Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2025. № 87. С. 17–26.
Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science. 2025. 87. pp. 17–26.

Научная статья
УДК 510.21
doi: 10.17223/1998863X/87/2

# ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ПРЕСУППОЗИЦИИ В ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

**Кирилл Александрович Габрусенко**

*Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Россия, koder@mail.tsu.ru*

***Аннотация.*** В статье рассматриваются онтологические пресуппозиции, характерные для различных реализаций теории множеств. Показано, что парадоксы теории множеств основаны на смешении разрешимых и неразрешимых множеств. Продемонстрировано, что в классических теориях множеств используются скрытые онтологические предпосылки или языковые ограничения, защищающие их от парадоксов. Парадоксы могут быть сформулированы, только если эти ограничения игнорируются.
***Ключевые слова:*** теория множеств, парадоксы, онтологические пресуппозиции, философия математики, логика

***Для цитирования:*** Габрусенко К.А. Определения и пресуппозиции в теории множеств // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2025. № 87. С. 17–26. doi: 10.17223/1998863X/87/2

Original article

# DEFINITIONS AND PRESUPPOSITIONS IN SET THEORY

**Kirill A. Gabrusenko**

*National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation, koder@mail.tsu.ru*

***Abstract.*** The article presents a study of ontological presuppositions that lie in the ground of various realizations of set theory. The author claims that set theory is the universal language that stipulates the progress in mathematics in the last 150 years and set-theoretical paradoxes are not defects. First, the author shows that the equivalence sign in formulas defining sets means not the equivalence relation but rather the definition operator, so the rules of definition could be applied to such kinds of formulas and related expressions, and if all rules are complied with, there is no way to get any set-theoretical paradox. Next, the author examines various realizations of set theory, like naive Cantorian set theory, Bolzano's theory of Inbegriff, Russell's type theory, Zermelo-Fraenkel axiomatization, etc., and shows hidden presuppositions that lie at the base of each set theory and deny the possibility of paradoxes. Cantor's and Bolzano's theories use specific ontological presuppositions, and other theories use restrictions provided by language to confine the language of set theory and deny paradoxes. So set-theoretical paradoxes are external for those theories and could be provided only if such restrictions are ignored. The plausibility of paradoxical propositions is not the lack of the set theory language but the evidence of its expressive power, which could be odd in some cases. All described theories could work only with the decidable set when the language of set theory could provide propositions about the undecidable set also. In this case, the set-theoretical paradoxes are no less than demonstrations of the undecidability of certain sets. There are set theories, like axiomatization of von Neumann–Bernays–Gödel, Zadeh's fuzzy sets, and Vopenka's alternative set theory, that provide instruments to deal with such nonstandard sets. For such extensions of the classic set theory it is necessary to modify not only its conceptual construct but also the logical system that lies at its base, for example, loosening restrictions on contradictions.

***Keywords:*** set theory, paradoxes, ontological presuppositions, philosophy of mathematics, logics

***For citation:*** Gabrusenko, K.A. (2025) Definitions and presuppositions in set theory. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science.* 87. pp. 17–26. (In Russian). doi: 10.17223/1998863X/87/2

Прогресс математики в последние полтора века обязан канторовской теории множеств. Фактически теория множеств стала новым языком, позволившим более точно выразить утверждения математики, сделать математическую аргументацию более ясной и способствовать выведению новых следствий. Это оказалось возможным, поскольку

1) теория множеств задала новое универсальное понятие – ‘множество’, посредством которого оказались выразимы многие, если не все, понятия разнородных математических дисциплин;

2) понятие множества, а именно принцип абстракции или свертка, позволило естественным путем перевести содержательные рассуждения математики на формальный язык логики предикатов, увеличив их строгость и создав в дальнейшем возможность проверки и генерации доказательств посредством вычислительных машин;

3) оба предыдущих пункта вместе позволили увеличить уровень абстракции математического дискурса и, отвлекаясь от содержания конкретной математической дисциплины, исследовать те структуры, которые лежат в основании отношений между ее объектами. Полученное абстрактное знание могло быть непосредственно применено к изоморфным структурам совершенно иной дисциплины, что позволяло делать нетривиальные содержательные выводы относительно ее объектов, т.е. вполне обоснованно и естественно переносить способы рассуждения из одной области математики в другую.

