

Научная статья

УДК 533.697, 519.63

doi: 10.17223/19988621/98/11

Численное исследование выхода на стационарный режим двигательной бесопловой установки с вязкоупругим зарядом цилиндрической формы

Леонид Леонидович Миньков¹, Наталья Радиковна Гимаева²,
Диана Викторовна Диль³

^{1, 2, 3} Томский государственный университет, Томск, Россия

¹ lminkov@ff.tsu.ru

² natalia.gimaeva@inbox.ru

³ dil.dianochka@mail.ru

Аннотация. Представлены результаты численного моделирования в двумерном осесимметричном приближении процесса взаимодействия продуктов сгорания твердого топлива с деформируемым вязкоупругим зарядом в период выхода бесопловой двигательной установки на стационарный режим работы. Получены зависимости перемещения точек поверхности заряда от времени для трех значений начального модуля сдвига ТТ. Определено влияние вязкоупругого поведения заряда на зависимость максимального давления в камере сгорания от времени и на положение звуковой линии в канале заряда.

Ключевые слова: бесопловая двигательная установка, вязкоупругость, напряженно-деформированное состояние, внутренняя баллистика, взаимодействие газа с деформируемым телом

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке госзадания Министерства науки и высшего образования (проект № FSWM-2025-0012).

Для цитирования: Миньков Л.Л., Гимаева Н.Р., Диль Д.В. Численное исследование выхода на стационарный режим двигательной бесопловой установки с вязкоупругим зарядом цилиндрической формы // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2025. № 98. С. 120–135. doi: 10.17223/19988621/98/11

Original article

Numerical study of the transition to a steady-state operating mode of a nozzleless propulsion system with a viscoelastic cylindrical charge

Leonid L. Min'kov¹, Nataliya R. Gimaeva², Diana V. Dil'³

^{1, 2, 3} Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

¹ lminkov@ff.tsu.ru

² natalia.gimaeva@inbox.ru

³ dil.dianochka@mail.ru

Abstract. This article presents the results of numerical modeling in a two-dimensional axisymmetric approximation of the interaction between solid propellant (SP) combustion products and a deformable viscoelastic charge during the transition to a steady-state operating mode of a nozzleless propulsion system. The turbulent flow of a viscous compressible gas in the combustion chamber is described by the Navier–Stokes equations using the $k-\omega$ SST turbulence model. The viscoelastic behavior of the charge is described using the relaxation moduli of elasticity, which are approximated by the Prony series, and the Williams-Landel-Ferry time–temperature shift function. Displacements of the points on the charge surface are obtained as functions of time for three values of the initial shear modulus. The influence of the viscoelastic behavior of the charge on the time variation of maximum pressure in the combustion chamber and on the position of the sonic line in the charge channel is determined. It is shown that the time dependence of the maximum pressure in the combustion chamber has a characteristic maximum that coincides with the characteristic relaxation time of the relative shear modulus. A decrease of the initial shear modulus of the SP leads to an elongation of the sonic line into the channel.

Keywords: nozzleless propulsion system, viscoelasticity, stress–strain state, internal ballistics, fluid–deformable body interaction

Acknowledgments: This work was financially supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (state assignment No. FSWM-2025-0012).

For citation: Min'kov, L.L., Gimaeva, N.R., Dil', D.V. (2025) Numerical study of the transition to a steady-state operating mode of a nozzleless propulsion system with a viscoelastic cylindrical charge. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 98. pp. 120–135. doi: 10.17223/19988621/98/11

Введение

Особенностью современных конструкций разгонно-стартовых ступеней интегральных ракетно-прямоточных двигателей (РПД) является отсутствие соплового блока. Простота, надежность, отсутствие отделяемого соплового оборудования и уменьшение требований теплозащиты делают привлекательными бессопловые двигательные установки (БДУ) для применения в стартовых ступенях интегральных РПД [1–3].

История эволюции РПД описана в статье [4]. Впервые концепция прямоточных воздушно-реактивных двигательных установок была предложена французским ученым Рене Лорин в 1913 г. Начиная с 1930-х гг. французские инженеры успешно разрабатывали и демонстрировали воздушно-реактивные двигатели для самолетов и ракет. С развитием технологий и опыта отработки к 1970-м гг. сформировалась концепция использования твердотопливных зарядов в ступенях РПД. В середине 1980-х гг. прошли летные испытания тактической ракеты на интегральном твердотопливном воздушно-реактивном двигателе, стартовая ступень которой представляла собой твердотопливную БДУ.

В работе [5] предложена упрощенная физико-математическая модель для теоретического анализа основных внутрикамерных процессов БДУ. Показано, что при цилиндрической форме выходного участка потери импульса по сравнению

с классической ДУ составляют порядка 14%. Формирование конусообразного выходного участка канала заряда может увеличить эффективность БДУ только при относительно небольшом уменьшении площади поверхности активного участка горения заряда.

В работе [6] представлен метод совместного решения газодинамической и геометрической задач при физико-математическом моделировании внутрикамерных процессов в БДУ. Расчет параметров у переднего днища заряда проводился в нестационарной нульмерной постановке, а для канала заряда применялись одномерные газодинамические уравнения в квазистационарной постановке. Для изменения геометрии канала заряда в процессе его выгорания использовался метод направленных отрезков. Локальная скорость горения определялась по эмпирическому закону в зависимости от давления и скорости газового потока, т.е. с учетом эрозивной составляющей. В результате численных исследований по предложенной методике получены оценки потерь удельного импульса тяги по сравнению с классической ДУ на уровне 3–3.5%. Также высказано предположение, что твердые ракетные топлива (ТТ) с высокой чувствительностью скорости горения к давлению имеют преимущества для реализации удельного импульса в БДУ.

В работах [7–9] развивается направление математического моделирования внутрикамерных процессов БДУ на полный цикл работы двигателя. Решается совместная задача, включающая срабатывание воспламенителя, движение заглушки, выгорание заряда твердого топлива и нестационарное осесимметричное течение газовой смеси в камере сгорания. Численное моделирование проводится методом Давыдова (методом крупных частиц). Результаты численных экспериментов показали неплохую сходимость с опытными данными по давлению у переднего дна и силе тяги в выходном сечении. Полученное расчетами распределение газодинамических параметров по тракту в разные моменты времени работы ДУ позволяет наблюдать переход от вихревых нестационарных течений к практически ламинарным потокам продуктов сгорания по мере выгорания заряда твердого топлива.

