

МЕХАНИКА

УДК 621.928.42

И.Г. Дик, Л.Л. Миньков, Е.В. Пикущак

ВЛИЯНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЦ ПО РАЗМЕРАМ В ПОЛИДИСПЕРСНОЙ СУСПЕНЗИИ НА СЕПАРАЦИОННЫЙ ПРОЦЕСС В КЛАССИФИКАЦИОННОМ АППАРАТЕ

В данной статье объясняется аномальное поведение сепарационной кривой в классификаторе (так называемый «fish-hook»-эффект) с привлечением кинематической модели увлечения мелких частиц более крупными. Показано влияние функции распределения частиц по размерам в полидисперсной суспензии, подаваемой в классификатор, на сепарационную функцию.

Сепарация твердых частиц в технических устройствах обычно совершается под действием центробежной силы (гидроциклоны, центрифуги и т.д.) [1, 2]. Для определения эффективности разделения частиц по размерам используется сепарационная кривая. Эта кривая показывает долю частиц каждой фракции, которая определяется в классификационном аппарате как крупный материал. В идеале, сепарационная кривая $T(d)$ должна монотонно возрастать от $T(0) < 1$ при $d \rightarrow 0$ до $T = 1$ при $d \rightarrow \infty$. Но на практике, во многих случаях, сепарационная кривая немонотонна и имеет минимум в диапазоне размеров частиц от 10 мкм и меньше. Подобное поведение кривой получило название «fish-hook»-эффекта. До настоящего времени этот эффект не получил окончательного и однозначного объяснения. В данной работе на основе кинематической модели оседания частиц с учетом эффекта захвата мелких частиц более крупными [3 – 6] и соответственно увеличением скорости оседания этих мелких частиц объясняется немонотонное поведение сепарационной кривой (аномальное поведение).

Модель классификатора

Основные характерные черты классификации можно рассмотреть на основе схематичного классификатора [7, 8] длиной l и высотой h , в который суспензия втекает слева с постоянной скоростью U_{inl} . Выход из аппарата справа делится на верхний и нижний разгрузочные сливы. Частицы в аппарате подвергаются действию массовой (гравитационной или центробежной) силы и турбулентной диффузии. На рис. 1 представлены схемы упрощенного классификационного аппарата и одного из видов классификаторов – гидроциклона.

Уравнение для изменения концентрации каждой фракции частиц d_j в классификационном аппарате имеет следующий вид:

$$U_{\text{inl}} \frac{\partial c_j}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(V_{s,j} c_j - D \frac{\partial c_j}{\partial y} \right) = 0. \quad (1)$$

с граничными условиями:

$$x=0 \quad c_j(0, y) = c_{j,0}; \quad y=0 \text{ и } y=h \quad \left(V_{s,j}c_j - D \frac{\partial c_j}{\partial y} \right) = 0.$$

Здесь $V_{s,j}$ – скорость седиментации частиц j -й фракции. В данной постановке задачи коэффициент турбулентной диффузии частиц D является константой.

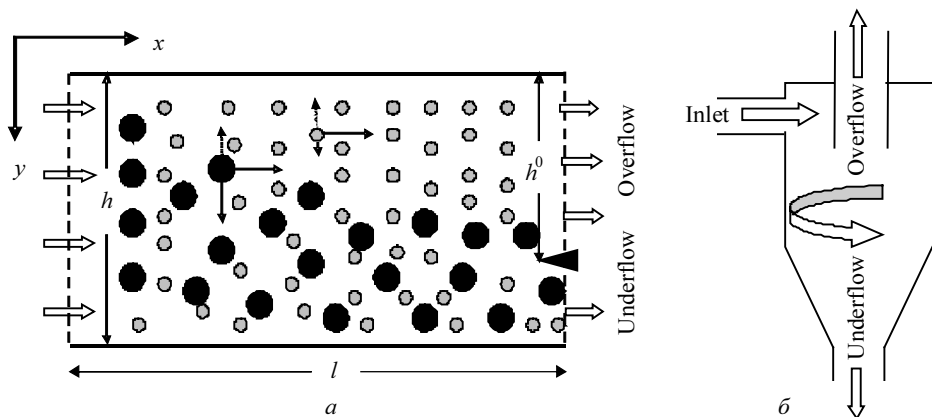


Рис. 1. Схема классификатора (а) и гидроциклона (б)