Выразительный потенциал новой теории даже в ее наивной (неформализованной) форме был отмечен математиками, и к началу XIX в. были предприняты попытки (например, Фреге) переписать всю математику на ее основании. Парадокс, описанный в начале XX в. Б. Расселом, а также обнаружение других парадоксов поставили под сомнение состоятельность наивной теории множеств, и до сих пор можно слышать ошибочное представление о ее противоречивости. В этой статье дадим интерпретацию природы теоретико-множественных парадоксов и сравним ограничения, накладываемые на понятие «множество» в различных теориях множеств.

В наивной теории множеств ‘множество’ – это неопределимое понятие, представляющее собой совокупность или объединение объектов, мыслимых как единое целое. То есть множество само по себе также является объектом. Множество может быть задано как посредством перечисления элементов

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, \tag{1}$$

так и через указание на характеристическое свойство (принцип абстракции или свертывания)

$$B = \{x \vee F(x)\}. \tag{2}$$

Примерами указанных множеств могут быть множество {2, 3, 5, 7} и ‘множество простых чисел, не превышающих 10’.

Задание множества посредством перечисления элементов удобно только для достаточно небольших множеств. Принцип абстракции в силу более компактной записи используется значительно чаще. Его дополнительным преимуществом является то, что $F(x)$ в правой части представляет собой предметно-истинностную функцию (предикат), и, следовательно, заданное таким образом множество может быть непосредственно включено в формальную систему.

Множества называются равными, если состоят из одних и тех же элементов (принцип объемности), т.е. множество полностью определяется своими элементами. Так, множества $A$ и $B$ из вышеприведенного примера равны:

$$A = B. \tag{3}$$

Приведенные утверждения о множествах являются общим местом и почти дословно излагаются в любом учебнике теории множеств, например, в [1]. Тем не менее, уже на этом элементарном этапе возникает серьезная проблема: как интерпретировать знак ‘=’? Убедиться в том, что этот знак в приведенных формулах используется в различных значениях, можно весьма просто: поменяв местами левую и правую части.

$$\{a_1, a_2, a_3, a_4\} = A. \tag{1'}$$

$$\{x \vee F(x)\} = B. \tag{2'}$$

$$B = A. \tag{3'}$$

Легко увидеть, что в результате преобразования только формула (3') осталась осмысленной (и даже сохранила значение), в то время как записи (1') и (2') смысла не имеют. Отсюда следует, что, в отличие от (3), в формулах (1) и (2) знак ‘=’ не обозначает коммутативное *отношение* и, следовательно, равенством быть не может. В этих формулах речь идет скорее об определении множества, и знак ‘=’ является сокращением для ‘$=_{\mathrm{Def}}$’, обозначающего *операцию* определения. В терминологии Д.П. Горского [2. С. 82] выражение (1) представляет собой экстенсиональное определение, (2) – интенсиональное.

Поскольку задание множества через перечисление его элементов удобно только для множеств весьма небольшой мощности, а для бесконечных множеств в принципе невозможно, математики, начиная с Кантора, исходят из предпосылки, что эти два способа определения множеств полностью эквивалентны. Об этом Кантор пишет прямо в статье 1882 г. «О бесконечных линейных точечных многообразиях» [3. С. 51], говоря о внутреннем и внешнем определении множества. Однако Кантор неявно исходит из ряда метафизических пресуппозиций, без которых, в общем случае, предположение об эквивалентности этих двух типов определения множества неверно, в пользу чего говорит наличие теоретико-множественных парадоксов, в которых речь идет о множествах, заданных интенсионально, и отсутствие таковых для экстенсионально заданных множеств.

Для примера напомним некоторые из парадоксов:

– Парадокс Рассела: множество всех множеств, не содержащих себя в качестве элемента, будет содержать себя в качестве элемента тогда и только тогда, когда не будет.

– Парадокс Кантора: множество всех подмножеств некоторого множества $M$ имеет кардинальное число большее, чем кардинальное число этого множества $M$ (теорема Кантора). Множество всех множеств должно иметь максимальное кардинальное число, однако, согласно теореме Кантора, мощность множества всех его подмножеств должна быть больше.