В работах [10–11] расчет внутрибаллистических характеристик в ДУ с зарядом, имеющим особенность в форме «зонтика», и БДУ на твердом топливе на полный период работы проводился в осесимметричном приближении. Отслеживание горячей поверхности топлива осуществлено неявным образом с помощью метода уровней на декартовой структурированной вычислительной сетке. Газодинамические параметры определялись с использованием разностных схем третьего порядка аппроксимации по пространству. Показано, что для БДУ квазиодномерная модель занижает значения давления на 20% по сравнению с двумерной осесимметричной моделью.

Таким образом, в перечисленных выше работах поднимались и частично были решены вопросы определения газодинамических и энергетических параметров БДУ на твердом топливе с учетом постепенного воспламенения заряда, вскрытия заглушки, квазистационарного и нестационарного режимов течения газовой смеси по тракту в процессе выгорания заряда.

Однако, как показывает практика, существует серьезная проблема деформирования твердотопливного заряда за счет высоких перепадов давления по каналу в начале работы ДУ. Взаимное влияние деформационных и газодинамических процессов при определенных условиях может привести к нестабильности работы ДУ. Поэтому для оценки работоспособности конструкции целесообразно ставить

и решать совместные задачи газовой динамики и напряженно-деформированного состояния.

В работах [12–13] предлагается алгоритм численного решения сопряженной задачи взаимодействия между нестационарным потоком газа и деформируемым упругим твердым телом на основе метода конечных элементов. Показано, что в случае заряда ТТ с особенностью типа «зонтик» для ДУ с утопленным соплом в период выхода на режим наблюдаются осцилляции поверхности заряда как в продольном, так и поперечном направлении, что влияет на зависимость давления от времени.

Анализ гиперупругого поведения заряда твердого топлива БДУ под действием газодинамической нагрузки в начальный период его работы проведен в работе [14] в рамках решения сопряженной задачи газовой динамики для проточного тракта и механики деформируемого твердого тела для заряда. Показано, что в БДУ с зарядом ТТ, имеющим низкий модуль Юнга, может возникнуть явление резонанса.

Анализ выхода на режим двухимпульсного твердотопливного ракетного двигателя выполнен в работах [15–17] на основе совместного решения системы трехмерных нестационарных уравнений для вязкого теплопроводного газа, системы уравнений МДТТ и уравнения теплопроводности для определения температуры поверхности топлива. Предполагалось, что модуль упругости топлива постоянен. Показано, что для заряда длиной 0.9 м и диаметром канала 0.08 м в случае жесткого соплового блока при возрастании давления от 0.1 до 23.6 МПа амплитуда продольных колебаний поверхности заряда может достигать 10 мм, а поперечных – 3 мм.

Современные смесевые ТТ обладают вязкоупругими свойствами, когда модули сдвига и упругости зависят от времени, и неучет этого факта может приводить к существенным различиям в оценке напряженно-деформированного состояния заряда. Так, в работе [18] проводилось моделирование динамического отклика заряда ДУ на нагрузку, вызванную повышением давления в начальный период работы двигателя, на основе квазистатического упругого анализа и нестационарного анализа, учитывающего вязкоупругие свойства топлива НТРВ. Показано, что первый случай дает завышенные значения отклика по сравнению со вторым.

В работе [19] проведен вязкоупругий структурный анализ для определения влияния свойств вставки на напряжение и деформацию вдоль границы раздела вставка / топливо в твердотопливной ДУ на основе упрощенной 2D осесимметричной модели с привлечением пакета Ansys. Показано, что под действием нагрузки за счет повышения давления на начальном участке работы двигателя напряжения вдоль границы раздела вставка / топливо возрастают с увеличением начального модуля и уменьшаются с увеличением коэффициента Пуассона гильзы.

В работе [20] проводится исследование вязкоупругого поведения заряда ТТ при акустической неустойчивости рабочего процесса в камере сгорания ДУ. Показано, что динамический отклик ТТ относительно максимальных осевых перемещений сжатия при выходе ДУ на основной режим работы практически полностью соответствует уровню осевых перемещений сжатия при статическом нагружении, что объясняется генерацией высокочастотной малоамплитудной газодинамической неустойчивости в камере сгорания ДУ, а также низкой энергетикой самого топлива.

Целью настоящей работы – исследование взаимовлияния газодинамической нагрузки и напряженно-деформированного состояния (НДС) заряда вязкоупругого ТТ в период выхода БДУ на стационарный режим в различных условиях термостабилизации заряда.

Постановка задачи

Рассматриваются процессы, происходящие в модельном бесопловом двигателе, разрез которого показан на рис. 1, в начальный период его работы. Двигатель состоит из цилиндрического заряда ТТ 1, прикрепленного к корпусу 2, и камеры сгорания 3. Левая торцевая поверхность и цилиндрическая поверхность 4 заряда являются поверхностями горения. Правая торцевая поверхность 5 забронирована. Продукты сгорания, поступающие с поверхности горения, вытекают наружу через границу 6. Заряд ТТ под действием возникающей со стороны продуктов сгорания газодинамической нагрузки деформируется, изменяя поверхность горения, что, в свою очередь, влечет за собой изменение давления в камере сгорания, которое ведет к изменению напряженно-деформированного состояния заряда.

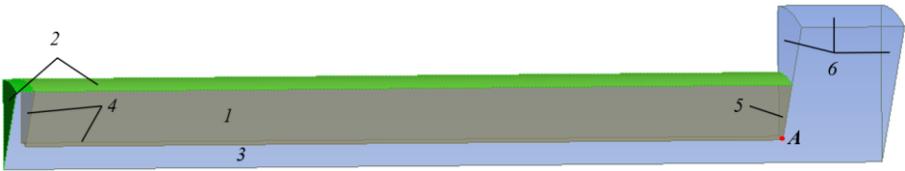


Рис. 1. Разрез модельного бесоплового двигателя:

- 1 – корпус, 2 – заряд ТТ, 3 – камера сгорания, 4 – поверхность горения,
- 5 – инертная поверхность, 6 – выходная граница; А – контрольная точка

Fig. 1. Sectional view of a nozzleless engine model:

- 1, housing; 2, solid propellant charge; 3, combustion chamber; 4, combustion surface;
- 5, inert surface; and 6, outlet boundary; A is the control point

Будем предполагать, что в начальный момент времени поверхность топлива зажигается мгновенно, продукты сгорания представляют собой вязкий сжимаемый газ, течение является нестационарным, турбулентным. Материал заряда ТТ обладает вязко-гиперупругими свойствам [18–20].