В соответствии с моделью сепарации [1, 9], сепарационная функция, характеризующая долю частиц данной фракции, разгружаемую через нижний слив, определяется следующим образом:

$$T(d_j, x) = \frac{Q_{un,j}(x)}{Q_{un,j}(x) + Q_{ov,j}(x)}. \quad (2)$$

Здесь

$$Q_{un,j} = U_{inl} \int_{h_0}^h c_j(x, y) dy, \quad Q_{ov,j} = U_{inl} \int_0^{h_0} c_j(x, y) dy$$

являются объемными долями потоков частиц j -й фракции в нижний и верхний сливы классификатора соответственно.

При отсутствии твердой фазы отношение объемных долей потока жидкости через нижний и верхний сливы аппарата называется сплит-параметром $S = h_0/(h - h_0)$. Концентрационные поля и характеристики классификации могут быть определены, если известны значения седиментационных скоростей частиц $V_{s,j}$ каждой j -й фракции.

Определение сепарационной функции

Наиболее простая постановка задачи реализуется для очень длинного аппарата. В этом случае вместо уравнения (1) можно рассматривать следующее уравнение:

$$\frac{d}{dy} \left(V_{s,j}c_j - D \frac{dc_j}{dy} \right) = 0. \quad (3)$$

Используя граничные условия и предполагая независимость скорости оседания частиц от концентрации, легко найти поле концентрации:

$$c_j(y) = c_j(0) \exp\left(-\int_0^y \frac{V_{s,j}}{D} dy\right). \quad (4)$$

Это распределение может быть использовано для определения сепарационной функции. При следующих оценках:

$$\int_0^{h_0} c_j(y) dy \approx c_j(0) h_0 \quad \text{и} \quad \int_{h_0}^h c_j(y) dy \approx c_j(0) (h - h_0)$$

и с использованием уравнения (2) можно получить

$$T(d) = \frac{1}{1 + \frac{h - h_0}{h_0} \frac{c_j(h)}{c_j(0)}}. \quad (5)$$

Если $V_{s,j}$ не зависит от концентрации твердой фазы (в случае разжиженной суспензии), то можно проинтегрировать в уравнении (4). В итоге сепарационная функция будет иметь следующий вид:

$$T(d) = \frac{1}{1 + S \exp\left(-\frac{V_{s,j} h}{D}\right)} \quad (6)$$

(так называемая «tapping»-модель [2, 10]).

Если $V_{s,j} \rightarrow 0$ при $d_j \rightarrow 0$ (в случае разжиженной суспензии), тогда

$$T(0) = \frac{1}{1 + S}. \quad (7)$$

При таком построении модели зависимость сепарационной функции от размера частиц определяется посредством зависимости скорости седиментации от размера частиц.

В рамках такой модели легко увидеть, что

$$\frac{dT}{d(d_j)} = \frac{S h}{D} \exp\left(-\frac{V_{s,j} h}{D}\right) \left(1 + S \exp\left(-\frac{V_{s,j} h}{D}\right)\right)^{-2} \frac{dV_{s,j}}{d(d_j)}. \quad (8)$$

Это значит, что $T(d)$ уменьшается так же, как уменьшается $V_{s,j}$ при увеличении размера частиц d_j .

Уменьшение седиментационной скорости $V_{s,j}$ при увеличении d_j было получено в экспериментах с полидисперсными суспензиями [3, 14, 15, 19, 20] и теоретически объяснено [4, 6].

Моделирование оседания частиц в полидисперсной суспензии

Экспериментальные и теоретические результаты по оседанию в концентрированных суспензиях развиты многими исследователями [11 – 14]. Было отмечено увеличение скорости оседания мелких частиц в присутствии более крупных фракций. Это явление пытались объяснить различными моделями. В [9, 13] было предложено формирование коллективов слабосвязанных частиц (кластеров) при

низких концентрациях твердой фазы в суспензии. В [15] предложено, что главную роль в увлечении мелких частиц крупными играет сила, введенная Саффманом. В [16] предполагается, что при более высоких концентрациях твердой фазы в суспензии мелкие частицы захватываются потоком жидкости, созданным при оседании более крупных частиц.