– Для контраста приведем также так называмый «парадокс брадобрея», который по форме очень похож на парадокс Рассела, но с ним не совпадает: В некоторой деревне жил брадобрей, который брил тех и только тех людей, которые не брились сами. Брадобрей брил самого себя только тогда, когда не брил сам.

Действительно, каждый из приведенных примеров включает интенсиональное определение некоторого множества:

– В парадоксе Рассела – множество множеств, не содержащих себя в качестве элемента: $R = \{x \vee \neg (x \in x)\}$.

– В парадоксе Кантора – множество всех множеств $M = \{x \vee \exists y\ (y \in x)\}$.

– В «парадоксе брадобрея» – множество людей, которых брил брадобрей: $B = \{x \vee S(b, x) \equiv \neg S(b, x)\}$.

Как минимум, начиная с Аристотеля, на определения накладываются ограничения, позволяющие отличить правильные определения от неправильных. Все правила определений могут быть сведены к двум принципам:

– экстенсиональности – под определение должны подпадать те и только те предметы, которые должны подпадать;

– ясности – для любого предмета должна быть задана процедура, позволяющая однозначно определить, подпадает данный предмет под определение или нет.

Требования отсутствия круга в определении, неотрицательности и т.д. являются следствиями этих двух принципов.

Очевидно, что для экстенсионального определения эти два принципа выполняются автоматически (либо ошибка видна невооруженным глазом). В случае интенсиональных определений ошибка может быть не очевидной и один или оба принципа могут быть незаметно нарушены. Собственно, парадоксы, в том числе и приведенные, нарушают один или сразу оба принципа и тем самым демонстрируют неправильность определений. В случае парадокса Рассела определение оказывается полностью отрицательным, что в традиционной логике запрещается отдельно. Все определения содержат ошибку idem per idem – возникают тогда и только тогда, когда в определении оказывается определяемое множество. Из сказанного следует, что перечисленные парадоксы действительно могут быть названы антиномиями (этимологически – противоречащими закону), поскольку нарушают законы логики. Нарушение логических законов относится не к теории множеств в целом, а только к самим парадоксам: демонстрирует, что объекты, определяемые таким образом, на самом деле не определены.

Для критиков наивной теории множеств существенным является различие между парадоксом Рассела и «парадоксом брадобрея»: имея сходную форму, они принципиально отличны. Парадокс брадобрея можно рассматривать как апагогическое доказательство несуществования такого брадобрея: предположим, что брадобрей с описанными свойствами существует, в результате рассуждения приходим к противоречию (сам парадокс), следовательно, предположение неверно и такого брадобрея не существует, QED. Рассуждение относительно множества всех множеств, не содержащих себя в качестве элемента, может быть построено по такой же схеме, однако сам вывод о его несуществовании оказывается для критиков парадоксальным – утверждают, что в наивной теории множеств множество может быть пустым, но утверждение о несуществовании множества бессмысленно. Последнее суждение является следствием неявного предположения о том, что любое свойство определяет множество. Наличие парадоксов доказывает ошибочность этой предпосылки. Вместе с тем данная пресуппозиция в таком неограниченном виде не встречается ни в одной из систем теории множеств – каждая из них явно или неявно накладывает на множества дополнительные ограничения. Поэтому утверждение о том, что парадоксы теории множеств говорят о противоречивости наивной теории множеств, является ошибочным. Для демонстрации рассмотрим определения множества в различных теориях множеств и выявим наиболее существенные пресуппозиции.

Онтологически определения могут пониматься в двух смыслах:

1) в регистрирующем – как фиксирующие существующий объект реальности;

2) в конституирующем – как создающие новые объекты реальности.

Понимание определения в регистрирующем смысле полностью характерно для наивной теории множеств, как ее изначально формулировал Кантор. В основе его интерпретации лежат две пресуппозиции:

– явно указанная Кантором логическая пресуппозиция – ограниченность интенсионального определения законом логики, в частности, законом исключенного третьего. То есть утверждение о том, что абсолютно любое свойство без ограничений задает множество, на котором основаны парадоксы, в рамках канторовской теории множеств оказывается неверным;

– не указанная явно, но подразумеваемая и прочитываемая из контекста онтологическая – утверждение о реальном существовании математических объектов в наиболее сильной его форме: в соответствии с канторовским учением об актуально-бесконечных множествах, в момент рассуждения все объекты должны существовать как завершенные, в том числе коль скоро множества сами по себе являются объектами, то и множества тоже.

