистической устойчивости моделей сложных систем. В отличие от проверки адекватности и чувствительности модели, предложенный подход не только учитывает эти аспекты в рамках анализа их статистической устойчивости, но и позволяет принимать решения с минимальным риском ошибок 1-го и 2-го рода.

Далее рассмотрим результаты проведенного моделирования по предложенным метрикам определений 1–3.

3. Пример и результаты моделирования оценок статистической устойчивости полумарковских моделей на основе конструктивного подхода

Исследуем статистическую устойчивость ПММ в предположении о наличии точечного возмущения в матрице F на основе критерия Колмогорова–Смирнова [11]. Критерий Колмогорова–Смирнова предназначен для проверки согласия эмпирического распределения с заданным непрерывным теоретическим распределением, т.е. для проверки гипотезы $H_0: F(x) = F_0(x)$ при всех возможных значениях аргумента x , где $F(x)$ – функция распределения элементов выборки, $F_0(x)$ – заданная (т.е. полностью известная) функция теоретического распределения. В нашем случае ФР $F(x)$ и $F_0(x)$ представляют собой ФР времен пребывания СТС в состояниях i и j [14]:

$$\sqrt{n}D_n(\theta^*) = \sqrt{n} \sup_x |F_n(x) - F(x; \theta^*)|, \quad (5)$$

где n – объем исследуемой выборки, $D_n(\theta^*)$ – дисперсия оценки параметра θ^* .

Схема процесса моделирования следующая: определяется множество состояний СТС, формируется матрица переходов и соответствующий ей граф переходов в состояния.

На основе специально разработанного программного продукта [10] реализуется построение цепочки переходов по матрице вероятностей переходов (дивергенция матрицы выбиралась равной 1, исходя из формулы $\text{div} \|P_{ij}\| = \min P_{ij} / \max P_{ij}$, чтобы получить сбалансированный процесс для формирования базовых статистик; рис. 3).

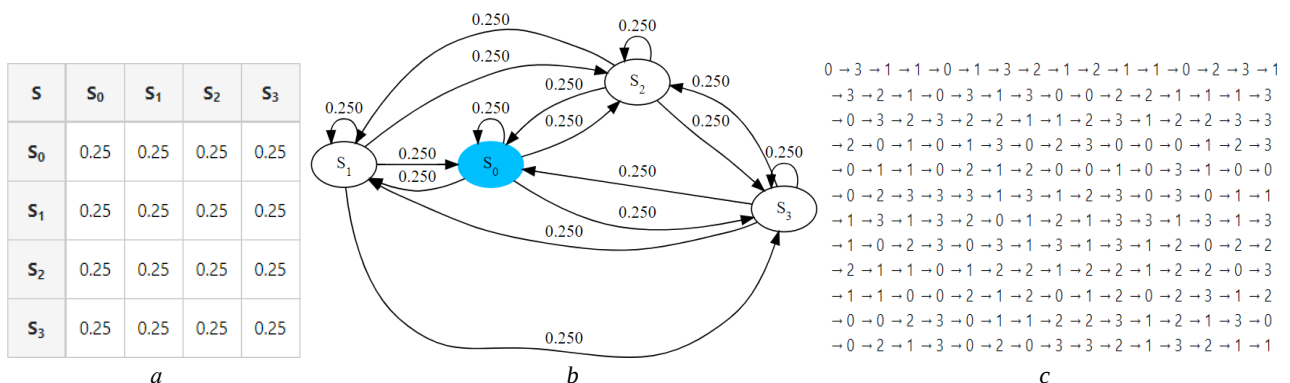


Рис. 3. Этапы моделирования процесса функционирования сложной технической системы: матрица переходов (а); граф состояний (b); фрагмент полученных реализаций переходов (фрагмент цепочки переходов в состояния) (с)
Fig. 3. Stages of modeling the process of functioning of complex technical systems: a) transition matrix; b) graph of states; c) fragment of the obtained transition implementations (fragment of the chain of transitions to states)

Для рассматриваемого примера: S_0 – начальное состояние СТС, S_1 – состояние отказа технических или программных средств, S_2 – состояние восстановления, S_3 – состояние профилактики; длина цепочки переходов $l = 1\,125$; распределение времен пребывания в состояниях в рассматриваемом примере равномерное с математическим ожиданием $m = 50$ (см. рис. 3).

Приведенные на рис. 3 элементы отображения этапов моделирования позволяют получать характеристики процесса, целесообразные для оценивания квалиметрических свойств моделей. Например, на рис. 3 показана визуализация матрицы переходов, графа переходов с отображением начального состояния и полученной цепочки переходов при соответствующих начальных заданных параметрах моделирования.