В полидисперсных суспензиях три наиболее существенных эффекта могут действовать на оседающую частицу:

- 1. Увеличение «эффективной» плотности и вязкости суспензии.
- 2. Обратный поток вытесненной жидкости, вызванный оседающими частицами.
- 3. Увлечение мелких частиц в пограничном слое оседающих крупных частиц.

Действие этих трех механизмов показано на рис. 2 как сравнение экспериментально определенных и вычисленных скоростей оседания в соответствии с уравнением (9). Этот пример демонстрирует зависимость седиментационной скорости от диаметра частицы в полидисперсной суспензии. Измерения были проведены в тарельчатой центрифуге [6].

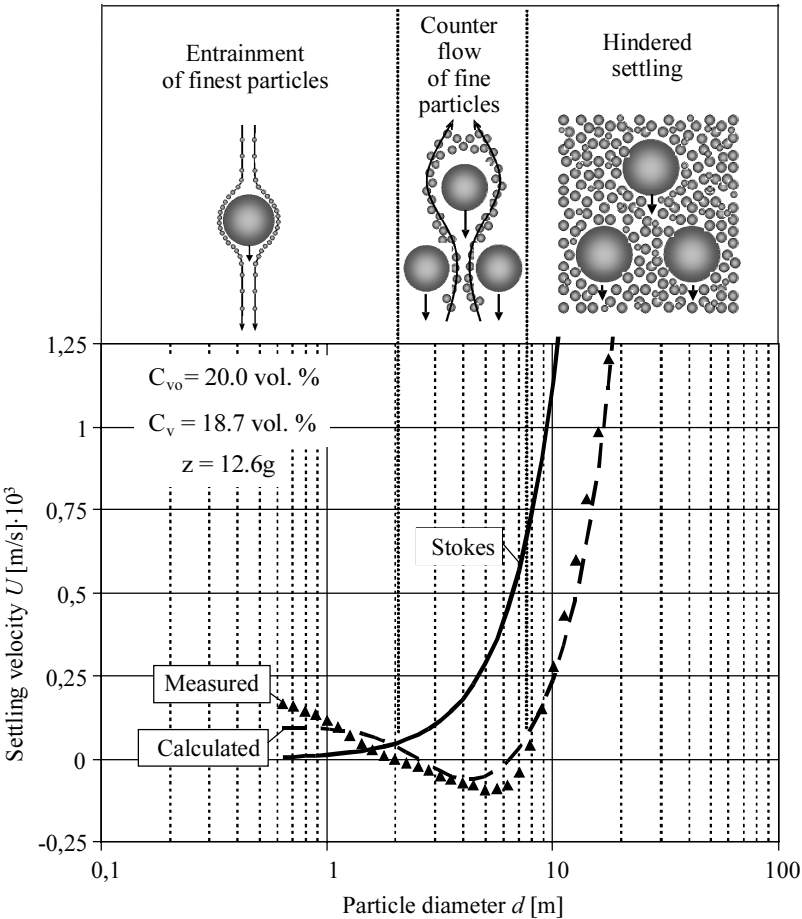


Рис. 2. Скорости оседания отдельных фракций частиц при 18,7 об.% общей текущей концентрации песка c_v

Для специального случая плотно концентрированной суспензии, твердые частицы при возмущенном оседании могут быть четко разделены на три подгруппы:

1. Крупные фракции ($d_j > 7$ мкм): для этого диапазона диаметров частиц скорости оседания меньше, чем соответствующие скорости оседания по Стоксу. Увеличение плотности потока, так же как и вязкости, приводит к стеснению оседания крупных частиц и уменьшению их скорости оседания.

2. Среднеразмерные фракции ($2 \text{ мкм} < d_j < 7 \text{ мкм}$): для этого диапазона диаметров частиц было отмечено, что скорости оседания частиц могут быть отрицательными, что может быть объяснено обратным потоком жидкости, вымещенной оседающей твердой фазой.

3. Мелкие фракции ($d_j < 2$ мкм) : для этого диапазона диаметров скорости оседания больше, чем соответствующие Стоксовские скорости. Эффект увлечения мелких частиц крупными фракциями является адекватным объяснением этого явления.

Больше экспериментальной информации может быть найдено в [5, 6].