Для того чтобы избежать парадоксов, первого ограничения, вероятно, вполне достаточно (см. далее) и нет необходимости работать в первичном, является экстенсиональное определение, интенсиональное должно ему соответствовать, к нему приводиться, что гарантирует отождествление интенсионального и экстенсионального способов задания множеств, тем самым гарантирует автоматическое выполнение обоих принципов определения и делает невозможной формулировку парадоксов.

Парадоксальные множества могут возникать только в том случае, когда делается попытка создать новый объект, т.е. определение должно пониматься в конституирующем смысле. Конституирующие определения множеств делятся на несколько видов на основании природы накладываемых ограничений. Эти ограничения могут, как и в регистрирующих определениях, иметь онтологический характер (например, у Больцано) или могут полностью отвлекаться от онтологии и задать ограничения только средствами языка (чисто логическими, внелогическими, синтаксическими). Промежуточное положение занимают конституирующие определения в конструктивизме.

Крайне интересный вид конституирующего определения множества обнаруживается в работах Б. Больцано. Чешский философ не требует того, чтобы существование и определенность множеств предшествовали рассуждению, однако исходит из принципа, что в множество могут быть объединены только те предметы, которые уже как-то связаны между собой в реальности.

Больцано исходит из того, что имеются (es gibt) предложения-в-себе. Под предложением-в-себе Больцано понимает некоторую идеальную сущность, которая является материей высказывания. Э. Казари [4] делает попытку отождествить предложения-в-себе с фрегевским смыслом, но аргументация итальянского философа неубедительна. Предложения-в-себе Больцано не зависят от субъекта, не могут являться результатом абстракции от мыслимых предложений, также как не являются ни мыслями, ни суждениями [5. B. 1, S. 78]. Каждое предложение-в-себе либо истинно, либо ложно [5. B. 1. S. 144]; истинные предложения-в-себе Больцано называет истинами-в-себе. Примерами истин-в-себе могут быть, например, утверждения о числе листьев на конкретном дереве, о точном числе людей, находящихся в определенном городе, и т.п. в некоторый момент времени. И то и другое число субъекту может быть в точности неизвестно, в том числе потому, что постоянно меняется, но в каждый момент времени оно конкретно.

Множество для Больцано – понятие, лежащее в основе союза ‘и’, или иначе «совокупность известных вещей или целое, состоящее из известных частей» [6. С. 11]. То есть для формирования множества необходимо иметь возможность построить предложение, соединяющее элементы множества союзом «и», следовательно, должна иметься такая истина-в-себе, которая будет материей этого предложения. Это предложение может выражать ту предметно-истинностную функцию, которая однозначно определяет, является ли объект элементом множества, следовательно, для Больцано первичным оказывается как раз интенсиональное определение множества, экстенсиональное будет вторично, но оба они в силу специфики онтологии оказываются тождественны, и, как и в предыдущем случае, парадоксы не могут возникнуть.

Теории множеств как Кантора, так и Больцано, хотя и способны исключить парадоксы, содержат неочевидные онтологические допущения, на игнорировании которых основывается утверждение о противоречивости наивной теории множеств. Вместе с тем парадоксов можно избежать и путем почти полного отказа от метафизических предпосылок, используя только средства, предоставляемые самим языком. Для таких систем вполне достаточно таких онтологических представлений, которые будут гарантировать только существование объектов, которые объединяются в множество, или даже способ, благодаря которому такие объекты могут быть так или иначе сгенерированы. Отсюда прямо вытекает невозможность работы в таких системах непосредственно с экстенсиональными определениями и необходимость в качестве основных использовать определения интенсионального типа. Однако в силу отказа от онтологических предпосылок онтологические ограничения к этим определениям неприменимы и не могут гарантировать отсутствие парадоксов, необходимо крайне ответственно подходить к выбору внутриязыковых ограничений. Такие ограничения могут быть трех видов:

1) общелогические ограничения;

2) внелогические неформализованные ограничения;

3) ограничения формальной системы.

