

Точные решения двумерного уравнения Логанова – Тавхелидзе для потенциалов «дельта-окружность», заданных в релятивистском конфигурационном представлении*

А.В. Павленко¹, В.Н. Капшай¹, Ю.А. Гришечкин¹

¹ Гомельский государственный университет им. Франциска Скорины, г. Гомель, Республика Беларусь

Получены точные решения двумерных парциальных интегральных уравнений Логанова – Тавхелидзе для системы двух частиц одинаковой массы в случае потенциала «дельта-окружность» и суперпозиции двух таких потенциалов, заданных в релятивистском конфигурационном представлении. Показано, что в случае одиночного потенциала «дельта-окружность» в зависимости от его параметров система может иметь либо одно связанное состояние, либо не иметь их вовсе. Для суперпозиции двух потенциалов «дельта-окружность» возможны случаи одного или двух связанных состояний, или их отсутствия. Анализ волновых функций выявил различие их свойств в разных представлениях: в релятивистском конфигурационном представлении число нулей парциальной волновой функции равно номеру состояния системы частиц, тогда как в импульсном представлении количество нулей превышает их число в конфигурационном представлении. Найден нерелятивистский предел полученных решений, который согласуется с решениями двумерного уравнения Шрёдингера в случае аналогичных потенциалов в импульсном и координатном представлениях.

Ключевые слова: двухчастичная система, квазипотенциальный подход, двумерное уравнение Логанова – Тавхелидзе, двумерное релятивистское конфигурационное представление, двумерное импульсное представление, парциальная волновая функция, двумерная функция Грина, связанные состояния.

Введение

В современной квантовой теории двумерных систем основным инструментом для описания состояний рассеяния [1–4], связанных состояний [5–8] и влияния слабосвязанных состояний на сечения рассеяния [9–11] остается уравнение Шрёдингера. Однако его принципиальное ограничение заключается в неприменимости к релятивистским системам, что существенно сужает область возможных исследований. При этом до сих пор не рассматривалась возможность использования двухчастичных двумерных квазипотенциальных интегральных уравнений в релятивистском конфигурационном представлении (РКП).

Потенциалы с δ -функциями представляют особый интерес, так как позволяют точно решать одномерные и трехмерные квазипотенциальные уравнения [12–15]. Особый интерес представляет суперпозиция δ -потенциалов, которая успешно применяется для моделирования нуклон-нуклонных взаимодействий [16–18]. В данной работе мы рассматриваем решение двумерных интегральных квазипотенциальных уравнений для потенциалов, содержащих δ -функции.

Парциальные квазипотенциальные уравнения

Интегральные уравнения квазипотенциального подхода для парциальных волновых функций $\Psi_\mu(iw_q, \rho)$ в двумерном РКП, описывающие связанные состояния системы двух скалярных частиц одинаковой массы m в системе их центра масс, имеют следующий вид ($\hbar = c = 1$) [19]:

$$\Psi_\mu(iw_q, \rho) = 2\pi \int_0^\infty G_\mu(iw_q; \rho, \rho') V(\rho') \Psi_\mu(iw_q, \rho') d\rho', \quad (1)$$

где $\mu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – азимутальное (орбитальное) квантовое число; ρ – модуль радиус-вектора в РКП; w_q – параметр, принадлежащий интервалу $(0; \pi/2]$ и связанный с энергией двухчастичной системы формулой $2E_q = 2m \operatorname{ch}(iw_q) = 2m \cos w_q$; $V(\rho')$ – локальный в двумерном РКП квазипотенциал; $G_\mu(iw_q; \rho, \rho')$ – парциальные функции Грина, которые в случае уравнения Логанова – Тавхелидзе имеют вид [19]

* Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (грант по проекту Ф25М–004).