Полное выражение для скорости оседания частицы j -й фракции, полученное в [6], имеет следующий вид:

$$V_{s,j} = \frac{V_{H,j}}{d_j^2} \left[d_j^2 + g(c_V) f_E(d_j) - c_V \sum_{i=1}^n \left(d_i^2 + g(c_V) f_E(d_j) \right) \frac{c_j}{c_V} \Delta d_j \right]. \quad (9)$$

Здесь $V_{H,j} = V_{st,j} (1 - c_V) (1 - c_V / 0,6)^{1,5}$, $g(c_V) = 2,5 \cdot c_V^{2/3} \exp \left[- \left(\frac{c_V}{0,2} \right)^3 \right]$,

$$f_E(d_j) = \left(\sum_{i>j} \Delta m_i d_i^6 \right)^{1/3} - \text{функция увлечения.}$$

Здесь Δm_i – отношение объема частиц i -й фракции к общему объему твердой фазы. Δm_i связано с концентрацией твердых частиц c_i , потому что отношение $c_i / \sum c_i$ также обозначает долю объема i -й фракции. Можно записать, что

$$\Delta m_i = \frac{c_i}{\sum c_i} = q(d_i) \Delta d_i.$$

Используя известные или вычисленные значения концентрации частиц, плотность распределения частиц по размерам можем вычислить в каждой точке аппарата как

$$q(d_i) = \frac{c_i}{\Delta d_i \sum c_i}. \quad (10)$$

В выражении (9) первое слагаемое описывает скорость стесненного оседания частицы благодаря изменению «эффективной» вязкости и плотности суспензии, второе отвечает за возрастание скорости оседания из-за эффекта увлечения мелких частиц более крупными и третье – за уменьшение скорости оседания благодаря обратному потоку вытесненной жидкости.

Очевидно, что модель принципиально может описывать стесненное оседание частиц в полидисперсной суспензии.

Из выражения (9) можно сделать вывод, что в полидисперсной суспензии скорость оседания частицы зависит не только от общей концентрации твердой фазы c_V , но также и от распределения частиц по размерам.

Далее, для подаваемой суспензии использовалась двухпараметрическая функция распределения RRSB (Rosin – Rammler – Sperling – Bennett) [1]:

$$q(c_{j,0}) = \frac{m}{d_m} \left(\frac{d_j}{d_m} \right)^{m-1} \exp \left[- \left(\frac{d_j}{d_m} \right)^m \right]. \quad (11)$$

Здесь d_m – средний размер частиц, а m характеризует остроту распределения частиц.

Обсуждение результатов

При численном моделировании было использованы следующие безразмерные переменные:

$$\theta_j = \frac{c_j}{c_{j,0}}, \quad \xi = \frac{xD}{h^2 U_{\text{inl}}}, \quad \eta = \frac{y}{h}, \quad \varphi_j = \frac{d_j}{d_m}, \quad W_j = \frac{V_{s,j}}{V_{\text{St},m}},$$

где $V_{\text{St},m} = \frac{gd_m^2}{18\mu_L}(\rho_p - \rho_L)$ – скорость оседания частицы размера d_m в жидкости по

Стоксу, здесь ρ_p – плотность твердой фазы, ρ_L – плотность жидкости, g – центробежное ускорение, μ_L – вязкость жидкости. Безразмерная длина аппарата выражается параметром

$$L = \frac{ID}{h^2 U_{\text{inl}}}.$$

Вычисления производились при $\beta = 10$ (β – параметр, отвечающий за размер частицы, которая способна увлечь более мелкую по сравнению с собой частицу).

При вычислениях варьировались следующие параметры: отношение размеров выходных отверстий (параметр S), начальная концентрация подаваемой твердой фазы $c_{V,0} = \sum_{j=1}^n c_{j,0}$ и средний размер частиц в суспензии (параметр $Pe_m = \frac{hV_{\text{St},m}}{D}$).

На рис. 3 показана плотность функции распределения частиц по размерам в различных местоположениях вдоль срединных линий выхода мелкого ($\eta = h_0/2$) и крупного материала ($\eta = (h+h_0)/2$) при различной длине аппарата. На кривой $q(\varphi)$ на рис. 3, б можно увидеть два пика. Это отражается в сепарационной кривой как «fish-hook»-эффект.