Об общелогических ограничениях было упомянуто ранее при изложении концепции Г. Кантора. В рамках его теории множеств этот вид ограничений избыточен, так как используемые онтологические ограничения гарантируют невозможность парадоксальных множеств. При отказе от онтологических допущений логических ограничений вполне достаточно для отсеивания логических парадоксов, однако при их использовании в неформализованных системах остается две проблемы:

– нет возможности в общем виде решить вопрос о достаточности конкретной системы логических ограничений: она отсеивает известные парадоксы, но не может гарантировать обнаружение таковых в будущем. Собственно именно этим путем пытались пойти математики начала XX в. И именно эта неопределенность послужила для отказа от использования наивной теории множеств в качестве надежного фундамента математики;

– система, реализующая собственно логические ограничения, формулируется на естественном языке, обладающем слишком большой выразительной силой, и только введение логических ограничений не позволяет избавиться от семантических парадоксов, а также омонимии и т.д.

Решение указанной проблемы может быть реализовано путем введения, помимо логических, дополнительных внелогических ограничений, например, запрет использовать в качестве элемента множества само это множество. Примером реализации ограничений такого типа является теория типов Б. Рассела. Хотя теория типов действительно способна защитить как от логических, так и от семантических парадоксов, она не способна избежать проблем, а именно:

– Проблема достаточности накладываемых ограничений. Это та же проблема, что была указана для чисто логических ограничений, – хотя, например, теория типов значительно более формализована и свободна от известных парадоксов, доказательство того, что парадоксы не могут быть в ней сформулированы, достаточно сложно. Для менее формализованных систем это может оказаться нерешаемой задачей.

– Проблема необходимости накладываемых ограничений. Каждое накладываемое ограничение уменьшает выразительную силу языка, и поэтому возникает справедливый вопрос, являются ли все налагаемые ограничения необходимыми и нужно пожертвовать частью высказываний, способствующих расширению познания, или ограничения можно ослабить. Так, теория типов полностью запрещает использование автореферентных высказываний, на основании которых могут быть построены множества, содержащие или не содержащие себя в качестве элемента. С этим ограничением не согласны многие исследователи. Например, В.А. Ладов предлагает в своих работах (например, [7]) ослабить это ограничение и запретить не все автореферентные высказывания, а только те, которые содержат отрицание. В случае ослабления ограничений всегда возникает первая обозначенная проблема – для полученной теории нужно вновь произвести доказательства достаточности ограничений.

– Следствием ослабления ограничений может стать еще одна проблема, а именно проблема обозримости списка ограничений. В предельном случае, используя частные ограничения ad hoc, каждое из которых применимо к одному конкретному случаю, получается бесконечная система ограничений, для которой нетривиальной задачей окажется не только доказательство ее необходимости и достаточности, но даже элементарной согласованности.

Все вышеперечисленные проблемы с легкостью решаются полностью формализованными (аксиоматическими) системами, лишенными парадоксов, и для некоторых из которых возможно даже доказательство их полноты и непротиворечивости, однако их выразительные возможности крайне скудны, и во многих из полных и непротиворечивых теорий невыразимо даже понятие натурального числа.

Особое место занимает подход конструктивной математики, определения которого можно интерпретировать двояко: и как регистрирующие, и как конституирующие. Объект конструктивизма, для того чтобы быть допущенным в рассуждение, должен быть заранее построен, поэтому в случае множеств должны заранее существовать все элементы и, как минимум, возможность объединить их в единое целое. Такая позиция способна вынести онтологические вопросы за скобки, поскольку онтология оказывается полностью тождественна языку, а получаемая в результате математическая система заведомо непротиворечива и обозрима. Те же самые причины очень сильно ограничивают область допустимых высказываний математики и делают практическое применение крайне неудобным: поскольку все высказывания о бесконечном с точки зрения конструктивизма бессмысленны, в рамках этой системы невозможно создать теорию бесконечного, которую Кантор создавал именно как ответ на вполне конкретный практический вопрос. Также запрет на использование закона исключенного третьего буквально связывает математиков по рукам и ногам, значительно усложняя доказательства одних теорем, а многие другие исключая из математической практики как недоказуемые.