Для оценивания временных характеристик процесса каждому состоянию S_i ставится в соответствие время пребывания в конкретный момент времени (на j -м шаге цепочки переходов) с учетом вида распределения случайной величины, по каждому состоянию формируются гистограммы распределения времен пребывания в них (рис. 4). В табл. 1 приведена описательная статистика полученных значений времен пребывания по каждому из состояний S_0 – S_3 СТС.

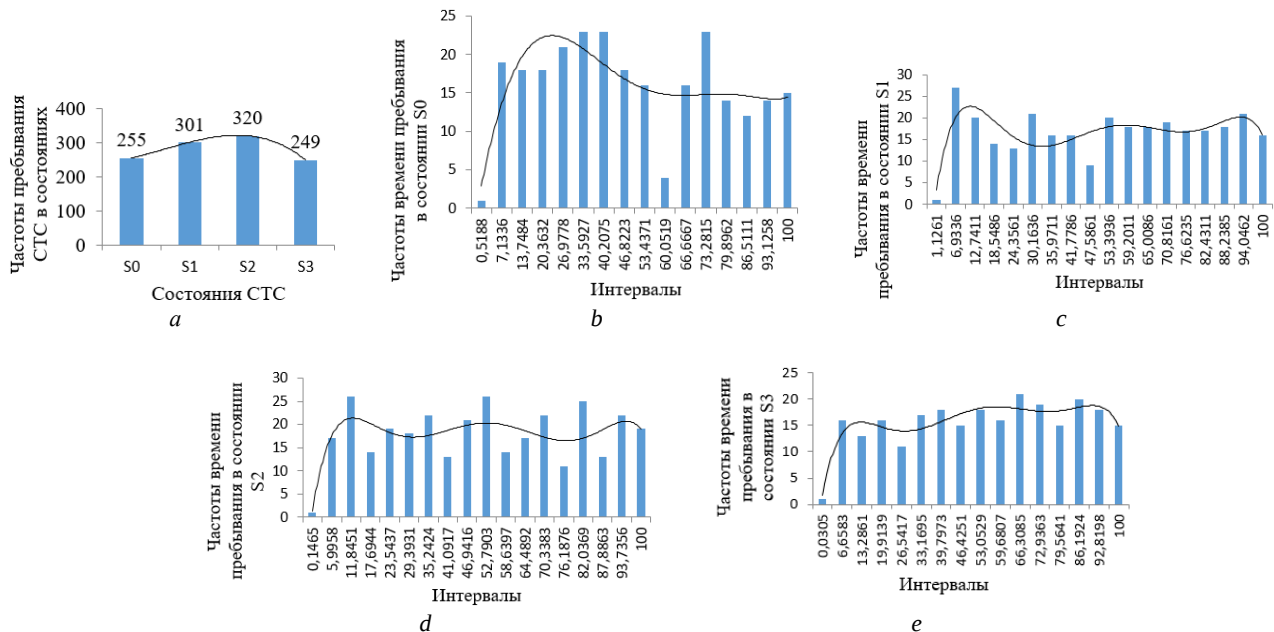


Рис. 4. Результаты моделирования: гистограмма частот пребывания сложной технической системы в состояниях S_0 – S_3 (a); распределение времен пребывания в состоянии S_0 (b); распределение времен пребывания в состоянии S_1 (c); распределение времен пребывания в состоянии S_2 (d); распределение времен пребывания в состоянии S_3 (e)
Fig. 4. Simulation results: a) a histogram of the frequencies of a complex technical system in states S_0 – S_3 ; b) distribution of residence times in S_0 ; c) distribution of residence times in S_1 ; d) distribution of residence times in S_2 ; e) the distribution of residence times in the S_3

Таблица 1

Описательная статистика полученных значений времен пребывания
по каждому из состояний СТС

Метрика	Значение			
	S_0	S_1	S_2	S_3
Среднее	46,3	49,7	49,4	51,6
Стандартная ошибка	1,8	1,72	1,6	1,8
Медиана	41,6	50,8	49,8	52,4
Стандартное отклонение	28,3	29,9	28,9	28,1
Дисперсия выборки	798,7	893,9	835,5	787,9
Экспесс	–1,1	–1,3	–1,2	–1,1
Асимметричность	0,2	–0,1	0,0	–0,1

Полученные результаты моделирования (см. рис. 4, табл. 1) и значения метрик отражают этап получения статистических оценок одной реплики процесса функционирования СТС, которая при использовании критерия Колмогорова–Смирнова выступит в роли заданного непрерывного теоретического распределения $F_0(x)$ в формуле (5).