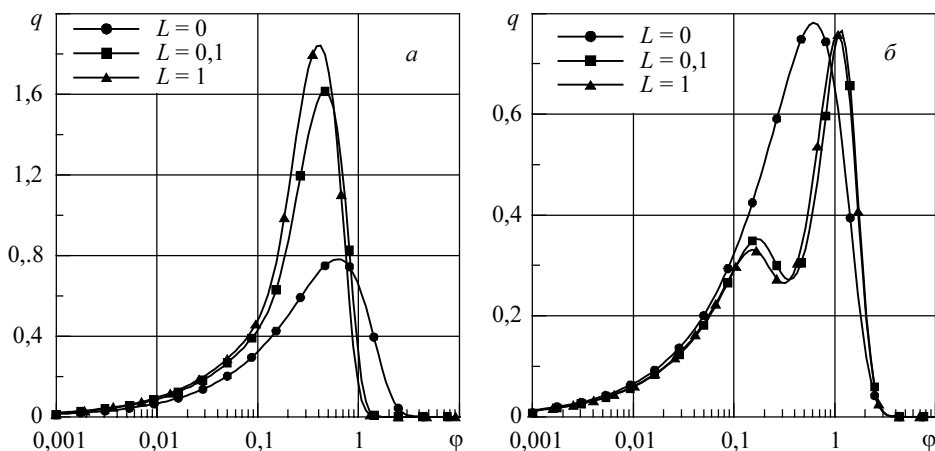


Рис. 3. Функция распределения частиц по размерам в сечениях $h_0/2$ (а) и $(h+h_0)/2$ (б)

Интересно исследовать влияние гранулярных свойств подаваемого твердого материала на сепарационный процесс в классификационном аппарате. Для разжиженных суспензий каждая частица движется независимо относительно других. Поэтому поведение сепарационной кривой не зависит от композиции размеров частиц. Но в случае концентрированной суспензии взаимодействие между частицами играет большую роль. Это взаимодействие оказывает значительное влияние на сепарационную функцию.

На рис. 4 показаны сепарационные кривые для различных значений параметра, определяющего остроту разделения частиц по размерам в подаваемой суспензии. Если $m < 1$, то сепарационная кривая ведет себя монотонно и значение $T(\varphi)$ при $\varphi \rightarrow 0$ выше, чем по формуле (7). Для $m \geq 1$ глубина «fish-hook»-эффекта возрастает при увеличении параметра m . Но чем выше крутизна распределения частиц по размерам, тем при более мелких по размеру частицах сепарационная кривая имеет минимум. В пределе при $m \rightarrow 0$ сепарационная кривая становится монотонной везде, исключая очень маленькую область значений φ , вероятно, не охваченную в экспериментах.

Причиной такого влияния остроты распределения m на характеристики «fish-hook»-эффекта может служить поведение седиментационной скорости мелких частиц для различных значений m в выходном отверстии аппарата. На рис. 5

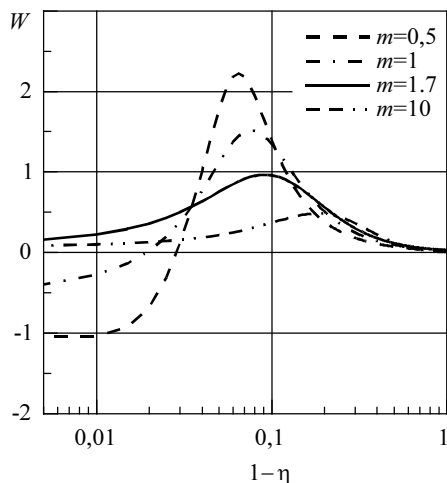


Рис. 5. Поведение седиментационной скорости частиц размером $0,001d_m$ поперек выходного отверстия аппарата для различных значений m , $Pe_m = 10$, $S = 9$, $c_{V,0} = 0,04$