Перечисленные подходы к теории множеств отличаются только приведенными онтологическими и логическими ограничениями, которые не позволяют формулировать парадоксальные утверждения. То, что их объединяет, то, что является общим для всех них, – это лежащий в основе язык наивной теории множеств, созданный Кантором, интуиция которого прослеживается у Больцано. Его достоинствами являются очень большая выразительность, близкая естественному языку, а также минимальный набор исходных понятий и следующие из этого предельная однозначность и ясность, выгодно отличающие его от естественного языка, приближающие его к языкам формальным.

Для всех классических интерпретаций теории множеств, будь то канторовская наивная теория множеств аксиоматика Цермело-Френкеля (ZF), или теории типов Рассела, как и для классической математики в целом, характерно утверждение о том, что любое множество является разрешимым, т.е. для любого объекта существует процедура, позволяющая однозначно определить, является он элементом этого множества или нет. При этом для Больцано и Кантора это утверждение является скрытой пресуппозицией (и, как было показано выше, прямо следует из онтологических предпосылок), а ZF и теория типов строятся таким образом, что неразрешимые множества невозможны по построению.

Вместе с тем сам язык теории множеств не накладывает ограничений и позволяет формулировать осмысленные утверждения о неразрешимых множествах. Примерами таких утверждений являются в том числе приведенные парадоксы – они представляют собой не более и не менее, чем доказательства неразрешимости ‘множества всех множеств, не содержащих себя в качестве элемента’, ‘множества всех множеств’ и т.д. Для неразрешимых множеств возникает необходимость ослабить (или переинтерпретировать) некоторые требования классической логики: как минимум, их определения не будут соответствовать упомянутому выше принципу ясности, к ним оказывается неприменим принцип двузначности логики и т.д. Анализ и примеры таких систем представлены в работах Д. Хайда [8], Г. Приста [9], А.В. Нехаева [10]. Аксиоматика Неймана–Бернайса–Геделя (NBG), теория нечетких множеств Л. Заде [11] и альтернативная теория множеств П. Вопенки (AST) [12] включают в себя неразрешимые множества как ‘классы’, ‘нечеткие множества’ и ‘полумножества’ соответственно и предлагают инструментарий для работы с ними[1].

Нельзя утверждать, что парадоксы теории множеств являются ее недостатком. Теория множеств в широком смысле представляет собой не более и не менее чем язык описания математических объектов, и парадоксы демонстрируют его выразительную силу, для некоторых применений действительно слишком большую. Язык – инструмент, и результат использования инструмента зависит в том числе и от того, кто и как его применяет. Поэтому на язык могут быть и должны быть наложены ограничения, но не следует забывать, что эти ограничения будут внешними и должны накладываться полностью осознанно. Без явного указания на накладываемые ограничения невозможно понять, являются ли они необходимыми или их источником является только традиция или привычка. Такие скрытые ограничения считаются сами собой разумеющимися и препятствуют расширению знания: запреты на деление единицы и извлечение квадратного корня из отрицательного числа, догматизм пятого постулата Евклида и т.д. В сущности, вся история развития математики представляет собой осознание и преодоление таких ограничений.

### ***Список источников***


1. *Столл Р.Р.* Множества. Логика. Аксиоматические теории. М. : Просвещение, 1968. 232 с.
2. *Горский Д П.* Определение. М. : Мысль, 1974. 312 с.
3. *Кантор Г.* Труды по теории множеств. М. : Наука, 1985. 431 с.
4. *Casari E.* Bolzano’s logical system. Oxford: Oxford University Press, 2016. doi: 10.1093/acprof:oso/9780198788294.001.0001
5. *Bolzano B.* Dr. B. Bolzanos Wissenschaftslehre: Versuch einer ausführlichen und größtentheils neuen Darstellung der Logik mit steter Rücksicht auf deren bisherige Beabeiter, Dritter Band, in der J.E. v. Seidelschen Buchhandlung, Germany.
6. *Больцано Б.* Парадоксы бесконечного / пер. с нем. под ред. И.В. Слешинского. Одесса : Mathesis, 1911. 120 с.
7. *Ладов В.А.* О принципе единого решения парадоксов // Эпистемология и философия науки. 2023. Т. 60, № 3. С. 17–30. doi: 10.5840/202360336
8. *Hyde D.* “Are the Sorites and Liar Paradoxes of a Kind?” // Paraconsistency: Logic and Applications. Dordrecht : Springer, 2013. P. 349–366.
9. *Priest G.* “Vague Inclosures”// Paraconsistency: Logic and Applications. Dordrecht : Springer, 2013. P. 367–377.
10. *Нехаев А.В.* Что значит быть лысым и лжецом? Новая опция унифицированного подхода к парадоксам // Эпистемология и философия науки. 2023. Т. 60, № 3. С. 48–54. doi: 10.5840/202360339
11. *Заде Л.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М. : Мир, 1976. 166 с.
12. *Вопенка П.* Альтернативная теория множеств: новый взгляд на бесконечность. Новосибирск : Изд-во Ин-та математики, 2004. 611 с.