Этапы 1, 2 повторяются для получения другой реплики полумарковского процесса функционирования СТС. Вторая полученная реплика ПМП будет использована для проверки гипотезы $H_0: F(x) = F_0(x)$ при всех возможных значениях аргумента x .

На рис. 5 приведены результаты оценивания статистической устойчивости ПММ в предположении о наличии точечного возмущения в матрице F на основе критерия Колмогорова–Смирнова в зависимости от объема выборки.



Рис. 5. Оценки статистической устойчивости полумарковской модели по состояниям в зависимости от объема выборочных данных

Fig. 5. Estimates of the statistical stability of the Semi-markov model by states depending on the volume of sample data

Исходя из полученных результатов, представленных на рис. 5, можно сделать вывод, что с ростом объема выборочных данных статистическая устойчивость заметно растет, сохраняя тенденцию относительно состояний СТС.

Следующая группа экспериментов проводилась относительно изменения начальных условий:

- 1) группа экспериментов при условии начального состояния S_3 – профилактика СТС,
- 2) группа экспериментов – при условии начального состояния S_1 – отказ СТС, оценки статистической устойчивости ПММ по состояниям в зависимости от объема выборки в этом случае изображены на рис. 6.

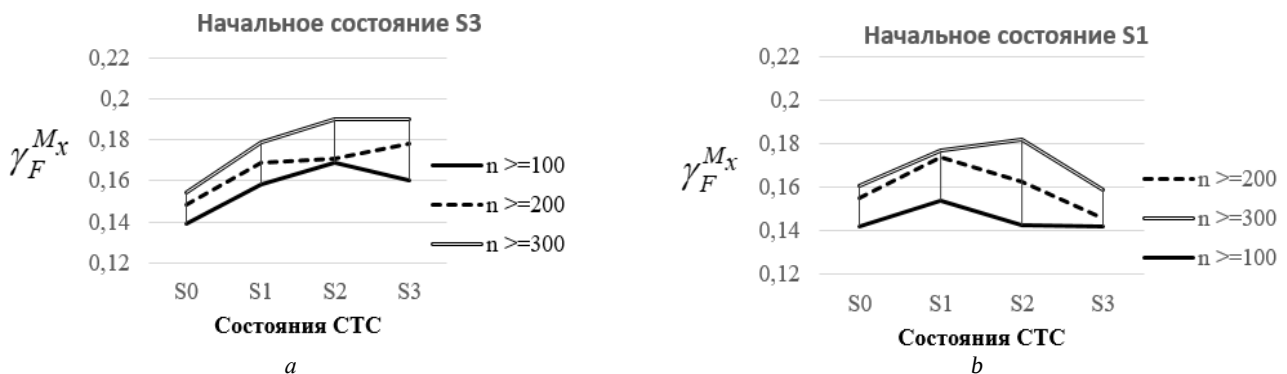


Рис. 6. Оценки статистической устойчивости полумарковской модели по состояниям в зависимости от объема выборочных данных: при начальном состоянии S_3 (a), при начальном состоянии S_1 (b)

Fig. 6. Estimates of the statistical stability of the Semi-markov model by states depending on the volume of sample data: a) at the initial state S_3 , b) at the initial state S_1

Приведенные на рис. 6 результаты моделирования зависимости статистической устойчивости ФР времен пребывания в состояниях СТС от объемов выборок от 100 до 300 показывают влияние начального состояния на полученные оценки. Например, при начальном состоянии S_3 наилучшее значение метрики СУ 0,192 при $n = 300$, тогда как при начальном состоянии S_1 значение метрики СУ 0,178 при $n = 300$ (для этого состояния); имеются различия в оценках по каждому состоянию СТС, что говорит о необходимости учета этих фактов при оценивании качества моделей данного типа.

Получение характеристик СУ и влияющих параметров, например начального условия или объема выборки либо и того и другого вместе, приводит к формированию управленческих решений по планированию экспериментальной части задач квалиметрического анализа моделей, что относится к третьей составляющей предложенного конструктивного подхода.

Таким образом, согласно определению 3, в рамках конструктивного подхода получена тройка следующего вида: M <тип модели: ПММ; тип топологии гибридной модели: иерархическая; метрики качества метамодели: полная и частная статистическая устойчивость>. Подробное классификационное описание процесса исследования системы с учетом предложенного конструктивного подхода позволило описывать пространство моделей, факторов и параметров при принятии решений по оценке их качества. Дальнейшие исследования связаны с получением оценок статистической устойчивости модели ПМП в зависимости от изменения начальных условий моделирования (начального состояния СТС), что позволит получить более широкий спектр оценочных метрик СУ моделей на основе ПМП.