Для описания НДС заряда используются уравнение сохранения массы и уравнение движения. Связь между напряжениями и деформациями для вязко-гиперупругого тела записывается через энергию деформации по модели Нео–Гука с использованием релаксационных модулей упругости.

Зависимость релаксационного модуля сдвига и объемного модуля упругости от времени аппроксимируется рядами Прони [21]:

$$G(t) = G_0 g(t), \quad K(t) = \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)} G_0 g(t), \quad g(t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \exp\left(-\frac{t}{a(T)\tau_i}\right),$$

где α_i и τ_i – коэффициенты ряда Прони; $a(T)$ – функция температурно-временного сдвига; G_0 – начальный модуль сдвига; ν – коэффициент Пуассона, $g(t)$ – относительный релаксационный модуль.

Функция температурно-временного сдвига $a(T)$ согласно модели Williams–Landel–Ferry [22] имеет вид:

$$\log a(T) = \frac{a_1(T - T_0)}{a_2 + T - T_0}. \tag{1}$$

Для описания течения продуктов сгорания используются уравнение неразрывности, уравнение сохранения количества движения, уравнение сохранения энергии,

уравнение состояния, уравнение турбулентной энергии и уравнение удельной скорости диссипации турбулентной энергии.

Граничные условия задаются следующим образом. Для заряда на плоскости симметрии задается равенство нулю нормальных перемещений, в месте крепления заряда к корпусу задается условие равенства нулю перемещений во всех направлениях. Для газа на твердой стенке задается условие прилипания. Стенки предполагаются теплоизолированными. Граничное условие для удельной скорости диссипации турбулентной энергии на стенке реализуется через пристеночные функции, а для турбулентной энергии задается равенство нулю ее нормальной производной. На выходе из канала при дозвуковом истечении задается давление, равное давлению окружающей среды. На плоскости симметрии задаются условия симметрии. На границе раздела поверхность деформируемого твердого тела – газ задается условие равенства нормальных напряжений в топливе и газе и равенство касательных напряжений в топливе и газе, а также равенство скоростей перемещения газа и точек поверхности топлива.

Метод решения

Вычислительная область представляет собой сектор цилиндрической области (см. рис. 1), в которой угол между плоскостями сечения, проведенными вдоль оси, равен 5° .

Для численного решения системы уравнений НДС использовался метод конечных элементов с линейными функциями формы для восьмиугольных гексагональных элементов. Численное решение системы уравнений, описывающих течение продуктов сгорания, выполнялось по методу Патанкара на сетке с шестигранными ячейками с использованием неявной противопоточной схемы второго порядка точности по пространственным переменным для конвективных членов уравнений и первым порядком точности по времени. Реализация указанных методов была выполнена в вычислительном комплексе Ansys в среде Workbench с привлечением соответственно модулей Transient Structural и Fluent, обмен данными между которыми осуществлялся с помощью модуля System Coupling. На каждом шаге по времени при решении системы газодинамических уравнений выполнялось 20 итераций. На каждом этапе сопряжения нагрузка–перемещение выполнялось 5 итераций.

В данной постановке горячая поверхность заменена твердой стенкой, а приход массы и энергии газов моделируется через источниковые члены в соответствующих уравнениях [23].

Обсуждение результатов численного решения

Для численного решения поставленной задачи были приняты следующие значения параметров. Длина заряда – 125 см, толщина свода заряда – 7 см, радиус канала заряда – 4 см, ширина зазора между левыми торцами камеры сгорания и заряда – 1 см, ширина и высота области справа от заряда соответственно 19 и 21 см. Теплофизические параметры продуктов сгорания приведены в табл. 1, характеристики твердого топлива – в табл. 2, коэффициенты ряда Прони для модельного топлива – в табл. 3 [24], начальные модули сдвига в зависимости от температуры и коэффициент Пуассона – в табл. 4, коэффициенты функции температурно-временного сдвига – в табл. 5 [25].

Таблица 1

**Теплофизические параметры
продуктов сгорания**

Теплоемкость, Дж/(кг·К)	1 006
Молярная масс, кг/кмоль	29
Динамическая вязкость, Па·с	$1.79 \cdot 10^{-5}$
Теплопроводность, Вт/(м·К)	0.0242

Таблица 2

Характеристики твердого топлива

Скорость горения при 1 атм, u_{01} , мм/с	6.4
Показатель степени в законе горения, ν_1	0.41
Температура горения, К	2 960
Плотность топлива, кг/м ³	1 710

Таблица 3

Коэффициенты ряда Прони для топлива

i	α_i	τ_i , с
0	0.0486666	
1	0.0114570	$5 \cdot 10^{-6}$
2	0.0055763	$5 \cdot 10^{-5}$
3	0.2436390	$1 \cdot 10^{-4}$
4	0.2486060	$2.5 \cdot 10^{-4}$
5	0.1022000	$5 \cdot 10^{-4}$
6	0.1285610	$1 \cdot 10^{-3}$
7	0.0833416	$2.5 \cdot 10^{-3}$
8	0.0551554	$5 \cdot 10^{-3}$
9	0.0537361	$1.5 \cdot 10^{-2}$
10	0.0190610	$5 \cdot 10^{-2}$

Таблица 4

**Начальные значения модуля сдвига
и коэффициент Пуассона**

T , °C	G_0 , МПа	ν
-45	90	0.4999
20	50	
71	30	

Таблица 5

**Коэффициенты функции $a(T)$,
уравнение (1)**

a_1 , [-]	-5.4
a_2 , К	770.27
T_0 , К	293

На рис. 2. показано влияние температуры ТТ на поведение относительного модуля сдвига $g(t)$ от времени. К моменту времени 0.1 с относительный модуль сдвига достигает наименьшего значения ~ 0.0487 , которое не зависит от температуры топлива в диапазоне от -45 до $+70^\circ\text{C}$. Более высокие температуры топлива ведут к более быстрому снижению относительного модуля сдвига в начальный период нагрузки ($t < 10^{-5}$ с) и более медленному снижению в конечный период нагрузки ($t > 10^{-3}$ с).