[1] Встречающийся в приведенных системах термин ‘множество’ следует понимать в узком смысле как ‘разрешимое множество’.

***References***

1. Stoll, R.R. (1968) *Mnozhestva. Logika. Aksiomaticheskie teorii* [Sets. Logic. Axiomatic Theories]. Translated from English. Moscow: Prosveshchenie.
2. Gorskiy, D.P. (1974) *Opredelenie* [Definition]. Moscow: Mysl'.
3. Cantor, G. (1985) *Trudy po teorii mnozhestv* [Works on Set Theory]. Translated from German. Moscow: Nauka.
4. Casari, E. (2016) *Bolzano's logical system*. Oxford: Oxford University Press. DOI: 10.1093/acprof:oso/9780198788294.001.0001
5. Bolzano, B. (1837) *Dr. B. Bolzanos Wissenschaftslehre: Versuch einer ausführlichen und größtentheils neuen Darstellung der Logik mit steter Rücksicht auf deren bisherige Beabeiter*. Vol. 3. J.E. v. Seidelschen Buchhandlung, Germany.
6. Bolzano, B. (1911) *Paradoksy beskonechnogo* [Paradoxes of the Infinite]. Translated from German by I.V. Sleshinsky. Odessa: Mathesis.
7. Ladov, V.A. (2023) On the Principle of a Unified Solution to Paradoxes. *Epistemologiya i filosofiya nauki – Epistemology and Philosophy of Science*. 60(3). pp. 17–30. doi: 10.5840/202360336
8. Hyde, D. (2013) Are the Sorites and Liar Paradoxes of a Kind? In: Tanaka, K., Berto, F., Mares, E. & Paoli, F. (eds) *Paraconsistency: Logic and Applications*. Dordrecht: Springer. pp. 349–366.
9. Priest, G. (2013) Vague inclosures. In: Tanaka, K., Berto, F., Mares, E. & Paoli, F. (eds) *Paraconsistency: Logic and Applications*. Dordrecht: Springer. pp. 367–377.
10. Nekhaev, A.V. (2023) What Does It Mean to Be Bald and a Liar? A New Option for a Unified Approach to Paradoxes. *Epistemologiya i filosofiya nauki – Epistemology and Philosophy of Science*. 60(3). pp. 48–54. (In Russian). DOI: 10.5840/202360339
11. Zadeh, L. (1976) *Ponyatie lingvisticheskoy peremennoy i ego primenenie k prinyatiyu pri-blizhennykh resheniy* [The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Decision Making]. Translated from English. Moscow: Mir.
12. Vopěnka, P. (2004) *Al'ternativnaya teoriya mnozhestv: novyy vzglyad na beskonechnost'* [Alternative Set Theory: A New Look at Infinity]. Novosibirsk: Institute of Mathematics.

***Сведения об авторе:***
**Габрусенко К.А.** – старший преподаватель кафедры истории философии и логики философского факультета Национального исследовательского Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: koder@mail.tsu.ru

***Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.***

***Information about the author:***
**Gabrusenko K.A.** – senior lecturer at the Department of the History of Philosophy and Logic, Faculty of Philosophy, National Research Tomsk State University (Tomsk, Russian Federation). E-mail: koder@mail.tsu.ru

***The author declares no conflicts of interests.***

*Статья поступила в редакцию 21.08.2025;*
*одобрена после рецензирования 25.09.2025; принята к публикации 24.10.2025*
*The article was submitted 21.08.2025;*
*approved after reviewing 25.09.2025; accepted for publication 24.10.2025*