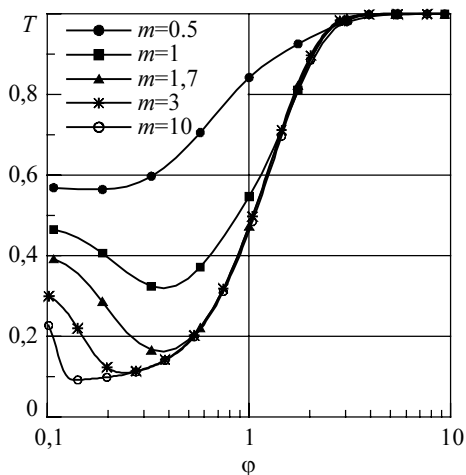


Рис. 4. Влияние распределения частиц в подаваемой суспензии на поведение сепарационной кривой, $Pe_m = 10$, $S = 9$, $c_{V,0} = 0,04$

можно увидеть, что скорости оседания мелких частиц возле дна аппарата $\eta \approx 0,8$ более высокие, чем при оценке по закону Стокса. Причиной является присутствие в этой области большого количества крупных частиц, служащих ускорителями для мелких частиц. При дальнейшем движении вниз аппарата концентрация твердой фазы становится такой высокой (на рис. 6 показаны соответствующие кривые концентрации твердой фазы в различных сечениях аппарата), что возросшая вязкость смеси препятствует оседанию. Для высоких значений m имеют место даже отрицательные значения седиментационных скоростей мелких частиц. Это означает, что мелкие частицы движутся вверх, будучи захваченными водой, которая вымещается оседающей смесью.

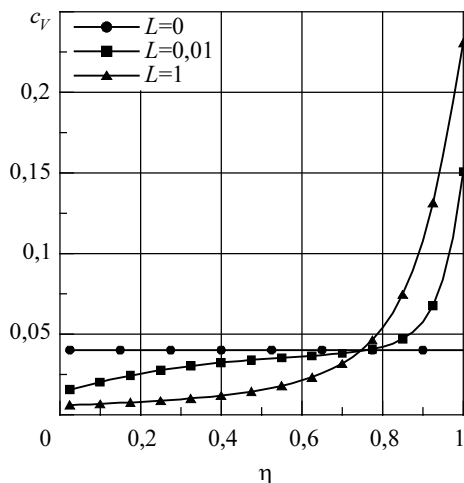


Рис. 6. Поведение общей концентрации твердой фазы поперек аппарата при различных значениях длины аппарата L , $Pe_m = 10$, $S = 9$, $c_{v,0} = 0,04$, $m = 1,7$

от c_v [5]. Уменьшение остроты функции распределения частиц по размерам m ведет к увеличению $\Delta h(c_v)$, что объясняется увеличением относительной доли мелких частиц в подаваемой в классификатор суспензии при уменьшении m и, следовательно, увеличением доли мелких частиц, выносимых через нижний слив аппарата в результате захвата их более крупными частицами.

Выводы

1. С использованием представленной кинематической модели увлечения мелких частиц более крупными можно объяснить anomalous поведение сепарационной кривой для мелких частиц (так называемый «fish-hook»-эффект).

2. Сепарационная кривая для концентрированной суспензии зависит не только от типа классификатора и характеристик процесса, но также и от распределения частиц по размерам подаваемой в аппарат полидисперсной суспензии.

Глубина увлечения («fish-hook»-эффекта) рассчитывается по следующей формуле:

$$\Delta h = T(\varphi_{\min}) - \frac{1}{1+S}.$$

Величина $\frac{1}{1+S}$ определяет значение

$T(\varphi \rightarrow 0)$ в случае слабоконцентрированной суспензии (при $c_v \rightarrow 0$, когда эффект увлечения не присутствует) для бесконечно длинного аппарата. Данная величина может быть получена аналитически.

Зависимость глубины «fish-hook»-эффекта от начальной объемной общей концентрации твердой фазы (рис.7) имеет ярко выраженный максимум. Немонотонное поведение кривой $\Delta h(c_v)$ объясняется немонотонной зависимостью скорости оседания мелких частиц

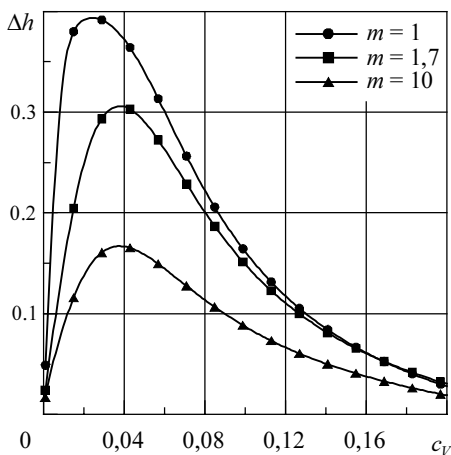


Рис. 7. Зависимость увлечения от начальной общей концентрации твердой фазы при различных значениях параметра m , $Pe_m = 10$, $S = 9$, $L = 1$