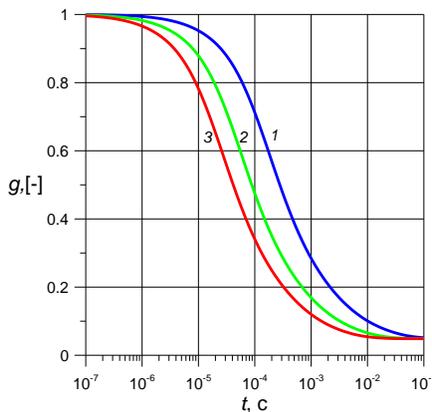


Рис. 2. Зависимость относительного релаксационного модуля от времени нагрузки:
 $1 - T = -45^\circ\text{C}$, $2 - +20^\circ\text{C}$, $3 - +70^\circ\text{C}$

Fig. 2. Dependence of the relative relaxation modulus on the loading time at $T = (1) -45$,
(2) $+20$, and (3) $+70^\circ\text{C}$

Для исследования численного решения на сходимость были проведены расчеты на трех сетках, параметры которых приведены в табл. 6. Количество элементов и ячеек в окружном направлении равнялось 1, что соответствует осесимметричному приближению.

Расчеты, проведенные на сетке № 1, выполнялись с шагом по времени, равным $5 \cdot 10^{-6}$ с, на сетке № 2 – $2.5 \cdot 10^{-6}$ с, на сетке № 3 – $1.25 \cdot 10^{-6}$ с.

Таблица 6

Параметры сетки для исследования на сходимость

Название сетки	Размер ячеек по оси x и по оси y , мм	Число ячеек в области газа	Число элементов в области заряда
Сетка № 1	10	1 074	875
Сетка № 2	5	4 296	3 500
Сетка № 3	2.5	17 184	14 000

На рис. 3 показано влияние разностной сетки на осевое перемещение (a) и радиальное перемещение (b) правой нижней угловой точки A (см. рис. 1) от времени для топлива с начальным модулем сдвига 90 МПа. Если принять, что кривые 3, полученные на самой мелкой сетке, соответствуют «точному» решению, то видно, что выполняются условия

$$|\Delta x_3(t) - \Delta x_2(t)| < |\Delta x_3(t) - \Delta x_1(t)|, \quad |\Delta y_3(t) - \Delta y_2(t)| < |\Delta y_3(t) - \Delta y_1(t)|,$$

где индекс 1 соответствует решению, полученному на сетке № 1, индекс 2 – на сетке № 2, индекс 3 – на сетке № 3. Начиная с момента времени 0.05 мс измельчение разностной сетки практически не влияет на зависимости $\Delta x(t)$ и $\Delta y(t)$.

Отсутствие влияния разностной сетки на распределение давления вдоль оси камеры сгорания на момент времени 10 мс показано на рис. 4.

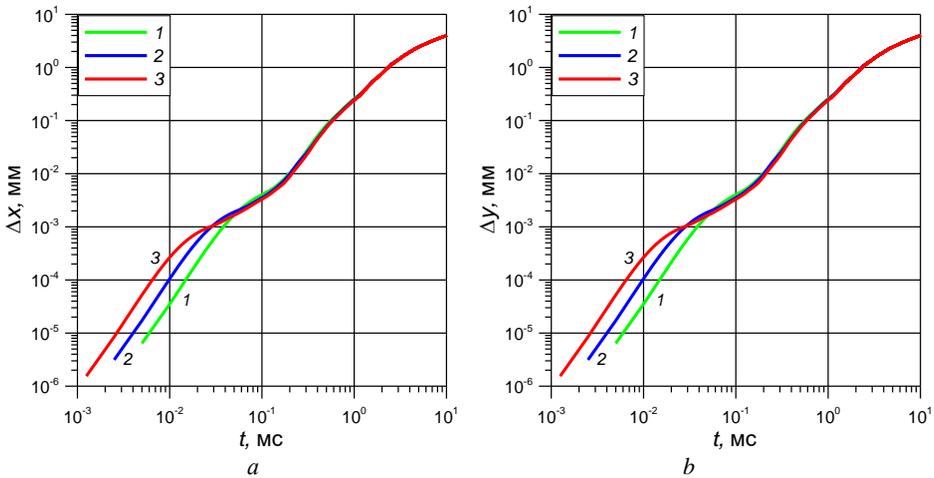


Рис. 3. Влияние сетки на смещение точки A во времени: a – осевое смещение; b – радиальное смещение; 1 – сетка № 1, 2 – № 2, 3 – № 3; $G_0 = 90$ МПа

Fig. 3. Effect of the mesh on the displacement of point A over time (a) axial and (b) radial displacements at different meshes: 1, No. 1; 2, No. 2; and 3, No. 3; $G_0 = 90$ MPa

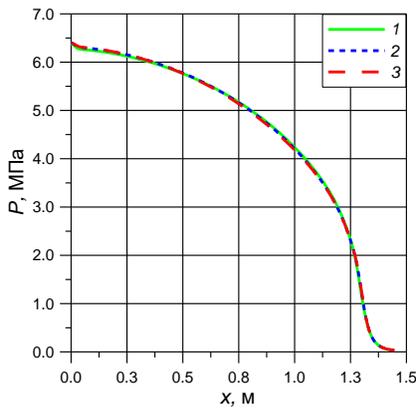


Рис. 4. Влияние сетки на распределение давления вдоль оси канала:
 1 – сетка № 1, 2 – № 2, 3 – № 3

Fig. 4. Effect of the mesh on the pressure distribution along the channel axis at different meshes: 1, No. 1; 2, No. 2; and 3, No. 3

Результаты расчетов, приведенные далее, были получены на сетке № 1.

Малые значения начального модуля сдвига, характерные для топлив, имеющих высокую температуру термостатирования, приводят к большим перемещениям поверхности топлива (рис. 5). Уменьшение модуля сдвига с 90 до 30 МПа привело к увеличению смещения точки *A* от положения равновесия более чем в два раза как в осевом направлении, так и в радиальном.