Заключение

В задачах исследования сложных систем и процессов зачастую приходится иметь дело с гибридными сложными моделями, оценивание их свойств (прежде всего – качества) представляется весьма затруднительным, а следовательно, не дает гарантии получения приемлемых результатов исследования. Авторами предложены конструктивный подход и прикладные основы нового раздела квалиметрии – моделеметрии, а также определение конструктивного решения квалиметрической задачи моделеметрии, которое представляет собой триединство методологических, алгоритмических и управленческих решений в рамках квалиметрического анализа этих моделей и позволяет описывать пространство моделей, факторов и параметров при принятии решений по оценке их качества.

В статье отмечено, что для сложных стохастических моделей, например полумарковских, анализ их качества нетривиален. В рамках решения задачи оценивания качества метамodelей предлагается применение критерия Колмогорова–Смирнова для оценивания статистической устойчивости функции распределения времени пребывания системы в выделенных состояниях. Критерий позволяет сравнивать выборочные данные на основе расстояния между функциями распределений времен пребывания в состояниях сложной технической системы. Результаты модельных экспериментов показали широкие перспективы применения метрик статистической устойчивости полумарковских моделей для детализованного описания процессов функционирования сложных технических систем, что позволит принимать обоснованные решения по их работе и развитию.

Список источников

1. ГОСТ 15467–79. Управление качеством продукции. Основные понятия. Термины и определения (с Изменением № 1). М. : Стандартинформ, 2009. 22 с.
2. Звягин Л.С. Мягкие имитационные модели региональных экономических систем // Мягкие измерения и вычисления. 2018. № 10. С. 41–46.
3. Микони С.В., Соколов Б.В. Юсупов Р.М. Квалиметрия моделей и полимодельных комплексов. М. : РАН, 2018. 314 с.
4. Микони С.В. Улучшение познавательной функции понятий технической диагностики с применением системного подхода и собственных свойств модели // Онтология проектирования. 2020. Т. 10, № 2 (36). С. 163–175.
5. Gorban I.I. The Statistical Stability Phenomenon. Springer, 2017. 361 p. doi: 10.1007/978-3-319-43585-5
6. Ростовцев Ю.Г., Юсупов Р.М. Проблема обеспечения адекватности субъектно-объектного моделирования // Известия вузов. Приборостроение. 1991. № 7. С. 7–14.
7. Okhtilev M.Yu., Gnidenko A.S., Alferov V.V., Salukhov V.I., Nazarov D.I. Methods and Algorithms of Integrated Modeling of Complex Technical Objects in Dynamically Changing Conditions // Proc. of the International Scientific Conference MMET NW. 2018. P. 282–284.
8. Тутубалин В.Н., Барабашева Ю.М., Девяткова Г.Н., Угер Е.Г. Принципы проверки статистической корректности обработки результатов классического эксперимента Кавендиша // Машиностроение и компьютерные технологии. 2016. № 4. С. 170–193.
9. Советов Б. Я. и др. Имитационное моделирование систем. Петровдворец: ВУНЦ ВМФ. 2010.
10. Доронина Ю.В., Скатков А.В. Анализ статистической устойчивости стационарных марковских моделей // Труды СПИИРАН. 2019. № 5 (18). С. 1119–1148.
11. Корольюк В.С., Турбин А.Ф. Полумарковские процессы и их приложения. Киев : Наукова думка, 1976. 184 с.
12. Вагнер В., Ермаков С. М. Стохастическая устойчивость и параллелизм метода Монте-Карло // Доклады Академии наук. 2001. Т. 379, № 4. С. 439–441.
13. Доронина Ю.В., Скатков А.В. Особенности квалиметрического анализа полимодельных комплексов с переменной топологией при исследовании сложных технических систем // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2021. № 56. С. 49–58. doi: 10.17223/19988605/56/6

14. Орлов А.И. Непараметрические критерии согласия Колмогорова, Смирнова, омега-квадрат и ошибки при их применении // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2014. № 97. С. 31–45.