ЛИТЕРАТУРА

1. Schubert H., Heidenreich E., Liepe F., und Neeße Th. Mechanische Verfahrenstechnik, 3. Aufl., Deutscher Verlag fuer Grundstoffindustrie, Leipzig, 1990.
2. Heiskanen K. Particle Classification, Chapman and Hall, London – Glasgow – New York – Tokyo – Melbourne – Madras, 1993.

3. *Neesse Th., Dueck J., and Minkov L.* Separation of finest particles in hydrocyclones // *Miner. Eng.* 2004. V. 17. P. 689 – 696.
4. *Dueck J., Minkov L., Neesse Th.* A hydrodynamical model for enhanced sedimentation of small particles in a bidisperse suspension // *Thermophys. and Aerodynam.* 2001. V. 8(2). P. 283.
5. *Dueck J.G., Kilimnik D.Yu., Minkov L.L., and Neesse Th.* Measurement of the sedimentation velocity of finely divided particles in a tray centrifuge // *J. Eng. Phys. and Thermophys.* 2003. V. 76. No. 4. P. 7 – 17.
6. *Dueck J., Neesse Th., Minkov L., Kilimnik D., and Hararah M.* Theoretical and experimental investigation of disturbed settling in a polydisperse suspension // *Y. Matsumoto, K. Hishida, A. Tomiyama, K. Mishima, and S. Hosokawa (Eds.), Proc. of Fifth Int. Conf. on Multiphase Flow ICMF-2004, 30 May – 4 June 2004, Yokohama (Japan), Paper No. 106.* P. 1 – 8.
7. *Neesse Th., Schubert H., and Graichen K.* Practical and theoretical aspects of dense-flow classification // *Aufbereitungstechnik.* 1991. V. 32. No. 9. P. 459 – 472.
8. *Dueck J., Minkov L., Pikushchak E.* Modeling of the „Fish-Hook» Effect in a classifier // *J. Eng. Phys. and Thermophys.* 2007. V. 80. No. 1.
9. *Gerhart Ch.* Untersuchungen zum Trennverhalten in Hydrozyklonen niedriger Trennkorngrößen: Dissertation. Erlangen: Universitat Erlangen-Nurnberg, 2001.
10. *Schubert H., Neesse Th.,* A hydrocyclone separation model in consideration of the turbulent multiphase flow // *Proc. 1st Int. Conf. Hydrocyclones.* Cambridge: British Hydromechanics Research Association, Cranfield, Pap. 3, 1980. P. 23 – 36.
11. *Batchelor G.K., Rensburg J. van.* Structure formation in bidisperse sedimentation // *Journal Fluid Mech.* 1986. V. 119. P. 379.
12. *Bickert G., Stahl W., Bartsch R., Müller F.* Sedimentationsverhalten von mono- und polydispersen, submikronen Partikeln in verdünnten und konzentrierten Suspension // *Chem. Ing. Tech.* 1996. V. 68. P. 1459.
13. *Bhatty J.I.* Cluster formation during sedimentation of dilute suspensions // *Separation Science and Technology.* 1986. V. 21(9). P. 953.
14. *Koglin B.* Untersuchungen zur Sedimentationsgeschwindigkeit in niedrig konzentrierten Suspensionen: Dissertation. Universität Karlsruhe, 1971.
15. *Schubert H.* Zu den Ursachen «anomaler» Verläufe der Trennkurve bei der Feinkornklassierung in Hydrozyklonen – insbesondere zum so genannten Fish-Hook-Effekt // *Aufbereitungstechnik.* 2002. Bd. 44. No. 2. P. 5 – 17.
16. *Dueck J., Minkov L., Pikushchak E.* On separation curve of a flowing classification device of limit length // *J. Eng. Phys. and Thermophys.* 2006. V. 79. No. 3. P. 239 – 247.

Принята в печать 04.12.07.