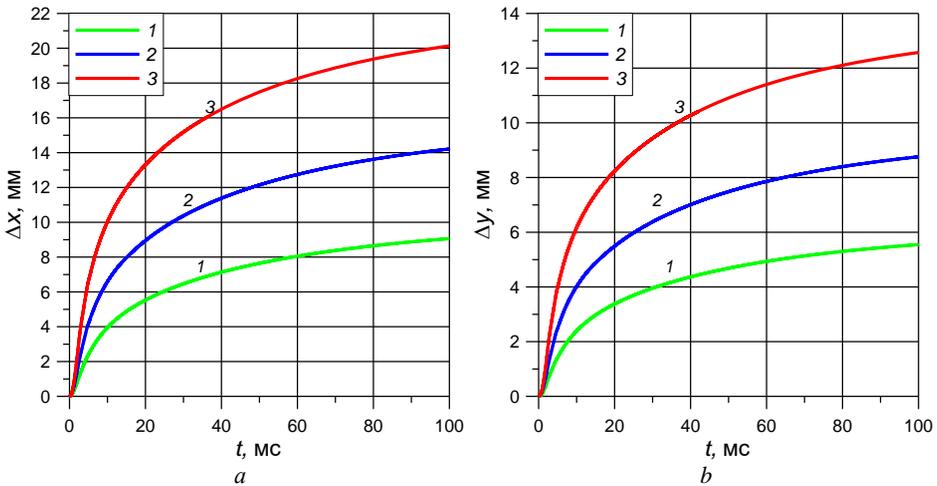


Рис. 5. Влияние начального сдвигового модуля на смещение: *a* – осевое смещение; *b* – радиальное смещение; 1 – $G_0 = 90$ МПа, 2 – 50 МПа, 3 – 30 МПа

Fig. 5. Effect of the initial shear modulus on displacement
 (a) axial and (b) radial displacements at: $G_0 = (1) 90, (2) 50, \text{ and } (3) 30$ МПа

Для вязкоупругого топлива, в отличие от гиперупруго [14], характерным является монотонное изменение перемещения точек поверхности заряда от времени.

На рис. 6 и 7 показаны поля соответственно осевых и радиальных перемещений внутри заряда ТТ на момент времени 100 мс для начальных модулей сдвига 30, 50 и 90 МПа. Видно, что, как осевое (см. рис. 6), так и радиальное перемещение (см. рис. 7) возрастают по мере продвижения от стенки камеры сгорания к каналу и от левого торца заряда к правому торцу.

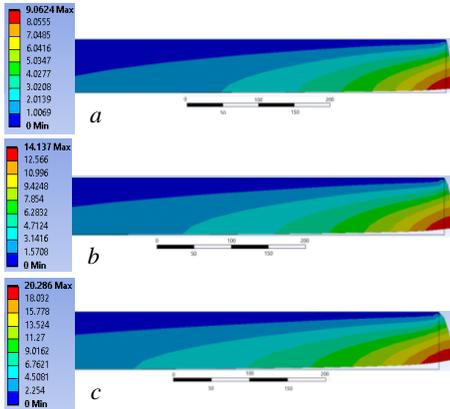


Рис. 6. Осевые перемещения:
 $a - G_0 = 90$ МПа, $b - 50$ МПа, $c - 30$ МПа

Fig. 6. Axial displacements
 at $G_0 = (a) 90, (b) 50,$ and $(c) 30$ МПа

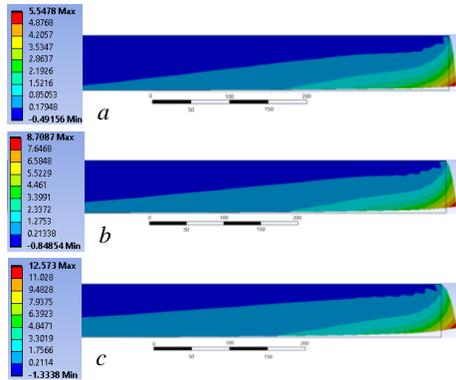


Рис. 7. Радиальные перемещения:
 $a - G_0 = 90$ МПа, $b - 50$ МПа, $c - 30$ МПа

Fig. 7. Radial displacements
 at $G_0 = (a) 90, (b) 50,$ and $(c) 30$ МПа

Высокие температуры термостатирования ведут, одной стороны, к увеличению перемещения точек заряда под действием газодинамической нагрузки, а с другой стороны, ведут к уменьшению напряжения внутри топлива (рис. 8). При этом максимальные напряжения достигаются на правом торце заряда в месте его крепления к корпусу. Снижение модуля сдвига в 3 раза привело к уменьшению максимального напряжения в 1.46 раза.

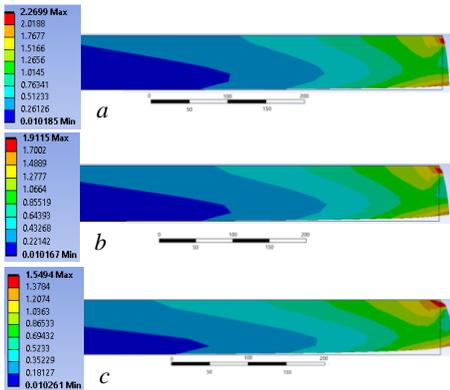


Рис. 8. Эквивалентные напряжения по Мизесу в МПа: $a - G_0 = 90$ МПа, $b - 50$ МПа, $c - 30$ МПа

Fig. 8. Equivalent stresses according to von Mises in МПа at $G_0 = (a) 90, (b) 50,$ and $(c) 30$ МПа

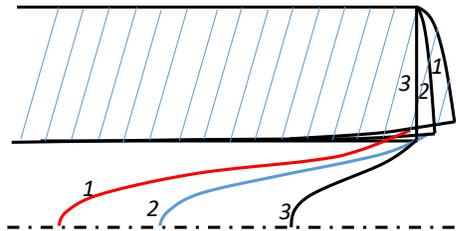


Рис. 9. Положение изолинии $M = 1$:
 $1 - G_0 = 30$ МПа, $2 - 90$ МПа, $3 - \infty$

Fig. 9. Position of isoline $M = 1$ at $G_0 = (1) 30$ МПа, $(2) 90$ МПа, and $(3) \infty$

На рис. 9 показано положение звуковых линий в камере сгорания для двух зарядов с начальным модулем сдвига 30 МПа (кривая 1) и 90 МПа (кривая 2) и для заряда без учета деформаций (кривая 3). Уменьшение значения начального модуля сдвига ведет к растяжению звуковой линии вглубь канала.