References

1. Russian Federation. (n.d.) *GOST 15467–79. Upravlenie kachestvom produktsii. Osnovnye ponyatiya. Terminy i opredeleniya (s Izmeneniyem № 1)* [Product quality management. Basic concepts. Terms and definitions (with Change No. 1)]. Moscow: Standartinform.
2. Zvyagin, L.S. (2018) Myagkie imitatsionnye modeli regional'nykh ekonomicheskikh sistem [Soft imitation models of regional economic systems]. *Myagkie izmereniya i vychisleniya*. 10. pp. 41–46.
3. Mikoni, S.V., Sokolov, B.V. & Yusupov, R.M. (2018) *Kvalimetriya modeley i polimodel'nykh kompleksov* [Qualimetry of models and polymodel complexes]. Moscow: RAS.
4. Mikoni, S.V. (2020) Uluchshenie poznavatel'noy funktsii ponyatiy tekhnicheskoy diagnostiki s primeneniem sistemnogo podkhoda i sobstvennykh svoystv modeli [Improving the cognitive function of technical diagnostics concepts using a systematic approach and model properties]. *Ontologiya proektirovaniya*. 10(2(36)). pp. 163–175.
5. Gorban, I.I. (2017) *The Statistical Stability Phenomenon*. Springer. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-43585-5>
6. Rostovtsev, Yu.G. & Yusupov, R.M. (1991) Problema obespecheniya adekvatnosti sub"ektno-ob"ektnogo modelirovaniya [The problem of ensuring the adequacy of subject-object modeling]. *Izvestiya vuzov. Priborostroenie*. 7. pp. 7–14.
7. Okhtilev, M.Yu., Gnidenko, A.S., Alferov, V.V., Salukhov, V.I. & Nazarov, D.I. (2018) Methods and Algorithms of Integrated Modeling of Complex Technical Objects in Dynamically Changing Conditions. *Proceedings of the International Scientific Conference MMET NW*. 2018. pp. 282–284.
8. Tutubalin, V.N., Barabasheva, Yu.M., Devyatkov, G.N. & Uger, E.G. (2016) Printsipy proverki statisticheskoy korrektnosti obrabotki rezul'tatov klassicheskogo eksperimenta Kavendisha [Principles of checking the statistical correctness of processing the results of the classical Cavendish experiment]. *Mashinostroenie i komp'yuternye tekhnologii*. 4. pp. 170–193.
9. Sovetov, B.Ya. et al. (2010) *Imitatsionnoe modelirovanie sistem* [Simulation Modeling of Systems]. Petrodvorets: VUNTS VMF.
10. Doronina, Yu.V. & Skatkov, A.V. (2019) Analiz statisticheskoy ustoychivosti statsionarnykh markovskikh modeley [Analysis of statistical stability of stationary Markov models]. *Trudy SPIIRAN*. 5(18). pp. 1119–1148. DOI: 10.15622/sp.2019.18.5.1119-1148
11. Korolyuk, V.S. (1976) *Polumarkovskie protsessy i ikh prilozheniya* [Semi-Markov processes and their applications]. Kyiv: Naukova dumka. 184 p.
12. Wagner, V. & Ermakov, S.M. (2001) Stokhasticheskaya ustoychivost' i parallelizm metoda Monte-Karlo [Stochastic stability and parallelism of the Monte Carlo method]. *Doklady Akademii nauk*. 379(4). pp. 439–441.
13. Doronina, Yu.V. & Skatkov, A.V. (2021) Qualimetric analysis of polymodel complexes with variable topology in the study of complex technical systems. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 56. pp. 49–58. DOI: 10.17223/19988605/56/6
14. Orlov, A.I. (2014) Neparametricheskie kriterii soglasiya Kolmogorova, Smirnova, omega-kvadrat i oshibki pri ikh primeneni [Nonparametric goodness-of-fit tests Kolmogorov, Smirnov, omega-squared and errors in their application]. *Politematicheskii setevoy elektronnyy nauchnyy zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta*. 97. pp. 31–45.

Информация об авторах:

Доронина Юлия Валентиновна – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры информационных технологий и компьютерных систем Института информационных технологий Севастопольского государственного университета (Севастополь, Россия). E-mail: YVDoronina@sevsu.ru

Скатков Александр Владимирович – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории гидрофизических и биоэлектронных измерительных систем и технологий Института природно-технических систем (Севастополь, Россия). E-mail: vm1945@mail.ru

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Information about the authors:

Doronina Yulia V. (Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Information Technologies and Computer Systems of the Institute of Information Technologies, Sevastopol State University, Sevastopol, Russian Federation). E-mail: YVDoronina@sevsu.ru

Skatkov Alexander V. (Doctor of Technical Sciences, Expert of the Russian Academy of Sciences, Professor of the Department of Information Technology and Computer Systems at the Institute of Information Technology and Management in Technical Systems, Sevastopol State University). E-mail: vm1945@mail.ru

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию 17.03.2025; принята к публикации 02.09.2025

Received 17.03.2025; accepted for publication 02.09.2025