В табл. 7 приведены значения максимального давления P_{max} и геометрические параметры канала в зависимости от начального модуля сдвига топлива. Здесь S_r – площадь поверхности топлива, $S_{r,M \le 1}$ – площадь поверхности горения, ограниченная звуковой линией, $X_{M=1}$, $Y_{M=1}$ – соответственно абсцисса и ордината точки присоединения звуковой линии к образующей канала, F – площадь поперечного сечения канала, проведенного через точку присоединения звуковой линии к образующей канала.

Таблица 7

Геометрические параметры

G_0 , МПа	30	50	90	∞
P_{max} , МПа	5.37	5.65	5.97	7.04
S_r , см ²	51.36	50.74	50.24	49.34
$S_{r,M \le 1}$, см ²	49.98	49.97	49.85	49.34
$X_{M=1}$, см	124.95	125.59	125.94	126.0
$Y_{M=1}$, см	4.90	4.78	4.60	4.10
F , см ²	1.046	0.997	0.922	0.733

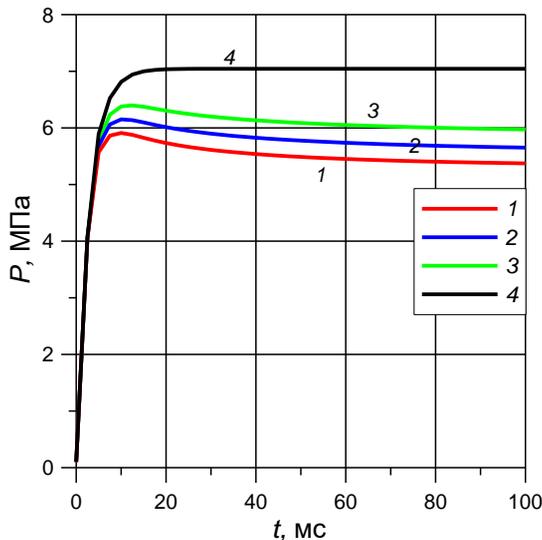


Рис. 10. Изменение максимального давления от времени:
 1 – $G_0 = 30$ МПа, 2 – 50 МПа, 3 – 90 МПа, 4 – ∞
 Fig. 10. Time variation of the maximum pressure at
 $G_0 = (1) 30$ МПа, (2) 50 МПа, (3) 90 МПа, and (4) ∞

Увеличение начального модуля сдвига топлива ведет к уменьшению деформации заряда, в результате чего уменьшается значение ординаты точки крепления звуковой линии к образующей поверхности заряда, следствием чего является умень-

шение площади критического сечения и уменьшение поверхности горения, находящейся слева от точки крепления звуковой линии к образующей заряда (см. рис. 9). При увеличении начального модуля сдвига с 30 до 90 МПа площадь горения уменьшается незначительно (в 1.003 раза), в то время как площадь критического сечения уменьшается существенно (в 1.135 раза), в результате чего давление в камере сгорания становится больше.

Неучет деформации заряда ведет к завышению максимального давления в камере сгорания от 18 до 32% (см. табл. 7, правый столбец). На рис. 10 показано изменение максимального давления от времени для разных начальных модулей сдвига ТТ. С увеличением начального модуля сдвига возрастает максимальное давление, что связано с уменьшением площади проходного сечения канала (см. табл. 7). Кривые 1–3 имеют характерный максимум в момент времени, близкий к 10 мс, после которого давление монотонно падает (на 7–10% к моменту времени 100 мс), асимптотически приближаясь к своему стационарному значению, определяемому положением контура заряда. Время 10 мс является характерным временем релаксации материала заряда ТТ (см. рис. 2), за которое относительный модуль сдвига уменьшается со своего максимального значения до значения, близкого к минимальному.

Заключение

Вязкоупругое поведение заряда ТТ под действием нагрузки со стороны продуктов сгорания в начальный период работы БДУ оказывает существенное влияние на внутрибаллистические характеристики БДУ. Повышение температуры термостатирования заряда ТТ ведет к снижению максимального давления в камере сгорания БДУ за счет увеличения площади проходного сечения канала, связанного с более сильными деформациями заряда за счет более низкого модуля сдвига. Наибольшие осевые и радиальные перемещения наблюдаются по периметру канала на правом торце заряда, причем изменение перемещений во времени происходит монотонно. Зависимость максимального давления в камере сгорания от времени имеет характерный максимум, совпадающий по времени с характерным временем релаксации относительного модуля сдвига, за которое он уменьшается со своего максимального значения до минимального. Начальный модуль сдвига ТТ влияет на форму канала, тем самым изменяя поле течения, причем уменьшение начального модуля сдвига ведет к растягиванию звуковой линии вглубь канала.

Список источников

1. Прямоточные воздушно-реактивные двигатели на энергоемких конденсированных материалах / под общ. ред. Л.С. Яновского. М.: ЦИАМ, 2020. 198 с.
2. Милёхин Ю.М., Бурский Г.В., Лавров Г.С., Попов В.С., Садовничий Д.Н. Энергетика и внутренняя баллистика ракетных двигателей на твердом топливе. М.: Наука, 2018. 359 с.
3. Липанов А.М. О влиянии конусности канала заряда на величины внутрибаллистических параметров РДТТ // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2025. № 93. С. 131–139. doi: 10.17223/19988621/93/11
4. Davenas A. History of the Development of Solid Rocket Propellant in France // Journal of Propulsion and Power. 1995. V. 11 (2). P. 285–291. doi: 10.2514/3.51423

5. Gany A., Aharon I. Internal Ballistics Considerations of Nozzleless Rocket Motors // Journal of Propulsion and Power. 1999. V. 15 (6). P. 866–873. doi: 10.2514/2.5509
6. Милёхин Ю.М., Ключников А.Н., Попов В.С. Сопряженная задача моделирования внутрибаллистических характеристик бесопловых РДТТ // Физика горения и взрыва. 2013. Т. 49, № 5. С. 77–85.
7. Егоров М.Ю., Егоров Д.М. Численное моделирование внутрикамерных процессов в бесопловом РДТТ // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2012. № 32. С. 36–49.
8. Егоров М.Ю., Егоров Д.М., Некрасов В.И. Моделирование внутрикамерных процессов при срабатывании бесоплового ракетного двигателя на твердом топливе // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2012. № 33. С. 19–29.
9. Егоров М.Ю., Егоров Д.М. Моделирование внутрикамерных процессов при срабатывании бесоплового ракетного двигателя на твердом топливе. Результаты расчетов // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2012. № 33. С. 30–42.
10. Кирюшкин А.Е., Миньков Л.Л. Параллельная реализация решения сопряженной задачи определения внутрибаллистических характеристик двигателей на твердом топливе // Компьютерные исследования и моделирование. 2021. Т. 13, № 1. С. 47–65. doi: 10.20537/2076-7633-2021-13-1-47-65
11. Кирюшкин А.Е., Миньков Л.Л. Моделирование внутрикамерных процессов в ракетном двигателе на твердом топливе с учетом движения поверхности горения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2021. № 71. С. 90–105. doi: 10.17223/19988621/71/8
12. Zhukov A.P., Belov S.V., Ponomarev S.V. Numerical conjugate problem solution algorithm for fluid-deformable body system // Journal of Physics: Conference Series. 2019. V. 1145. Art. 012053. doi: 10.1088/1742-6596/1145/1/012053
13. Zhukov A.P., Belov S.V., Ponomarev S.V. Determining non-stationary state of solid-propellant rocket engine model based on numerical conjugate problem solution // Journal of Physics: Conference Series. 2020. V. 1459. Art. 012024. doi: 10.1088/1742-6596/1459/1/012024
14. Воронаева И.Г., Козулин А.А., Миньков Л.Л., Шрагер Э.Р. Нестационарное поведение заряда ТТ бесоплового РДТТ под действием газодинамической нагрузки // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2021. № 72. С. 48–59. doi: 10.17223/19988621/72/4
15. Li Q., Liu P., He G. Fluid–solid coupled simulation of the ignition transient of solid rocket motor // Acta Astronautica. 2015. V. 110. P. 180–190. doi: 10.1016/j.actaastro.2015.01.017
16. Li Y., Chen X., Xu J., Zhou C., Musa O. Three-dimensional multi-physics coupled simulation of ignition transient in a dual pulse solid rocket motor // Acta Astronautica. 2018. V. 146. P. 46–65. doi: 10.1016/j.actaastro.2018.01.058
17. Li Y., Chen X., Cheng H., Zhao Z. Fluid–structure coupled simulation of ignition transient in a dual pulse motor using overset grid method // Acta Astronautica. 2021. V. 183. P. 211–226. doi: 10.1016/j.actaastro.2021.03.008
18. Chyuan S.W. Dynamic analysis of solid propellant grains subjected to ignition pressurization loading // Journal of Sound and Vibration. 2003. V. 268. P. 465–483. doi: 10.1016/S0022-460X(02)01554-7
19. Guo X., Zhang J.T., Zhang M., Liu L.S., Zhai P.C., Zhang Q.J. Effects of liner properties on the stress and strain along liner/propellant interface in solid rocket motor // Aerospace Science and Technology. 2016. V. 58. P. 594–600. doi: 10.1016/j.ast.2016.09.020
20. Егоров М.Ю., Мормуль Р.В. Математическое моделирование вязкоупругого поведения заряда ТТ при акустической неустойчивости внутрикамерного процесса. Вычислительный эксперимент // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2018. № 54. С. 67–77. doi: 10.15593/2224-9982/2018.54.06
21. Марпл С.Л. (мл.) Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.

22. Williams M.L., Landel R.F., Ferry J.D. The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids // *Journal of the American Chemical Society*. 1955. V. 77. P. 3701–3706.
23. Minkov L.L., Shrager E.R., Kiryushkin A.E. Two approaches for simulating the burning surface in gas dynamics // *Key Engineering Materials*. 2016. V. 685. P. 114–118. doi: 10.4028/www.scientific.net/KEM.685.114
24. Xu J., Chen X., Wang H., Zheng J., Zhou C. Thermo-damage-viscoelastic constitutive model of HTPB composite propellant // *International Journal of Solids and Structures*. 2014. V. 51. P. 3209–3217. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2014.05.024
25. Adel W.M., Liang G.Z. Analysis of Mechanical Properties for AP/HTPB Solid Propellant under Different Loading Conditions // *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering*. 2017. V. 11 (12). P. 1906–1910. doi: 10.5281/zenodo.1314893

References

1. Ed. by Yanovskiy L.S. (2020) *Pryamotochnye vozdušno-reaktivnye dvigateli na energoyomkikh kondensirovannykh materialakh* [Ramjet engines powered by high-energy condensed materials]. Moscow: TsIAM.
2. Milyokhin Yu.M., Burskly G.V., Lavrov G.S., Popov V.S., Sadovnichiy D.N. (2018) *Energetika i vnutrennyaya ballistika raketnykh dvigateley na tvyordom toplive* [Energetics and internal ballistics of solid rocket motors]. Moscow: Nauka.
3. Lipanov A.M. (2025) O vliyaniy konusnosti kanala zaryada na velichiny vnutriballisticheskikh parametrov RDTT [On the effect of charge channel conicity on the internal ballistic parameters of a solid-propellant rocket motor]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 93. pp. 131–139. doi: 10.17223/19988621/93/11
4. Davenas A. (1995) History of the development of solid rocket propellant in France. *Journal of Propulsion and Power*. 11(2). pp. 285–291. doi: 10.2514/3.51423
5. Gany A., Aharon I. (1999) Internal ballistics considerations of nozzleless rocket motors. *Journal of Propulsion and Power*. 15(6). pp. 866–873. doi: 10.2514/2.5509
6. Milekhin Y.M., Kluchnikov A.N., Popov V.S. (2013) Coupled problem of modeling the internal ballistics of nozzleless solid rocket motors. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 49(5). pp. 575–582. doi: 10.1134/S0010508213050092
7. Egorov M.Yu., Egorov D.M. (2012) Chislennoe modelirovanie vnutrikamernykh protsessov v bessoplovom RDTT [Numerical modeling of the processes in the combustion chamber of nozzleless solid propellant rocket engine]. *Vestnik PNIPU. Aerokosmicheskaya tekhnika – PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*. 32. pp. 36–49.
8. Egorov M.Yu., Egorov D.M., Nekrasov V.I. (2012) Modelirovanie vnutrikamernykh protsessov pri sbratyvaniy bessoplovogo raketnogo dvigatelya na tvyordom toplive [Modeling of the processes within the combustion chamber when triggering the nozzleless solid propellant rocket engine]. *Vestnik PNIPU. Aerokosmicheskaya tekhnika – PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*. 33. pp. 19–29.
9. Egorov M.Yu., Egorov D.M. (2012) Modelirovanie vnutrikamernykh protsessov pri sbratyvaniy bessoplovogo raketnogo dvigatelya na tvyordom toplive. Rezul'taty raschetov [Modeling of the processes within the combustion chamber when triggering the nozzleless solid propellant rocket engine. Results of calculations]. *Vestnik PNIPU. Aerokosmicheskaya tekhnika – PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*. 33. pp. 30–42.
10. Kiryushkin A.E., Min'kov L.L. (2021) Parallelnaya realizatsiya resheniya sopryazhyonnoy zadachi opredeleniya vnutriballisticheskikh kharakteristik dvigateley na tvyordom toplive [Parallel implementation of numerical algorithm of solving coupled internal ballistics model-

- ling problem for solid rocket motors]. *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie – Computer Research and Modeling*. 13(1). pp. 47–65. doi: 10.20537/2076-7633-2021-13-1-47-65
11. Kiryushkin A.E., Min'kov L.L. (2021) Modelirovanie vnutrikamernykh protsessov v raketnom dvigatele na tvyordom toplive s uchyotom dvizheniya poverkhnosti goreniya [Numerical simulation of intra-chamber processes in a solid rocket motor with account for burning surface motion]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 71. pp. 90–105. doi: 10.17223/19988621/71/8
 12. Zhukov A.P., Belov S.V., Ponomarev S.V. (2019) Numerical conjugate problem solution algorithm for fluid-deformable body system. *Journal of Physics: Conference Series*. 1145. Article 012053. doi: 10.1088/1742-6596/1145/1/012053
 13. Zhukov A.P., Belov S.V., Ponomarev S.V. (2020) Determining non-stationary state of solid-propellant rocket engine model based on numerical conjugate problem solution. *Journal of Physics: Conference Series*. 1459. Article 012024. doi: 10.1088/1742-6596/1459/1/012024
 14. Voropaeva I.G., Kozulin A.A., Min'kov L.L., Shrager E.R. (2021) Nestatsionarnoe povedenie zaryada TT bessoplovnogo RDTT pod deystviem gazodinamicheskoy nagruzki [Non-stationary behavior of a solid propellant charge for nozzles solid rocket motors under gas-dynamic load]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 72. pp. 48–59. doi: 10.17223/19988621/72/4
 15. Li Q., Liu P., He G. (2015) Fluid–solid coupled simulation of the ignition transient of solid rocket motor. *Acta Astronautica*. 110. pp. 180–190. doi: 10.1016/j.actaastro.2015.01.017
 16. Li Y., Chen X., Xu J., Zhou C., Musa O. (2018) Three-dimensional multi-physics coupled simulation of ignition transient in a dual pulse solid rocket motor. *Acta Astronautica*. 146. pp. 46–65. doi: 10.1016/j.actaastro.2018.01.058
 17. Li Y., Chen X., Cheng H., Zhao Z. (2021) Fluid–structure coupled simulation of ignition transient in a dual pulse motor using overset grid method. *Acta Astronautica*. 183. pp. 211–226. doi: 10.1016/j.actaastro.2021.03.008
 18. Chyuan S.W. (2003) Dynamic analysis of solid propellant grains subjected to ignition pressurization loading. *Journal of Sound and Vibration*. 268. pp. 465–483. doi: 10.1016/S0022-460X(02)01554-7
 19. Guo X., Zhang J.T., Zhang M., Liu L.S., Zhai P.C., Zhang Q.J. (2016) Effects of liner properties on the stress and strain along liner/propellant interface in solid rocket motor. *Aerospace Science and Technology*. 58. pp. 594–600. doi: 10.1016/j.ast.2016.09.020
 20. Egorov M.Yu., Mormul' R.V. (2018) Matematicheskoe modelirovanie vyazkouprugogo povedeniya zaryada TT pri akusticheskoy neustoychivosti vnutrikamernogo protsessa. Vychislitel'nyy eksperiment [Mathematical modeling of the viscoelastic behavior of a charge of a solid propellant under acoustic instability of an inter chamber process. Computational experiment]. *Vestnik PNIPU. Aerokosmicheskaya tekhnika – PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*. 54. pp. 67–77. doi: 10.15593/2224-9982/2018.54.06
 21. Marple Jr.S.L. (1987) *Digital Spectral Analysis with Applications*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
 22. Williams M.L., Landel R.F., Ferry J.D. (1955) The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids. *Journal of the American Chemical Society*. 77. pp. 3701–3706. doi: 10.1021/ja01619a008
 23. Minkov L.L., Shrager E.R., Kiryushkin A.E. (2016) Two approaches for simulating the burning surface in gas dynamics. *Key Engineering Materials*. 685. pp. 114–118. doi: 10.4028/www.scientific.net/KEM.685.114
 24. Xu J., Chen X., Wang H., Zheng J., Zhou C. (2014) Thermo-damage-viscoelastic constitutive model of HTPB composite propellant. *International Journal of Solids and Structures*. 51. pp. 3209–3217. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2014.05.024
 25. Adel W.M., Liang G.Z. (2017) Analysis of mechanical properties for AP/HTPB solid propellant under different loading conditions. *Engineering and Technology International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering*. 11(12). pp. 1906–1910. doi: 10.5281/zenodo.1314893

Сведения об авторах:

Миньков Леонид Леонидович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математической физики физико-технического факультета Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: lminkov@ftf.tsu.ru

Гимаева Наталья Радиковна – ассистент физико-технического факультета Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: natalia.gimaeva@inbox.ru

Диль Диана Викторовна – студент физико-технического факультета Томского государственного университета (Томск, Россия). E-mail: dil.dianochka@mail.ru

Information about the authors:

Min'kov Leonid L. (Doctor of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: lminkov@ftf.tsu.ru

Gimaeva Nataliya R. (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: natalia.gimaeva@inbox.ru

Dil' Diana V. (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: dil.dianochka@mail.ru

Статья поступила в редакцию 03.06.2025; принята к публикации 08.12.2025

The article was submitted 03.06.2025; accepted for publication 08.12.2025